

# محتويات الكتاب

مشروع بنى  
في نهاية كل  
وحدة

## أولاً

### الجبر والإحصاء

#### أولاً : الجبر والإحصاء

الوحدة 1 العلاقات والدوال

الوحدة 2 النسبة والتناسب والتغير  
الطردي والتغير العكسي

الوحدة 3 الإحصاء

#### ثانياً : حساب المثلثات والهندسة

الوحدة 4 حساب المثلثات

الوحدة 5 الهندسة التحليلية



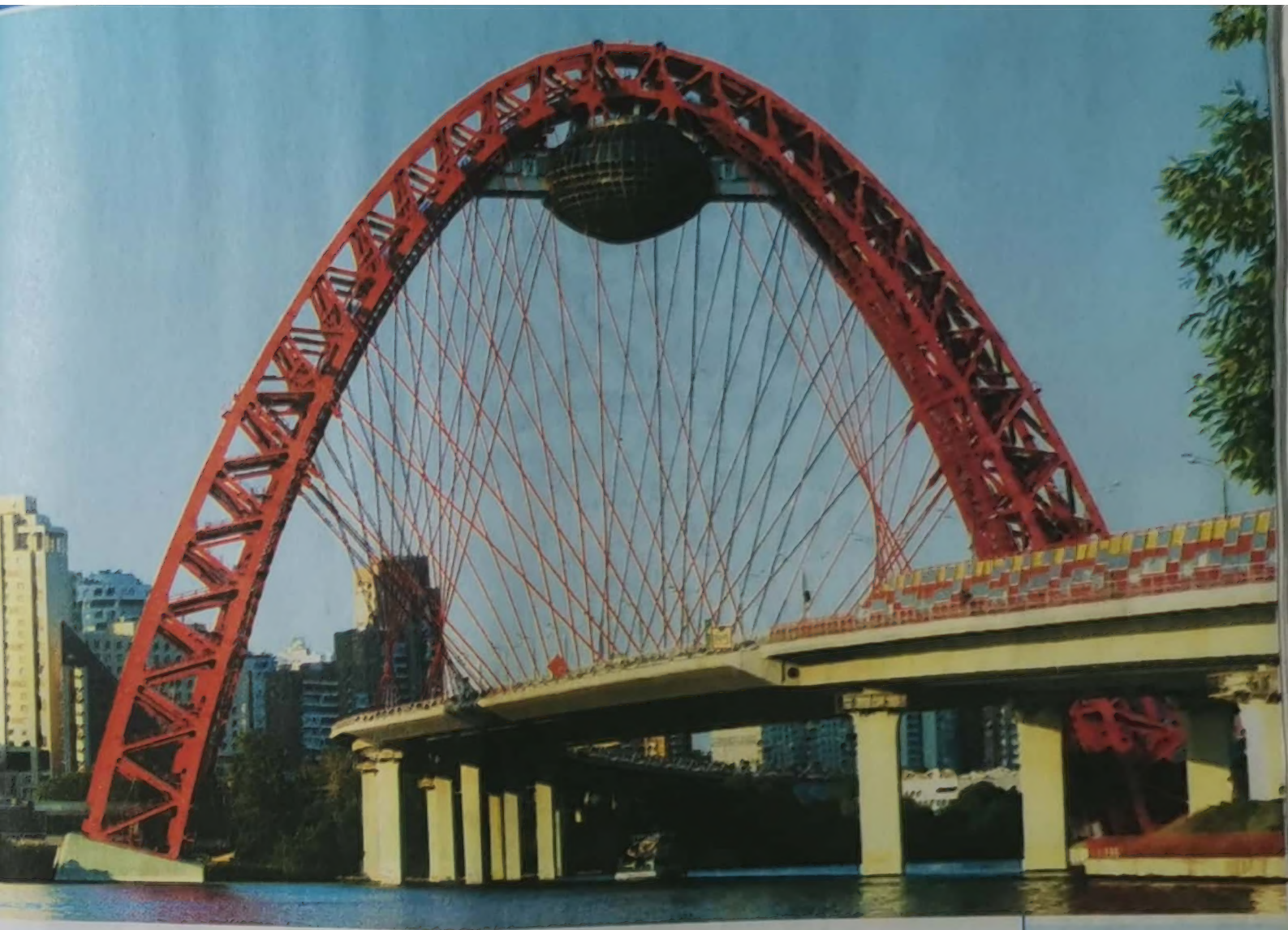
الوحدة 1 العلاقات والدوال ١٠

الوحدة 2 النسبة والتناسب والتغير الطردي والتغير العكسي ٨٦

الوحدة 3 الإحصاء ١٥٠

١٨٥ مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية.





## دروس الوحدة :

الدرس 1 حاصل الضرب الديكارتي.

الدرس 2 العلاقة - الدالة (التطبيق).

الدرس 3 التعبير الرمزي عن الدالة - دوال كثيرات الحدود.

الدرس 4 دراسة بعض دوال كثيرات الحدود.

**مشروع بحثي** 🔍 على الوحدة الأولى



يمكنك حل  
الامتحانات  
التفاعلية على  
الدروس من خلال  
مسح **QR code**  
الخاص بكل امتحان



## تساوى زوجين مرتبين

فإن :  $4 = س$  ،  $س = س$  إذا كان :  $(س ، س) = (س ، س)$   
 فمثلاً :  $4 = س$  ،  $3 = س$  إذا كان :  $(س ، س) = (س ، س)$   
 فإن :  $س = س$  ،  $5 = س$  إذا كان :  $(س ، س) = (س ، س)$

### مثال ١

أوجد قيم  $س$  ،  $ص$  في كل مما يأتي إذا كان :  
 ١  $(س - ١ ، ٨) = (٨ ، ٤٨)$  ٢  $(س + س ، ص) = (٢ ، ص)$

### الحل

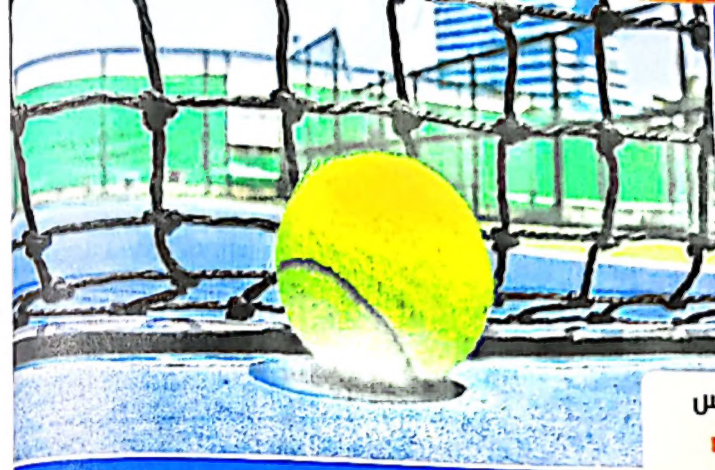
١  $\therefore (س - ١ ، ٨) = (٨ ، ٤٨) \therefore س - ١ = ٨$   
 $\therefore س = ٩$   
 $\therefore س = ٩$   
 $\therefore س = ٩$   
 ٢  $\therefore (س + س ، ص) = (٢ ، ص) \therefore س + س = ٢$   
 $\therefore ٢س = ٢$   
 $\therefore س = ١$   
 $\therefore س = ١$   
 $\therefore س = ١$

### الإجابات النهائية

لأسئلة حاول بنفسك في نهاية كل درس للتأكد من إجابتك.

### حاول بنفسك ١

أوجد قيم  $س$  ،  $ص$  في كل مما يأتي إذا كان :  
 ١  $(س + ١ ، ٨) = (٨ ، ٤٨)$   
 ٢  $(س - ١ ، ٨) = (٨ ، ٤٨)$   
 ٣  $(س - ١ ، ٨) = (٨ ، ٤٨)$



## الدرس

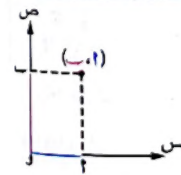
# 1

## حامل الضرب الديكارتي

في هذا الدرس سوف نتعرف على مفهوم حاصل الضرب الديكارتي وكيفية إيجاده وتمثيله وقبل تناول هذا الموضوع سوف نتذكر معاً ما درسناه عن الزوج المرتب.

### الزوج المرتب

يُسمى  $(س ، ص)$  زوجاً مرتباً ، ويُسمى  $س$  بالمسقط الأول ،  $ص$  بالمسقط الثاني.



ويمكن تمثيل الزوج المرتب  $(س ، ص)$  بنقطة كما بالشكل المقابل.

### ملاحظات

- إذا كان  $س \neq ص$  فإن :  $(س ، ص) \neq (ص ، س)$  فمثلاً :  $(٢ ، ٣) \neq (٣ ، ٢)$  وعند تمثيلهما بيانياً كما بالشكل المقابل نجد أنهما يقعان في موضعين مختلفين.
- الزوج المرتب ليس مجموعة. أي أن :  $(س ، ص) \neq \{س ، ص\}$
- $(٢ ، ٢)$  زوج مرتب ، بينما في المجموعات لا نكتب  $\{٢ ، ٢\}$  بل نكتب  $\{٢\}$  بدون تكرار العنصر ٢.
- توجد مجموعة خالية من العناصر يُرمز لها بالرمز  $\emptyset$  بينما لا يوجد زوج مرتب خالي.



## حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين منتهيتين

لأي مجموعتين  $S$  و  $T$  منتهيتين وغير خاليتين يكون :

حاصل الضرب الديكارتي للمجموعة  $S$  في المجموعة  $T$  ، ويرمز له بالرمز  $S \times T$  هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة التي مسقطها الأول عنصر ينتمي إلى  $S$  ومسقطها الثاني عنصر ينتمي إلى  $T$

$$\text{أي أن : } S \times T = \{(s, t) : s \in S, t \in T\}$$

فمثلاً : إذا كانت  $S = \{1, 2\}$  ،  $T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  فإن :

$$S \times T = \{(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8)\}$$

$$= \{(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8)\}$$

والجدول التالي يساعدنا في إيجاد  $S \times T$

المسقط الثاني			المسقط الأول	
8	7	0		
(1, 8)	(1, 7)	(1, 0)	1	
(2, 8)	(2, 7)	(2, 0)	2	

$$S \times T = \{(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8)\}$$

$$= \{(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8)\}$$

والجدول المقابل يساعدنا في إيجاد  $S \times T$

المسقط الثاني		المسقط الأول	
2	1		
(1, 2)	(1, 1)	1	
(1, 7)	(1, 0)	7	
(1, 8)	(1, 1)	8	

مما سبق لاحظ أن :

$$S \times T \neq T \times S \text{ حيث : } S \neq T$$

### ملاحظة

حاصل الضرب الديكارتي للمجموعة  $S$  في نفسها ، ويرمز له بالرمز  $S \times S$  أو بالرمز  $S^2$  ويُقرأ «س اثنين»

هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة التي كل من مسقطها الأول والثاني عنصر من عناصر  $S$

$$\text{أي أن : } S \times S = \{(s, t) : s \in S, t \in S\}$$

٢٢

فمثلاً : إذا كانت  $S = \{1, 2\}$

المسقط الثاني		المسقط الأول	
2	1		
(1, 2)	(1, 1)	1	
(2, 2)	(2, 1)	2	

$$S \times S = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$$

### ملاحظتان

• لأي مجموعة  $S$  يكون :

$$S \times \emptyset = \emptyset \times S = \emptyset$$

حيث :  $\emptyset$  المجموعة الخالية.

• إذا كان :  $(s, t) \in S \times T$

فإن :  $s \in S, t \in T$

فمثلاً : إذا كان :  $(2, 3) \in S \times T$

فإن :  $2 \in S, 3 \in T$



## تمثيل حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين منتهيتين

يمكن تمثيل حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين منتهيتين بطريقتين :

• الطريقة الأولى : المخطط السهمي .

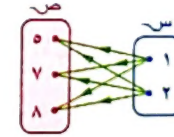
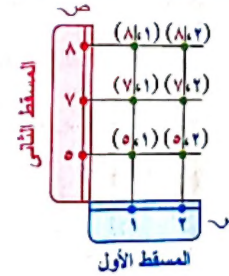
فمثلاً : إذا كانت :  $\tilde{S} = \{1, 2\}$  ،  $\tilde{V} = \{5, 7, 8\}$

فإنه يمكن تمثيل حاصل الضرب الديكارتي  $\tilde{S} \times \tilde{V}$  حيث :

$\tilde{S} \times \tilde{V} = \{(1, 5), (1, 7), (1, 8), (2, 5), (2, 7), (2, 8)\}$  كالتالي :

الطريقة الثانية : المخطط البياني (الديكارتي)

الطريقة الأولى : المخطط السهمي

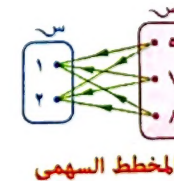
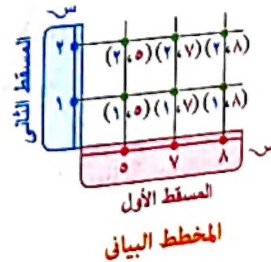


حيث تمثل عناصر المجموعة  $\tilde{S}$  أفقياً وعناصر المجموعة  $\tilde{V}$  رأسياً وتمثل نقاط تقاطع الخطوط الأفقية والرأسية الأزواج المرتبة عناصر حاصل الديكارتي  $\tilde{S} \times \tilde{V}$

حيث نرسم سهماً من كل عنصر يمثل المسقط الأول «وهي عناصر المجموعة  $\tilde{S}$ » إلى كل عنصر يمثل المسقط الثاني «وهي عناصر المجموعة  $\tilde{V}$ »

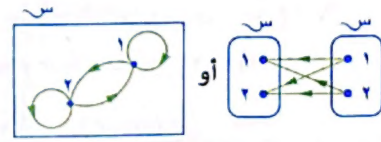
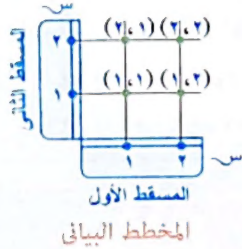
وبالمثل يمكن تمثيل  $\tilde{S} \times \tilde{V}$  حيث :

$\tilde{S} \times \tilde{V} = \{(1, 5), (1, 7), (1, 8), (2, 5), (2, 7), (2, 8)\}$  كالتالي :



• كما يمكن تمثيل  $\tilde{S} \times \tilde{V}$  حيث :

$\tilde{S} \times \tilde{V} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$  كالتالي :



المخطط السهمي

لاحظ أن : الشكل يُسمى «عروة» لتدل على أن السهم يخرج من النقطة وينتهي عند نفس النقطة.

### مثال ٢

إذا كانت :  $\tilde{S} = \{2, 3, 4\}$  ،  $\tilde{V} = \{1, 2\}$  فأوجد كلاً من :

١  $\tilde{S} \times \tilde{V}$  ٢  $\tilde{V} \times \tilde{S}$  ٣  $\tilde{S} \times \tilde{S}$

وأوجد عدد عناصر كل منها.

### الحل

١  $\tilde{S} \times \tilde{V} = \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$

عدد عناصر  $\tilde{S} \times \tilde{V} = 6$  أزواج مرتبة.

٢  $\tilde{V} \times \tilde{S} = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$

عدد عناصر  $\tilde{V} \times \tilde{S} = 6$  أزواج مرتبة.

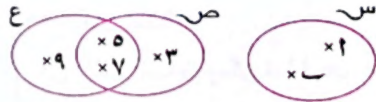
٣  $\tilde{S} \times \tilde{S} = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

$\{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

عدد عناصر  $\tilde{S} \times \tilde{S} = 9$  أزواج مرتبة.



الحل



$$1 \therefore \text{ص} \cup \text{ع} = \{9, 7, 5, 3\}$$

$$\therefore \text{ص} \times (\text{ع} \cup \text{ص}) = \{9, 7, 5, 3\} \times \{2, 4\}$$

$$= \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4), (7, 2), (7, 4), (9, 2), (9, 4)\}$$

$$= \{(9, 2), (7, 2), (5, 2), (3, 2), (9, 4), (7, 4), (5, 4), (3, 4)\}$$

$$\text{ص} \times \text{ص} = \{7, 5, 3\} \times \{2, 4\}$$

$$(1) \{(7, 2), (5, 2), (3, 2), (7, 4), (5, 4), (3, 4)\} =$$

$$\text{ع} \times \text{ص} = \{9, 7, 5\} \times \{2, 4\}$$

$$(2) \{(9, 2), (7, 2), (5, 2), (9, 4), (7, 4), (5, 4)\} =$$

ومن (1)، (2) :

$$\therefore (\text{ص} \times \text{ص}) \cup (\text{ع} \times \text{ص}) = \{(9, 2), (7, 2), (5, 2), (3, 2), (9, 4), (7, 4), (5, 4), (3, 4)\}$$

$$= \{(9, 2), (7, 2), (5, 2), (3, 2), (9, 4), (7, 4), (5, 4), (3, 4)\}$$

$$2 \therefore \text{ص} \cap \text{ع} = \{7, 5\}$$

$$\therefore \text{ص} \times (\text{ع} \cap \text{ص}) = \{7, 5\} \times \{2, 4\}$$

$$= \{(7, 2), (5, 2), (7, 4), (5, 4)\}$$

ومن (1)، (2) :

$$\therefore (\text{ص} \times \text{ص}) \cap (\text{ع} \times \text{ص}) = \{(7, 2), (5, 2), (7, 4), (5, 4)\}$$

$$3 \therefore \text{ع} - \text{ص} = \{9\}$$

$$\therefore \text{ص} \times (\text{ع} - \text{ص}) = \{9\} \times \{2, 4\} = \{(9, 2), (9, 4)\}$$

$$\text{ومن (1)، (2) : } \therefore (\text{ع} \times \text{ص}) - (\text{ص} \times \text{ص}) = \{(9, 2), (9, 4)\}$$

ملاحظات

إذا رمزنا لعدد عناصر أى مجموعة بالرمز  $n$  فإنه من المثال السابق نجد أن :

$$n(\text{ص}) = 3, \quad n(\text{ع}) = 4$$

$$n(\text{ص} \times \text{ص}) = 6, \quad n(\text{ع} \times \text{ص}) = 6, \quad n(\text{ص} \times \text{ع}) = 9$$

$$\text{أى أن : } n(\text{ص} \times \text{ص}) = n(\text{ع} \times \text{ص}) = n(\text{ص} \times \text{ع}) = n(\text{ص}) \times n(\text{ع})$$

$$1 \quad n(\text{ص} \times \text{ص}) = n(\text{ص}) \times n(\text{ص})$$

٢٢

حاول بنفسك

إذا كانت :  $\text{ص} = \{3, 4, 5\}$  ،  $\text{ع} = \{1, 2, 3, 4\}$  فأوجد كلًا مما يأتى :

$$1 \quad \text{ص} \times \text{ص} \text{ ومثله بمخطط سهمى. } 2 \quad \text{ص} \cap \text{ع} \text{ ومثله بمخطط بيانى.}$$

$$3 \quad \text{ع} \times (\text{ص} \times \text{ع}) \quad 4 \quad n(\text{ص} \times \text{ع})$$

تذكر العمليات على المجموعات

إذا كانت :  $\text{ص} = \{1, 2, 3, 4\}$  ،  $\text{ع} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$  فإن :

$$\text{ص} \cap \text{ع} = \text{مجموعة العناصر المشتركة بين ص وع} = \{2, 3\}$$

$$\text{ص} \cup \text{ع} = \text{مجموعة العناصر الموجودة فى ص أو ع دون تكرار}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{ص} - \text{ع} = \text{مجموعة العناصر الموجودة فى ص وغير موجودة فى ع وهى } \{1\}$$

$$\text{ع} - \text{ص} = \text{مجموعة العناصر الموجودة فى ع وغير موجودة فى ص وهى } \{5, 6\}$$

مثال 3

إذا كانت :  $\text{ص} = \{2, 3\}$  ،  $\text{ع} = \{7, 5, 3\}$  ،  $\text{ع} = \{9, 7, 5\}$

مثل المجموعات  $\text{ص}$  ،  $\text{ع}$  بشكل فن ثم أوجد :

$$1 \quad \text{ص} \times (\text{ص} \cup \text{ع}) , \quad (\text{ص} \times \text{ص}) \cup (\text{ع} \times \text{ص})$$

$$2 \quad \text{ص} \times (\text{ص} \cap \text{ع}) , \quad (\text{ص} \times \text{ص}) \cap (\text{ع} \times \text{ص})$$

$$3 \quad \text{ص} \times (\text{ع} - \text{ص}) , \quad (\text{ص} \times \text{ع}) - (\text{ص} \times \text{ص})$$



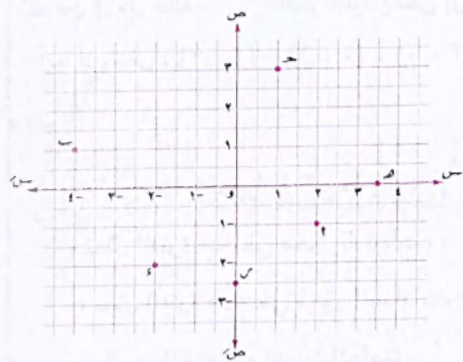




### مثال ٤

اذكر الربع الذي تقع فيه أو المحور الذي تقع عليه كل من النقط الآتية ثم عين موضعها على الشبكة البيانية المتعامدة للحصول الديكارتي  $ع \times ح$  :  
 أ :  $(١، ٢)$  ، ب :  $(١، -٤)$  ، ج :  $(٣، ١)$  ، د :  $(٢، -٢)$  ، هـ :  $(٠، ٢\frac{١}{٢})$  ، س :  $(٢\frac{١}{٢}، ٠)$

### الحل



- أ :  $(١، ٢)$  تقع في الربع الرابع.
- ب :  $(١، -٤)$  تقع في الربع الثاني.
- ج :  $(٣، ١)$  تقع في الربع الأول.
- د :  $(٢، -٢)$  تقع في الربع الثالث.
- هـ :  $(٠، ٢\frac{١}{٢})$  تقع على محور السينات.
- س :  $(٢\frac{١}{٢}، ٠)$  تقع على محور الصادات.

### حاول بنفسك ٤

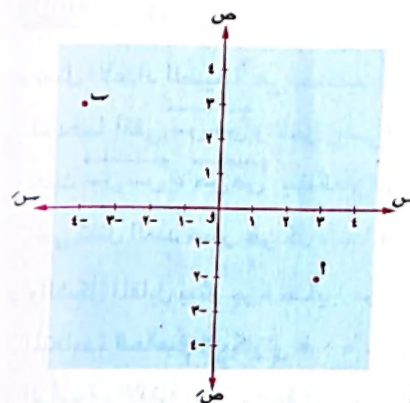
أكمل الجدول التالي بكتابة الربع أو المحور الذي تقع عليه كل نقطة :

النقطة	$(٥، ٣)$	$(١، ٢)$	$(\frac{١}{٢}، ٥)$	$(٢\frac{١}{٤}، -\frac{١}{٢})$	$(٥، ٠)$	$(٠، ١\frac{١}{٥})$
الربع أو المحور	.....	.....	.....	.....	.....	.....

### حاصل الضرب الديكارتي لفترتين

سبق أن درسنا أن الفترة هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية  $ح$  ، ويكون حاصل الضرب الديكارتي لفترتين مجموعة جزئية من حاصل الضرب الديكارتي  $ع \times ح$  ويمكن تمثيله كما بالمثل التالي :

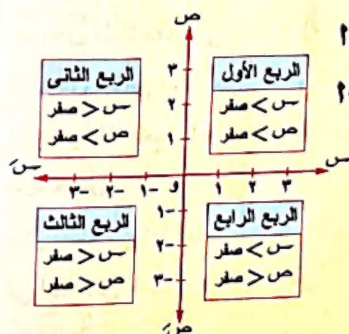
### ثالثاً تمثيل حاصل الضرب الديكارتي $ع \times ح$ (٢)



- \* الشبكة التربيعية المتعامدة للحصول الديكارتي  $ع \times ح$  هي عبارة عن سطح منطقة ممتدة بلا حدود من جميع الاتجاهات والشكل المقابل يوضح جزءاً صغيراً من هذه المنطقة.
- \* كل نقطة من نقاط هذه المنطقة تمثل أحد الأزواج المرتبة للحصول الديكارتي  $ع \times ح$  فمثلاً :  
 • النقطة أ تمثل الزوج المرتب  $(٣، ٢)$   
 • النقطة ب تمثل الزوج المرتب  $(٣، -٤)$

### ملاحظات ١١

- يُسمى المستقيم الأفقي  $ح$  محور السينات أو المحور الأفقي.
- ويُسمى المستقيم الرأسى  $ع$  محور الصادات أو المحور الرأسى.
- نقطة تقاطع المحورين  $ح$  ،  $ع$  تُسمى بـ «نقطة الأصل».
- إذا كانت النقطة أ تمثل الزوج المرتب  $(ح، ع)$  في حاصل الديكارتي  $ع \times ح$  فإن :



- المسقط الأول  $ح$  يسمى بالإحداثى السينى للنقطة أ
- المسقط الثانى  $ع$  يسمى بالإحداثى الصادى للنقطة أ
- المحوران  $ح$  ،  $ع$  يقسمان المستوى إلى أربعة أقسام (أرباع) كما بالشكل المقابل ويمكن التعرف على الربع الذى تقع فيه أى نقطة من إشارتى إحداثيها.

- إذا كان الإحداثى السينى للنقطة = صفر فإن النقطة تقع على محور الصادات.
- إذا كان الإحداثى الصادى للنقطة = صفر فإن النقطة تقع على محور السينات.



مثال ٥

إذا كانت :  $\sim = [2, 0]$  ،  $\sim = [2, 1]$   
فمثل بيانياً باستخدام الشبكة البيانية المتعامدة للحصول الديكارتي  $\times$   $\mathcal{C}$  المنطقة التي تمثل كلاً من :  
١  $\sim \times \sim$  ٢  $\sim \times \sim$  ٣  $\sim \times \sim$   
ثم بين في كل حالة أيًا من النقط الآتية ينتمي إلى كل من حواصل الضرب الديكارتي السابقة وأيهما لا ينتمي :  $(2, 0)$  ،  $(0, 1)$  ،  $(2, 2)$

الحل

١ لتمثيل  $\sim \times \sim$  بيانياً نتبع ما يلي :  
• نمثل الفترة  $\sim$  على محور السينات.  
• نمثل الفترة  $\sim$  على محور الصادات.  
• تمثل منطقة تقاطع اللونين الحاصل الديكارتي  $\sim \times \sim$   
•  $(2, 2) \in \sim \times \sim$  لأنها تنتمي للمنطقة التي تمثل  $\sim \times \sim$   
•  $(0, 1) \notin \sim \times \sim$  لأنها تقع خارج المنطقة التي تمثل  $\sim \times \sim$   
•  $(2, 0) \in \sim \times \sim$

٢ لتمثيل  $\sim \times \sim$  بيانياً نتبع ما يلي :  
• نمثل الفترة  $\sim$  مرة على محور السينات ومرة أخرى على محور الصادات.  
• منطقة تقاطع اللونين تمثل  $\sim \times \sim$   
•  $(2, 2) \in \sim \times \sim$   
•  $(0, 1) \in \sim \times \sim$  ،  $(2, 0) \in \sim \times \sim$

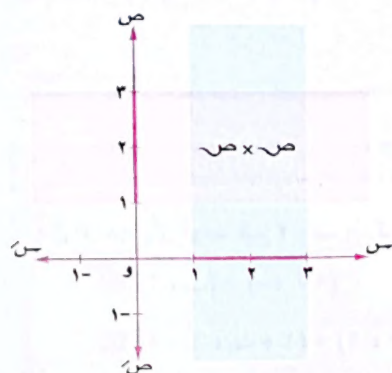
٣ بالمثل يمكن تمثيل  $\sim \times \sim$

كما بالشكل المقابل :

•  $(2, 2) \in \sim \times \sim$

•  $(0, 1) \notin \sim \times \sim$

•  $(2, 0) \notin \sim \times \sim$



حاول بنفسك ٥

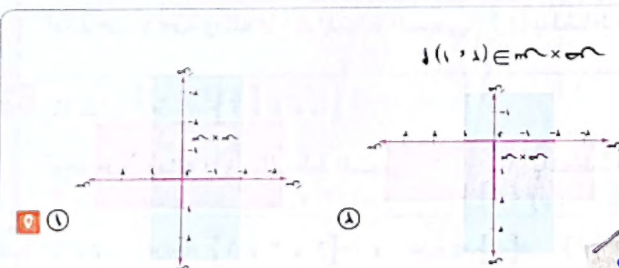
إذا كانت :  $\sim = [1, 2]$  ،  $\sim = [2, 0]$

أوجد المنطقة التي تعبر عن كل مما يأتي باستخدام الشبكة البيانية المتعامدة للحصول الديكارتي  $\mathcal{C}$  :

١  $\sim \times \sim$  ٢  $\sim \times \sim$

وبين أيًا من النقط الآتية ينتمي إلى  $\sim \times \sim$  :

١  $(2, 1)$  ، ٢  $(2, 0)$  ، ٣  $(1, 2)$  ، ٤  $(2, 2)$



في نهاية كل درس

ستجد الإجابات النهائية لأسئلة حاول بنفسك بنفس هذا الشكل

١  $\{ (1, 2) \}$  ٢  $\{ (1, 2) \}$  ٣  $\{ (1, 2) \}$  ٤  $\{ (1, 2) \}$

١  $\{ (1, 2) \}$  ٢  $\{ (1, 2) \}$  ٣  $\{ (1, 2) \}$  ٤  $\{ (1, 2) \}$

١  $\{ (1, 2) \}$  ٢  $\{ (1, 2) \}$  ٣  $\{ (1, 2) \}$  ٤  $\{ (1, 2) \}$

١  $\{ (1, 2) \}$  ٢  $\{ (1, 2) \}$  ٣  $\{ (1, 2) \}$  ٤  $\{ (1, 2) \}$

١  $\{ (1, 2) \}$  ٢  $\{ (1, 2) \}$  ٣  $\{ (1, 2) \}$  ٤  $\{ (1, 2) \}$

١  $\{ (1, 2) \}$  ٢  $\{ (1, 2) \}$  ٣  $\{ (1, 2) \}$  ٤  $\{ (1, 2) \}$

١  $\{ (1, 2) \}$  ٢  $\{ (1, 2) \}$  ٣  $\{ (1, 2) \}$  ٤  $\{ (1, 2) \}$

١  $\{ (1, 2) \}$  ٢  $\{ (1, 2) \}$  ٣  $\{ (1, 2) \}$  ٤  $\{ (1, 2) \}$

١  $\{ (1, 2) \}$  ٢  $\{ (1, 2) \}$  ٣  $\{ (1, 2) \}$  ٤  $\{ (1, 2) \}$

١  $\{ (1, 2) \}$  ٢  $\{ (1, 2) \}$  ٣  $\{ (1, 2) \}$  ٤  $\{ (1, 2) \}$



# تمارين 1

على حامل الضرب الديكارتي



أسئلة كتاب الوزارة

## أولاً حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين منتهيتين

1 في كل مما يأتي أوجد قيم  $a$  ،  $b$  إذا كان :

$$( \sqrt{27}^2 , \sqrt{25}^2 ) = (a , b) \quad 2$$

$$(9 , 5 - ) = (a , b) \quad 1$$

$$(1 - , 4 - 2) = (3 - a , 6) \quad 4$$

$$(3 - , 2) = (1 + a , 2 - 4) \quad 3$$

$$(3 - a^2 , 4 - 2) = (a , b) \quad 6$$

$$(1 - a^2 , 2 - ) = (26 , 7 - 4) \quad 5$$

$$(a , a^2) = (7 , 4) \quad 8$$

$$( \sqrt{27}^2 , 32 ) = (1 - a^2 , 4) \quad 7$$

$$(44 , 1 - 45) = (a , 3) \quad 10$$

$$(4 , 1 + a^2) = (7 , 42) \quad 9$$

2 إذا كانت :  $\{2 , 1\} = S$  ،  $\{5 , 4 , 3\} = V$

أوجد  $S \times V$  ومثله : 1 بالمخطط السهمي. 2 بالمخطط البياني.

3 إذا كانت :  $\{8 , 4 , 3\} = S$

أوجد  $S^2$  ومثله : 1 بالمخطط السهمي. 2 بالمخطط البياني.

4 إذا كانت :  $\{3 , 2 , 1\} = S$  ،  $\{4\} = V$

أوجد : 1  $S \times V$  2  $V \times S$

3  $V^2$  4  $(S^2) \cap V$

5 إذا كانت :  $\{1 - , 2\} = S$  ،  $\{0 , 4\} = V$  ،  $\{2 - , 5 , 4\} = E$

أوجد : 1  $S \times V$  2  $V \times E$  3  $S^2$

4  $(S \times E) \cap V$  5  $(V \cap S)^2$  6  $(E)^2$



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $(س - ١ ، ١١) = (٨ ، ص + ٣)$  فإن :  $\sqrt{س + ٢} = \dots\dots\dots$  (يوسعيد ١٩)

(١) ٥ (ب)  $٥ \pm$  (ج)  $\sqrt{١٧}$  (د) ٢٥

٢ إذا كان :  $(س + ٢ ، ص) = (٢ ، ٣)$  فإن :  $س^\circ ص + ١ = \dots\dots\dots$

(الشرقية ٢٠) (١) ٣ (ب) ٢ (ج) صفر (د) ١

٣ إذا كان :  $(س ، \sqrt{ص}) = (١ ، ٤)$  فإن :  $س + ص = \dots\dots\dots$  (الغربية ١٨)

(١) ٢ (ب) ٣ (ج) ١٦ (د) ١٧

٤ لأي مجموعتين  $أ ، ب$  تعبر المجموعة  $\{(س ، ص) : س \in أ ، ص \in ب\}$  عن

(الدعالية ١٦) (١)  $أ \times ب$  (ب)  $ب \times أ$  (ج)  $أ \cup ب$  (د)  $أ \times ب$

٥ إذا كانت :  $س = \{١ ، ٢\}$  فإن :  $س \times \emptyset = \dots\dots\dots$

(١)  $س$  (ب)  $\emptyset$  (ج)  $\{٠\}$  (د)  $\{(٠ ، ١) ، (٠ ، ٢)\}$

٦ إذا كانت :  $س = \{٢\}$  ،  $ص = \{٣\}$  فإن :  $س \times ص = \dots\dots\dots$  (الجيزة ١٧)

(١) ٦ (ب)  $\{٦\}$  (ج)  $(٢ ، ٣)$  (د)  $\{(٢ ، ٣)\}$

٧ إذا كانت :  $س = \{٣\}$  فإن :  $س^٢ = \dots\dots\dots$  (الشرقية ١٧ ، القاهرة ١٣)

(١) ٩ (ب)  $(٣ ، ٣)$  (ج)  $\{٩\}$  (د)  $\{(٣ ، ٣)\}$

٨ إذا كانت :  $س = \{٣\}$  فإن :  $س(س^٢) = \dots\dots\dots$  (قنا ٢٠)

(١) ١ (ب) ٩ (ج)  $\{٣ ، ٣\}$  (د) ٣

٩ إذا كانت :  $س = \{١ ، ٢\}$  ،  $ص = \{٢ ، ٤\}$

(السويس ١٩ ، قنا ١١) فإن :  $(٢ ، ٤) \in \dots\dots\dots$

(١)  $س \times ص$  (ب)  $ص \times س$  (ج)  $س^٢$  (د)  $ص^٢$



١٠ إذا كان:  $\nu = (س)$  ،  $ص = \{١، ٢\}$

(الجينة ١٥)

فإن:  $\nu = (س \times ص) = \dots\dots\dots$

٤ (١) ٣ (ب) ٥ (ج) ٦ (د)

١١ إذا كان:  $\nu = (س)$  ،  $ص = (س \times ص) = ١٢$

(بوسعيد ٢٠، المنيا ١٩، القاهرة ١٨، بوسعيد ١٧، دمياط ١٥)

فإن:  $\nu = (ص) = \dots\dots\dots$

٤ (١) ٩ (ب) ١٥ (ج) ٣٦ (د)

١٢ إذا كان:  $\nu = (س^٢) = ٩$  فإن:  $\nu = (س) = \dots\dots\dots$

٢ (١) ٣ (ب) ٩ (ج) ٨١ (د)

١٣ إذا كان:  $\nu = (س^٢) = ٤$  ،  $\nu = (س \times ص) = ٦$

(الجينة ٢٠)

فإن:  $\nu = (ص^٢) = \dots\dots\dots$

٤ (١) ٩ (ب) ١٦ (ج) ١٢ (د)

(دمياط ١٨)

١٤ إذا كان:  $\nu = (س) = \nu = (س \times ص)$  فإن:  $\nu = (ص) = \dots\dots\dots$

١ (١) ٢ (ب) ٢ (ج) ٤ (د)

١٥ إذا كان:  $٢ \ni س^٢$  حيث  $س = \{س : ٥ > س > ٧، س \ni ط\}$

فإن:  $٢ = \dots\dots\dots$

(الشرقية ٢٠)

٣٦ (١) {٣٦} (ب) (٦، ٦) (ج) [٧، ٥] (د)

١٦ إذا كان:  $(٥، ٣) \ni \{٦، ٢\} \times \{س، ٨\}$

(الإسكندرية ٢٠، بوسعيد ١٩، كفر الشيخ ١٨، قنا ١٥)

فإن:  $س = \dots\dots\dots$

٨ (١) ٦ (ب) ٥ (ج) ٣ (د)

١٧ إذا كان:  $\{٢\} \times \{س، ص\} = \{(٤، ٢)، (٣، ٢)\}$

فإن:  $س - ص = \dots\dots\dots$

(كفر الشيخ ٢٠، الشرقية ٥)

١ (١) ١- (ب)  $١ \pm$  (ج) (د) صفر

٧ إذا كان:  $س \times ص = \{(٦، ٢)، (٩، ٢)، (٦، ٣)، (٩، ٣)، (٦، ٥)، (٩، ٥)\}$

{(٩، ٥) أوجد:  $س، ص$



٨ إذا كان :  $\sim \times \sim = \{(1, 1), (3, 1), (5, 1)\}$

أوجد : ١  $\sim$  ،  $\sim$  ٢  $\sim \times \sim$  ٣  $\sim^2$

(القليوبية ٢٠، سوهاج ١٩، الجيزة ١٦)

٩ إذا كان :  $\sim^2 = \{(1, 1), (2, 1), (1, 2), (2, 2)\}$  أوجد :  $\sim$

١٠ إذا كان :  $\sim \times \sim = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$  أوجد :  $\sim^2$

١١ إذا كانت :  $\sim = \{1, 2, 3, 4\}$  ،  $\sim = \{2, 4, 5\}$

مثل  $\sim$  ،  $\sim$  بشكل فن ثم أوجد :

١  $(\sim \cap \sim) \times \sim$  ٢  $(\sim - \sim) \times \sim$  ٣  $(\sim - \sim) \times \sim$

١٢ إذا كانت :  $\sim = \{2, 4\}$  ،  $\sim = \{4, 5\}$  ،  $\sim = \{5, 6\}$

أوجد : ١  $\sim \times (\sim \cap \sim)$  ٢  $(\sim - \sim) \times \sim$  ٣  $(\sim - \sim) \times (\sim - \sim)$

(المنيا ١٩، المنوفية ١٨، الدقهلية ١٣)

١٣ إذا كانت :  $\sim = \{1\}$  ،  $\sim = \{2, 3\}$  ،  $\sim = \{2, 5, 6\}$

مثل المجموعات  $\sim$  ،  $\sim$  ،  $\sim$  بشكل فن ثم أوجد :

أولاً : ١  $\sim \times \sim$  ٢  $\sim \times \sim$  ٣  $\sim \times \sim$  ٤  $\sim^2$

ثانياً :  $(\sim \times \sim) \cup (\sim \times \sim)$  ثالثاً :  $\sim \times (\sim \cap \sim)$

رابعاً :  $(\sim \times \sim) \cap (\sim \times \sim)$  خامساً :  $(\sim - \sim) \times (\sim \cup \sim)$

## ثانياً حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين غير منتهيتين

١٤ على شبكة بيانية متعامدة للحصول الديكارتي  $\sim \times \sim$  عين النقط الآتية :

أ  $(5, 4)$  ، ب  $(3, -6)$  ، ج  $(-7, 2)$  ، د  $(-1, 6)$  ، هـ  $(-4, -5)$  ، م  $(6, 0)$  ، ن  $(0, 9)$

ثم اذكر الربع الذي تقع فيه أو المحور الذي تنتمي إليه كل من هذه النقاط.



١٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ النقطة ..... تقع في الربع الثاني.

- (١) (٢ ، ٣) (ب) (٢- ، ٣) (ج) (٢- ، ٣) (د) (٢- ، ٣)

٢ إذا كانت النقطة (٩- ، ٥) تقع على محور الصادات فإن ..... (البجيرة ١٨)

- (١) ٩ = ٥ (ب) ٩ + ٥ = ٥ (ج) ٩ ≠ ٥ (د) ٩ = ٥ - ٥

٣ إذا كانت النقطة (٥ ، ٧- ) تقع على محور السينات

فإن : ٥ = ..... (القليوبية ٢٠ ، القاهرة ١٨ ، قنا ١٧ ، ش. سيناء ١٦ ، الإسكندرية ١١)

- (١) ٢ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ١٢

٤ إذا كانت النقطة (٧ ، ٥) تقع على محور الصادات

فإن : ٥ + ٧ = ..... (البجيرة ١٧)

- (١) صفر (ب) ١ (ج) ٥ (د) ٦

٥ إذا كانت : (١ + ٥ ،  $\sqrt{٢٧}$ ) = (١- ، ٥) فإن النقطة (٥ ، ٧) تقع في الربع .....

(الفيوم ٢٠)

- (١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

٦ إذا كانت : ٣ > ٥ فإن النقطة (٥ ، ٣- ) تقع في الربع ..... (القاهرة ١٦)

- (١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

٧ إذا كانت : ٥ ⊃ ٣ فإن النقطة (٣- ، ٥) تقع في الربع ..... (المنوفية ٢٠)

- (١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

٨ إذا كانت النقطة (٩ ، ٥) تقع في الربع الرابع فإن : ٩ = ٥ ..... صفر

- (١) = (ب) < (ج) > (د) ≤

٩ إذا كانت النقطة (٢ ، ٣) ⊃ ٥ فإن :  $\frac{٥}{٢}$  = ..... (حيث ٩ ≠ ٠)

- (١) صفر (ب)  $\frac{٢}{٣}$  (ج) ٢ (د) ٣



١٠ إذا كان :  $(س | ٤) = (٣ ، ص٢)$  والنقطة (س ، ص) تقع فى الربع الثانى فإن :  $س + ص = \dots\dots\dots$  (الشرقية ١٤)

- (١) ٧ (ب) ١ (ج) ١- (د) ٧-

١١ إذا كانت :  $٢ > صفر ، ب < صفر$  ، فإن النقطة التى تقع فى الربع الثانى هى .....

(الفصوص ١٨)

- (١) (٩ ، ب) (ب) (٩- ، ب) (ج) (٩ ، ب-) (د) (٩- ، ب-)

١٢ إذا كانت النقطة (س-٢ ، ٤-س) تقع فى الربع الرابع فإن :  $س = \dots\dots\dots$  حيث  $س \in ص$

- (١) صفر (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٣ إذا كانت النقطة (س-٤ ، ٢-س) حيث  $س \in ص$  تقع فى الربع الثالث

فإن :  $س = \dots\dots\dots$  (البخيرة ٢٠ ، بوسعيد ١٩ ، المنوفية ١٧ ، كقر الشيخ ١٦ ، الإسكندرية ١٥)

- (١) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

١٤ إذا كانت : النقطة (ل٢-٤ ، ل٢) تقع على الجزء السالب من محور الصادات

فإن :  $ل٢ = \dots\dots\dots$  (الشرقية ١٨)

- (١)  $٢ \pm$  (ب) ٤ (ج) ٢- (د) ٢

١٦ إذا كانت :  $٢(٠ ، ٢-)$  ،  $ب(٣ ، ٢-)$  ،  $ح(٣ ، ٢)$  فعين على الشبكة التربيعية ح<sup>٢</sup> النقط ٩ ، ب ، ح ثم أوجد مساحة  $\Delta ب ح$  «٦ وحدات مربعة»

١٧ إذا كانت :  $س- = [٢ ، ٢-]$

أوجد المنطقة التى تمثل  $س- \times س-$  ثم بين أى من النقاط التالية تنتمى إلى الحاصل الديكارى  $س- \times س-$  :

- ١ (٢ ، ١) ، ب (٣ ، ١-) ، ح (٤ ، ١-) ، د (٠ ، ٢-)

١٨ إذا كانت :  $س- = [٢ ، ٢-]$  ،  $ص- = [٤ ، ٠]$  فأوجد المنطقة التى تمثل كلاً من :

- ١  $س- \times ص-$  ٢  $ص- \times س-$  ٣  $ص-٢$



١٩ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $(س - ص) \times ص = \{(١, ٢), (١, ٣)\}$  ،  $ص \times (س - ص) =$

(الشرقية ٢)

فإن :  $س =$  .....

(١)  $\{١\}$  (ب)  $\{١, ٢\}$  (ج)  $\{١, ٣, ٦\}$  (د)  $\{١, ٣, ٢\}$

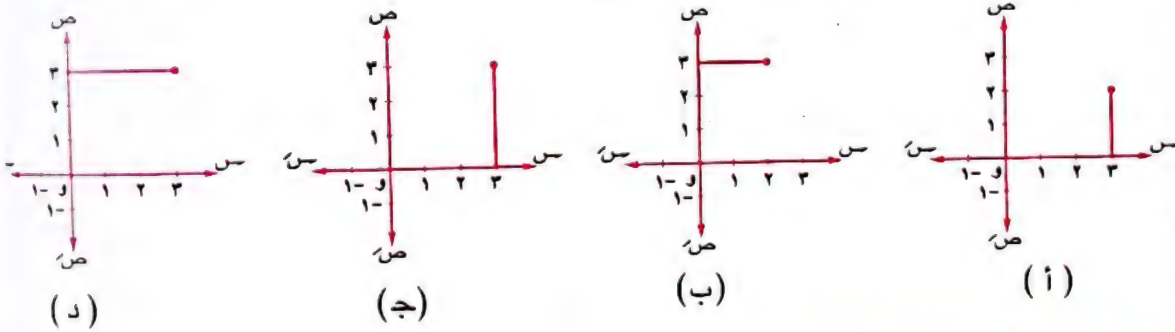
٢ إذا كان :  $س - ص = \{٧\}$  ،  $ص - س = \{٢, ٤\}$  ،  $س \cap ص = \{١\}$

فإن :  $(س \times ص) \cap (ص \times س) =$  .....

(١)  $\{(٦, ٦)\}$  (ب)  $\{(٧, ٢), (٧, ٤)\}$

(ج)  $\{(٧, ٢), (٧, ٤)\}$  (د)  $\{(٦, ٧)\}$

٣  $\{٢\} \times [٠, ٢]$  يمثلها بيانياً الشكل .....



للمتفوقين



٢٠ إذا كانت :  $س \supset ص$

،  $س \times ص = \{(١, ١), (١, ٢), (٢, ٢), (٢, ٣), (٣, ٢), (٢, ١), (١, ٢)\}$  ،  
فأوجد قيم :

٢١ إذا كانت :  $س \supset ص$  ، وكان  $ص \times (س - ص) = \{٦, ٤\}$  ،  $س \ni (١, ٧)$  ،  $س \times ص$

(دعيات ١٧)

فأوجد :  $س$  ،  $ص$  ،  $س \times ص$



الدرس

2

## العلاقة - الدالة (التطبيق)

### أولاً العلاقة

العلاقة من مجموعة  $S$  إلى مجموعة  $T$  هي ارتباط يربط بعض أو كل عناصر  $S$  ببعض أو كل عناصر  $T$  وسنرمز لها عادة بالرمز « $f$ ».

• بيان العلاقة  $f$  من  $S$  إلى  $T$  هو مجموعة من الأزواج المرتبة التي مسقطها الأول ينتمي إلى  $S$  ، ومسقطها الثاني ينتمي إلى  $T$  ويرتبط المسقط الأول في كل منها بالمسقط الثاني بهذه العلاقة.

فإذا كان :  $(s, t) \in f$  بيان  $f$  حيث  $t \in T$  ،  $s \in S$  فإننا نعبر عن ذلك فنكتب « $t \in f(s)$ »

• بيان العلاقة من المجموعة  $S$  إلى المجموعة  $T$  يكون مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتي  $S \times T$

أي أن : بيان  $f$   $\subseteq S \times T$

• يمكن تمثيل العلاقة بمخطط سهمي أو مخطط ديكارتي (بياني).



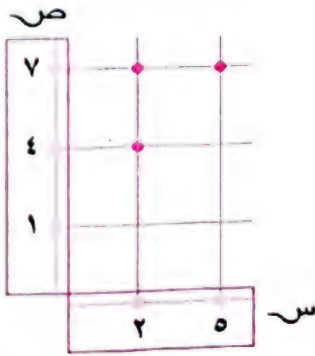
## مثال ١

إذا كانت :  $\sim س = \{٥ ، ٢\}$  ،  $\sim ص = \{٧ ، ٤ ، ١\}$  وكانت  $ع$  علاقة من  $\sim س$  إلى  $\sim ص$  حيث « $أ$   $ع$   $ب$ » تعني « $أ > ب$ » لكل  $أ \in س$  ،  $ب \in ص$  فاكتب بيان  $ع$  ومثلها بمخطط سهمي وآخر ديكارتي (بياني).

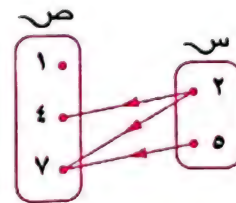
## الحل

$\therefore ٢$  ليست أصغر من  $١$  :  $\therefore (١ ، ٢) \notin ع$  بيان  $ع$   
 $\therefore ٤ > ٢$  ،  $\therefore (٢ ، ٤) \in ع$  بيان  $ع$   
 $\therefore ٧ > ٢$  ،  $\therefore (٢ ، ٧) \in ع$  بيان  $ع$   
 $\therefore ٥$  ليست أصغر من  $١$  :  $\therefore (١ ، ٥) \notin ع$  بيان  $ع$   
 $\therefore ٥$  ليست أصغر من  $٤$  :  $\therefore (٤ ، ٥) \notin ع$  بيان  $ع$   
 $\therefore ٧ > ٥$  ،  $\therefore (٥ ، ٧) \in ع$  بيان  $ع$   
 $\therefore$  بيان  $ع = \{(٧ ، ٥) ، (٧ ، ٢) ، (٤ ، ٢)\}$

• الشكلان الآتيان يمثلان المخطط السهمي والمخطط الديكارتي لهذه العلاقة :



المخطط الديكارتي



المخطط السهمي

## حاول بنفسك ١

إذا كانت :  $\sim س = \{١ ، ٢ ، ٢\}$  ،  $\sim ص = \{٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣\}$  وكانت  $ع$  علاقة من  $\sim س$  إلى  $\sim ص$  حيث « $أ$   $ع$   $ب$ » تعني « $٦ = أ + ب$ » لكل  $أ \in س$  ،  $ب \in ص$  اكتب بيان  $ع$  ومثلها بمخطط سهمي.

## ملاحظة

إذا كانت العلاقة  $\sim$  من  $\sim$  إلى  $\sim$  فإننا نقول إن  $\sim$  علاقة على  $\sim$  ويكون بيان  $\sim \supset \sim \times \sim$  ٢٢

## مثال ٢

إذا كانت :  $\sim = \{2, 1, 0, 1-, 2-\}$  وكانت  $\sim$  علاقة على  $\sim$  حيث «  $\sim$  »

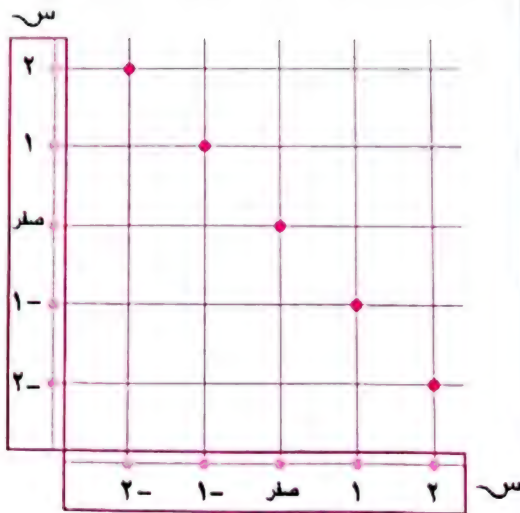
تعني «  $\sim$  معكوس جمعي للعدد  $\sim$  » لكل  $\sim \in \sim$  ،  $\sim \in \sim$  ،

فاكتب بيان  $\sim$  ومثلها بمخططين أحدهما سهمي والآخر بياني.

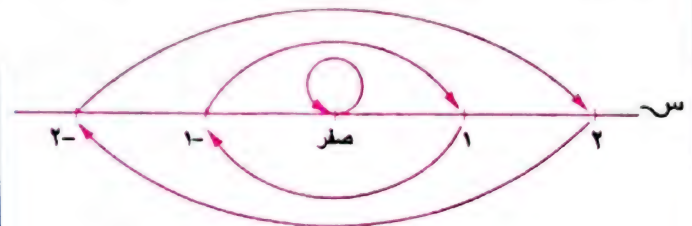
## الحل

بيان  $\sim = \{(2-, 2), (1-, 1), (0, 0), (1, 1-), (2, 2-)\}$

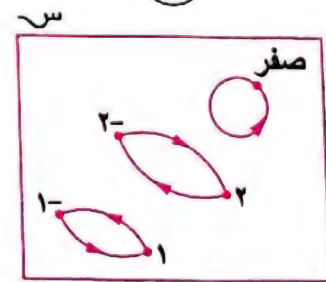
الشكلان الآتيان يمثلان المخطط السهمي والمخطط البياني للعلاقة «  $\sim$  » :



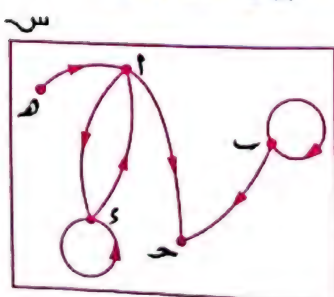
المخطط البياني للعلاقة  $\sim$



(أو)



المخطط السهمي للعلاقة  $\sim$



## مثال ٣

إذا كان المخطط السهمي المقابل يمثل علاقة  $\sim$  على  $\sim$

اكتب بيان  $\sim$  ومثله بمخطط ديكارتي.



نلاحظ في العلاقة السابقة أن :

كل عنصر من عناصر  $S$  قد ارتبط بعنصر واحد فقط من عناصر  $S$

مثل هذه العلاقة تسمى «دالة» أو «تطبيق»، كما تسمى :

• المجموعة  $S = \{0, 1, 2, 3\}$  بـ «مجال الدالة»

• المجموعة  $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  بـ «المجال المقابل للدالة».

• المجموعة  $S = \{0, 2, 4, 6\}$  بـ «مدى الدالة»

وهو مجموعة جزئية من المجال المقابل للدالة.



وبصفة عامة :

يقال لعلاقة من  $S$  إلى  $S$  إنها دالة إذا تحققت إحدى الحالات الآتية :

١ في بيان العلاقة : كل عنصر من عناصر  $S$  يظهر مرة واحدة فقط كمسقط أول في أحد الأزواج المرتبة التي تنتمي إلى بيان العلاقة (لاحظ بيان العلاقة السابقة).

٢ في المخطط السهمي الممثل للعلاقة : كل عنصر من عناصر  $S$  يخرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر  $S$  (لاحظ المخطط السهمي للعلاقة السابقة).

٣ في المخطط البياني الممثل للعلاقة : كل خط رأسي تقع عليه نقطة واحدة فقط من النقاط التي تمثل العلاقة (لاحظ المخطط البياني للعلاقة السابقة).

مثال ٤

إذا كانت :  $S = \{1, 2, 3, 4\}$  ،  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

فبيّن أي العلاقات الآتية تمثل دالة من  $S$  إلى  $S$  ، وإذا كانت دالة اذكر مداها :

١ =  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7)\}$

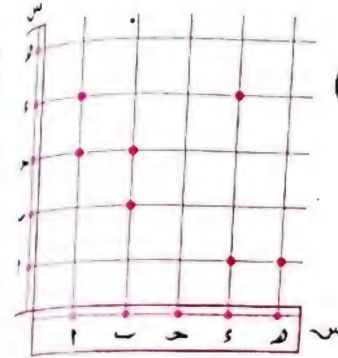
٢ =  $\{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7)\}$

٣ =  $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7)\}$

الحل

بيان ١ =  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7)\}$

$\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7)\}$



حاول بنفسك ٢

إذا كانت :  $S = \{1, 2, 4\}$  وكانت  $f$  علاقة على  $S$  حيث « $f$ »  $S \rightarrow S$  تعني

« $f$  ضعف  $S$ » لكل  $f \in S \rightarrow S$  ،  $f \in S$  اكتب بيان  $f$  ومثله بمخطط ديكارتى.

ثانياً الدالة (التطبيق)

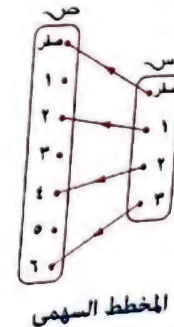
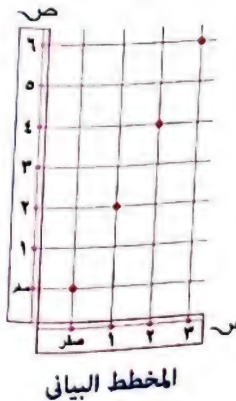
مثال تمهيدى

إذا كانت :  $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ،  $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

،  $f$  علاقة من  $S$  إلى  $S$  حيث « $f$ »  $S \rightarrow S$  تعني « $f$ »  $S \rightarrow S$  لكل  $f \in S \rightarrow S$  ،  $f \in S$  اكتب بيان  $f$  ومثلها بمخطط سهمى وآخر بياني.

الحل

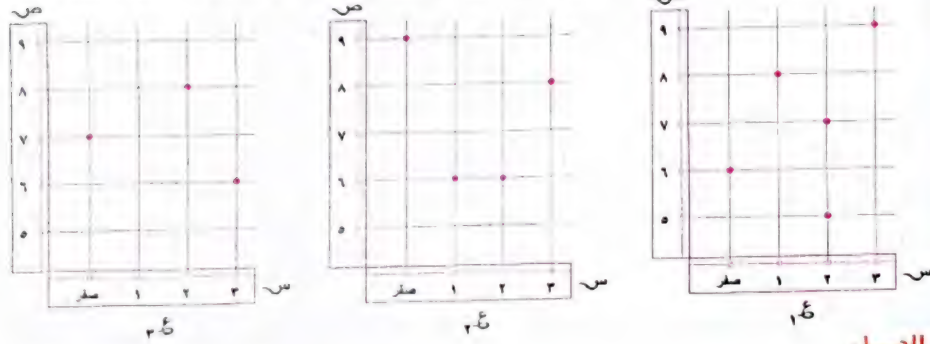
بيان  $f = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$



## مثال ٦

إذا كانت :  $\sim = \{0, 1, 2, 3\}$  ،  $\sim = \{5, 6, 7, 8, 9\}$  ،

فبين أي المخططات البيانية الآتية يمثل دالة من  $\sim$  إلى  $\sim$  وإذا كانت دالة اذكر مداها :



## الحل

- $\sim$  ليست دالة لوجود نقطتين على الخط الرأسى المار بالعنصر  $2 \in \sim$
- $\sim$  دالة لأن كل خط رأسى تقع عليه نقطة واحدة فقط ، مدى الدالة  $\sim$  هو  $\{6, 8, 9\}$
- $\sim$  ليست دالة لعدم وجود أى نقطة على الخط الرأسى المار بالعنصر  $1 \in \sim$

## مثال ٧

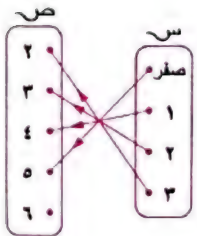
إذا كانت :  $\sim = \{0, 1, 2, 3\}$  ،  $\sim = \{2, 3, 4, 5, 6\}$  ،

وكانت  $\sim$  علاقة من  $\sim$  إلى  $\sim$  حيث « $\sim$ » تعنى « $\sim = \sim + 1$ » لكل  $1 \in \sim$  ،

« $\sim$ » فاكتب بيان  $\sim$  ومثلها بمخطط سهمى .

اذكر مع بيان السبب هل  $\sim$  تمثل دالة من  $\sim$  إلى  $\sim$  أم لا ، وإذا كانت دالة فأوجد مداها .

## الحل



• بيان  $\sim = \{(2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0), (6, 0)\}$

•  $\sim$  تمثل دالة من  $\sim$  إلى  $\sim$  لأن كل عنصر من عناصر  $\sim$

ارتبط بعنصر واحد فقط من عناصر  $\sim$

مدى الدالة =  $\{2, 3, 4, 5\}$

## الحل

•  $\sim$  ليست دالة لأن العنصر  $2 \in \sim$  ظهر كمسقط أول مرتين فى بيان العلاقة وذلك فى

الزوجين المرتبين  $(5, 2)$  ،  $(7, 2)$

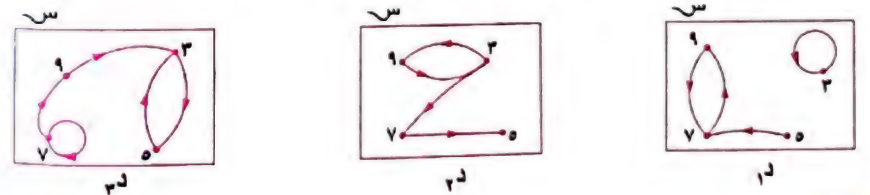
•  $\sim$  ليست دالة لأن العنصر  $2 \in \sim$  لم يظهر كمسقط أول فى أى من الأزواج المرتبة التى تمثل العلاقة.

•  $\sim$  دالة لأن كل عنصر من عناصر  $\sim$  ظهر مرة واحدة فقط كمسقط أول فى أحد الأزواج المرتبة التى تمثل العلاقة ، مدى الدالة  $\sim$  هو  $\{7, 5, 3\}$

## مثال ٥

إذا كانت :  $\sim = \{2, 3, 5, 7, 9\}$

فبين أي المخططات السهمية الآتية يمثل دالة من  $\sim$  إلى  $\sim$  ، وفى حالة الدالة اذكر المدى :



## الحل

•  $\sim$  دالة لأن كل عنصر من عناصر  $\sim$  يخرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر  $\sim$

، مدى الدالة  $\sim$  هو  $\{3, 7, 9\}$

•  $\sim$  ليست دالة لأن العنصر  $5 \in \sim$  لم يخرج منه أى سهم

، أو لأن العنصر  $2 \in \sim$  يخرج منه سهمان.

•  $\sim$  ليست دالة لأن العنصر  $7 \in \sim$  يخرج منه سهمان.



## تمارين 2

على العلاقة - الدالة (التطبيق)

اختبار  
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن : س تسمى .....

(أ) مدى الدالة د

(ب) مجال الدالة د

(ج) المجال المقابل للدالة د

(د) قاعدة الدالة د

٢ إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن : ص تسمى .....

(أ) مجال الدالة.

(ب) المجال المقابل للدالة.

(ج) مدى الدالة.

(د) قاعدة الدالة.

٣ إذا كان بيان العلاقة د هو  $\{(3, 4), (5, 2), (3, 1)\}$ 

فإن د تمثل دالة مداها .....

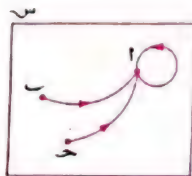
(القليبية ١٧)

(أ)  $\{4, 2, 1\}$ (ب)  $\{5, 3, 1, 4, 2\}$ (ج)  $\{5, 3\}$ 

(د) ط

٤ الشكل المقابل يمثل دالة على س مداها .....

(الفاهية ١١)

(أ)  $\{2\}$ (ب)  $\{2, 1, 3\}$ (ج)  $\{2, 1\}$ (د)  $\{2, 3\}$ 

٥ الشكل المقابل يمثل دالة

على س مداها .....

(أ)  $\{1, 0, 1\}$ (ب)  $\{1, 0, 1\}$ (ج)  $\{2, 1, 0\}$ (د)  $\{2, 1, 0\}$ ٦ إذا كانت : د دالة من س إلى ص حيث س =  $\{5, 4, 2\}$  ، ص =  $\{7, 6\}$ وكانت د =  $\{(6, 2), (6, 4), (6, 5)\}$  فإن : ٢ = .....

(أ) ٤

(ب) ٥

(ج) ١٢

(د) ٦

## مثال ٨

إذا كانت : س =  $\{3, 2, 1, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\}$  وكانت د علاقة على س حيث « ٢ » دتعني « ٢ » معكوس ضربى للعدد د لكل  $2 \in \text{س}$  ،  $3 \in \text{س}$  ،  $0 \in \text{س}$ 

فاكتب بيان د ومثلها بمخطط سهمى ، واذكر مع بيان السبب هل د تمثل دالة أم لا .

## الحل

• بيان د =  $\{(3, \frac{1}{3}), (2, \frac{1}{2}), (1, 1), (\frac{1}{3}, 3), (\frac{1}{2}, 2)\}$  ، $\{(3, \frac{1}{3})\}$ • د لا تمثل دالة لأن العنصر صفر  $0 \in \text{س}$  لم يخرج منه أى سهم فى المخطط السهمى الممثل للعلاقة

## حاول بنفسك ٣

إذا كانت : س =  $\{1, 2, 3\}$  ، ص =  $\{1, 4, 6, 9\}$  وكانت د علاقةمن س إلى ص حيث « ٢ » د « ٢ » لكل  $2 \in \text{س}$  ،  $3 \in \text{س}$ 

فاكتب بيان د ومثلها بمخطط سهمى . اذكر مع بيان السبب هل د تمثل دالة

من س إلى ص أم لا ، وإذا كانت دالة فاذكر مداها .

١٩ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤ ، ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٨ ، ٣٩ ، ٤٠ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٤٣ ، ٤٤ ، ٤٥ ، ٤٦ ، ٤٧ ، ٤٨ ، ٤٩ ، ٥٠ ، ٥١ ، ٥٢ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ، ٥٧ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦١ ، ٦٢ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٤ ، ٧٥ ، ٧٦ ، ٧٧ ، ٧٨ ، ٧٩ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٥ ، ٨٦ ، ٨٧ ، ٨٨ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ ، ٩٢ ، ٩٣ ، ٩٤ ، ٩٥ ، ٩٦ ، ٩٧ ، ٩٨ ، ٩٩ ، ١٠٠

١٩ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤ ، ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٨ ، ٣٩ ، ٤٠ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٤٣ ، ٤٤ ، ٤٥ ، ٤٦ ، ٤٧ ، ٤٨ ، ٤٩ ، ٥٠ ، ٥١ ، ٥٢ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ، ٥٧ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦١ ، ٦٢ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٤ ، ٧٥ ، ٧٦ ، ٧٧ ، ٧٨ ، ٧٩ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٥ ، ٨٦ ، ٨٧ ، ٨٨ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ ، ٩٢ ، ٩٣ ، ٩٤ ، ٩٥ ، ٩٦ ، ٩٧ ، ٩٨ ، ٩٩ ، ١٠٠

١٩ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤ ، ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٨ ، ٣٩ ، ٤٠ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٤٣ ، ٤٤ ، ٤٥ ، ٤٦ ، ٤٧ ، ٤٨ ، ٤٩ ، ٥٠ ، ٥١ ، ٥٢ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ، ٥٧ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦١ ، ٦٢ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٤ ، ٧٥ ، ٧٦ ، ٧٧ ، ٧٨ ، ٧٩ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٥ ، ٨٦ ، ٨٧ ، ٨٨ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ ، ٩٢ ، ٩٣ ، ٩٤ ، ٩٥ ، ٩٦ ، ٩٧ ، ٩٨ ، ٩٩ ، ١٠٠

١٩ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤ ، ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٨ ، ٣٩ ، ٤٠ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٤٣ ، ٤٤ ، ٤٥ ، ٤٦ ، ٤٧ ، ٤٨ ، ٤٩ ، ٥٠ ، ٥١ ، ٥٢ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ، ٥٧ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦١ ، ٦٢ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٤ ، ٧٥ ، ٧٦ ، ٧٧ ، ٧٨ ، ٧٩ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٥ ، ٨٦ ، ٨٧ ، ٨٨ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ ، ٩٢ ، ٩٣ ، ٩٤ ، ٩٥ ، ٩٦ ، ٩٧ ، ٩٨ ، ٩٩ ، ١٠٠

١٩ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤ ، ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٨ ، ٣٩ ، ٤٠ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٤٣ ، ٤٤ ، ٤٥ ، ٤٦ ، ٤٧ ، ٤٨ ، ٤٩ ، ٥٠ ، ٥١ ، ٥٢ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ، ٥٧ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦١ ، ٦٢ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٤ ، ٧٥ ، ٧٦ ، ٧٧ ، ٧٨ ، ٧٩ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٥ ، ٨٦ ، ٨٧ ، ٨٨ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ ، ٩٢ ، ٩٣ ، ٩٤ ، ٩٥ ، ٩٦ ، ٩٧ ، ٩٨ ، ٩٩ ، ١٠٠

# تمارين 2

على العلاقة - الدالة (التطبيق)

اختبار  
تفاعلي



أسئلة كتاب الوزارة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن : س تسمى .....

(أ) مدى الدالة د

(ب) مجال الدالة د

(ج) المجال المقابل للدالة د

(د) قاعدة الدالة د

٢ إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن : ص تسمى .....

(أ) مجال الدالة.

(ب) المجال المقابل للدالة.

(ج) مدى الدالة.

(د) قاعدة الدالة.

٣ إذا كان بيان العلاقة ع هو  $\{(3, 1), (2, 5), (4, 3)\}$

فإن ع تمثل دالة مداها ..... (القليوبية ١٧)

(أ)  $\{1, 2, 4\}$

(ب)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(ج)  $\{2, 5\}$

(د) ط

٤ الشكل المقابل يمثل دالة على س مداها ..... (القاهرة ١١)



(أ)  $\{1, 2\}$

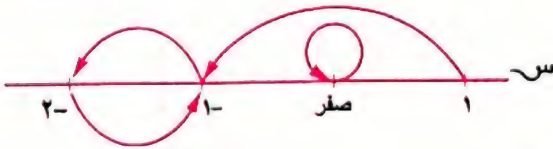
(ب)  $\{1, 2, 3\}$

(ج)  $\{1, 2\}$

(د)  $\{1, 2, 3\}$

٥ الشكل المقابل يمثل دالة

على س مداها .....



(أ)  $\{1, 0, 1\}$

(ب)  $\{1, 0, 1\}$

(ج)  $\{2, 1, 0\}$

(د)  $\{2, 1, 0\}$

(أ)  $\{1, 0, 1\}$

(ج)  $\{2, 1, 0\}$

٦ إذا كانت : ع دالة من س إلى ص حيث  $S = \{2, 4, 5\}$  ،  $V = \{6, 7\}$

وكانت ع  $= \{(2, 6), (4, 6), (5, 6)\}$  فإن : ٢ = .....

(أ) ٦

(ب) ٥

(ج) ١٢

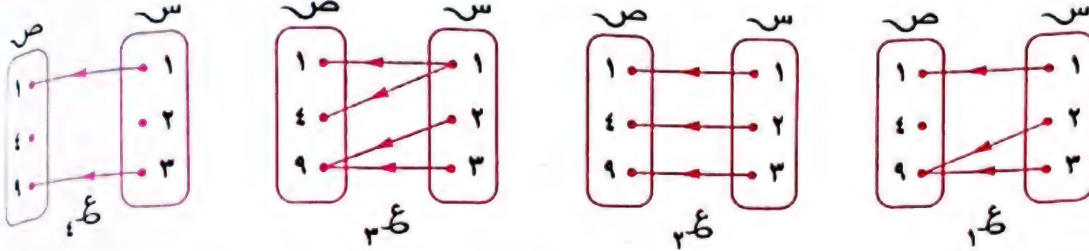
(د) ٦

(أ) ٤



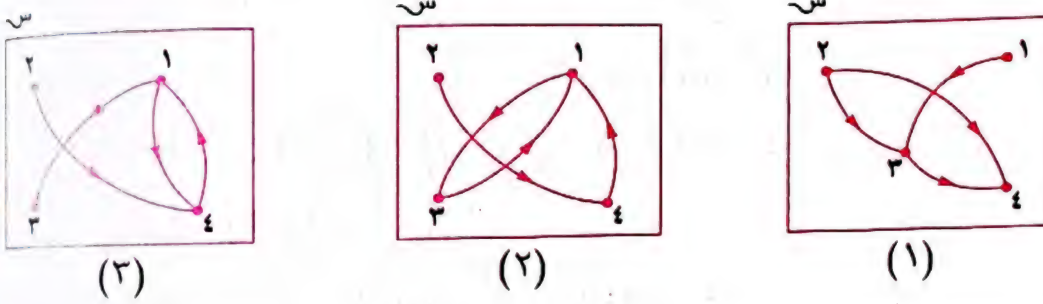
٢ أي من العلاقات التالية تمثل دالة من  $\sim$  إلى  $\text{ص}$ ؟

وإذا كانت العلاقة تمثل دالة ، فأوجد مدى الدالة :

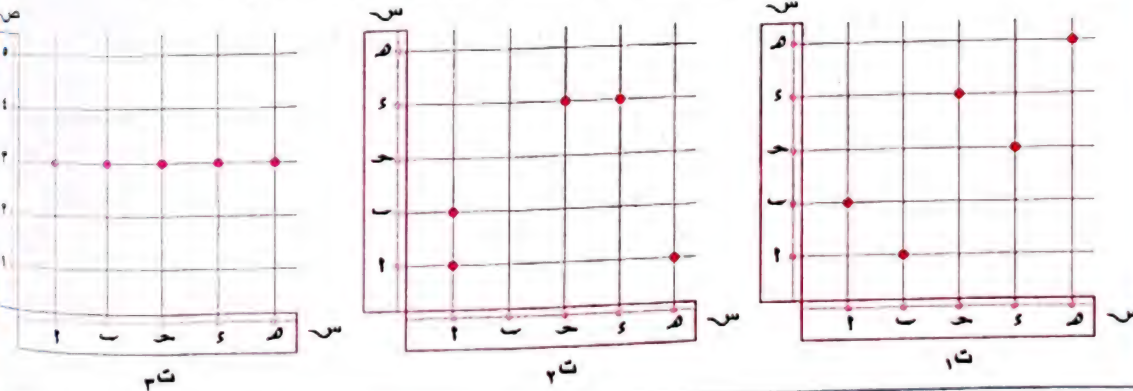


٣ إذا كانت :  $\sim = \{1, 2, 3, 4\}$

فأي من المخططات السهمية الآتية تعبر عن دالة على المجموعة  $\sim$  ؟



٤ بين أي المخططات البيانية الآتية يعبر عن دالة واذكر بيان كل دالة ومداهما :



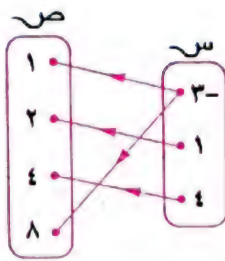
٥ إذا كانت :  $\sim = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$  ،  $\text{ص} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$  فأي العلاقات الآتية

دالة من  $\sim$  إلى  $\text{ص}$  وأيها ليست دالة مع ذكر السبب ، وإذا كانت العلاقة دالة اذكر مداهما

١  $\{ (1, 1), (2, 2) \} = \text{ع}$

٢  $\{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (8, 8), (10, 10) \} = \text{ع}$

٣  $\{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (8, 8), (10, 10) \} = \text{ع}$



المخطط السهمي المقابل يمثل علاقة  $\hookrightarrow$  من  $S$  ←  $V$  حيث :

$$S = \{3, 1, 4\} , V = \{8, 4, 2, 1\}$$

١ اكتب بيان  $\hookrightarrow$

٢ هل  $\hookrightarrow$  دالة أم لا ؟ ولماذا ؟

٣ ما قيمة  $S$  إذا كان :  $(S, 2) \ni$  بيان  $\hookrightarrow$  ؟

(بني سويف ١٧، سوهاج ١٦)

٧ إذا كانت :  $S = \{3, 2, 1\}$  ،  $V = \{12, 9, 6, 3, 1\}$  وكانت  $\hookrightarrow$  علاقة

من  $S$  إلى  $V$  حيث «  $\hookrightarrow$  » تعني «  $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$  » لكل  $\frac{1}{3} \in S$  ،  $\frac{1}{3} \in V$

اكتب بيان  $\hookrightarrow$  وبين أنها دالة واكتب مداها.

(مطروح ١٩، سوهاج ١٧، المنوفية ١٥)

٨ إذا كانت :  $S = \{10, 8, 6, 4\}$  ،  $V = \{5, 4, 3, 2\}$  وكانت  $\hookrightarrow$  علاقة

من  $S$  إلى  $V$  حيث «  $\hookrightarrow$  » تعني أن «  $2 = \frac{1}{2}$  » لكل  $\frac{1}{2} \in S$  ،  $\frac{1}{2} \in V$

(أسوان ١١)

٩ إذا كانت :  $S = \{5, 4, 3, 1\}$  ،  $V = \{6, 5, 4, 3, 2, 1\}$

وكانت  $\hookrightarrow$  علاقة من  $S$  إلى  $V$  حيث «  $\hookrightarrow$  » تعني «  $7 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  » لكل  $\frac{1}{2} \in S$  ،  $\frac{1}{2} \in V$

،  $\frac{1}{2} \in V$  اكتب بيان  $\hookrightarrow$  ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

(بورسعيد ١٧، بني سويف ١٥)

١٠ إذا كانت :  $S = \{7, 4, 1, 0\}$  ،  $V = \{6, 5, 3, 1\}$

وكانت  $\hookrightarrow$  علاقة من  $S$  إلى  $V$  حيث «  $\hookrightarrow$  » تعني «  $8 > \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  » لكل  $\frac{1}{2} \in S$  ،  $\frac{1}{2} \in V$

،  $\frac{1}{2} \in V$  اكتب بيان  $\hookrightarrow$  ، ومثلها بمخطط سهمي. هل  $\hookrightarrow$  دالة ؟ ولماذا ؟

(الإسكندرية ١٨)

١١ إذا كانت :  $S = \{7, 5, 4, 2\}$  ،  $V = \{9, 7, 6, 5, 4\}$

وكانت  $\hookrightarrow$  علاقة من  $S$  إلى  $V$  حيث «  $\hookrightarrow$  » تعني «  $\geq \frac{1}{2}$  » لكل  $\frac{1}{2} \in S$  ،  $\frac{1}{2} \in V$

اكتب بيان  $\hookrightarrow$  ومثله بمخطط سهمي وآخر بياني.



٢٥ إذا كانت :  $s = \{-2, 2, 5\}$  ،  $v = \{3, 7, l\}$  وكانت  $g$  دالة من  $s$  إلى  $v$  حيث « $g$ » تعني « $g = 1 - 2$ » لكل  $a \in s$  ،  $b \in v$    
 ١ أوجد قيمة  $l$    
 ٢ مثل الدالة  $g$  بمخطط سهمي.

٢٦ إذا كانت :  $s = \{0, 4, 16\}$  ،  $v = \{0, 2, 4\}$    
 فبين أي العلاقات الآتية تمثل دالة من  $s$  إلى  $v$  :   
 ١  $g$  حيث « $g$ » تعني « $g = 2$ » لكل  $a \in s$  ،  $b \in v$    
 ٢  $g$  حيث « $g$ » تعني « $g = \sqrt{a}$ » لكل  $a \in s$  ،  $b \in v$    
 ٣  $g$  حيث « $g$ » تعني « $g = \frac{1}{a}$ » لكل  $a \in s$  ،  $b \in v$

٢٧ إذا كانت :  $g$  علاقة على مجموعة الأعداد الطبيعية (ط) حيث « $g$ » تعني « $a \times b$ »   
 لكل  $a \in ط$  ،  $b \in ط$    
 ١ إذا كان :  $s = ط$  فأوجد قيمة :  $s$    
 ٢ إذا كان :  $v = ط$  فأوجد قيمة :  $v$

٢٨ إذا كانت :  $g$  علاقة على مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة ( $+$ ) حيث « $s$ »   
 تعني « $s = 2$ » لكل  $s \in +$  ،  $v \in +$  وكان كل من الأزواج المرتبة التالية ينتمي لبيان  $g$  :  $(2, 4)$  ،  $(\frac{2}{9}, 3)$  ،  $(3, 9)$  ،  $(\frac{9}{32}, 5)$    
 أوجد قيمة كل من :  $4$  ،  $3$  ،  $5$

٢٩ إذا كانت :  $s = \{1, 0, -1\}$  وكانت  $g$  علاقة المعكوس الجمعي على  $s$  ،  $g$  علاقة المعكوس الضربي على  $s$    
 أوجد :  $g = g_1 \cap g_2$  ، وهل  $g$  تمثل دالة على  $s$  ؟

٣٠ إذا كانت :  $s = \{1, 2, 3\}$  ،  $v = \{13, 31, 65, 23\}$  وكانت  $g$  علاقة من  $s$  إلى  $v$  حيث « $g$ » تعني « $a$  رقم من أرقام العدد  $b$ » لكل  $a \in s$  ،  $b \in v$    
 ١ اكتب بيان  $g$  ومثله بمخطط سهمي.   
 ٢ بين أيًا مما يلي صواب مع ذكر السبب :  $2 \in 65$  ،  $1 \in 31$  ،  $3 \in 13$    
 ٣ اكتب بطريقة السرد :  $m = \{(23, v) : (23, v) \in g\}$

٣١ إذا كانت :  $\{ -1, 1, 2 \} = \text{ب}$  ،  $\{ 5 : 6 \exists \text{ط} \} = \text{ب}$  وكانت  $\text{ع}$  علاقة من  $\text{أ}$  إلى  $\text{ب}$  حيث « $\text{س ع ص}$ » تعني « $\text{ص} = 2\text{س} + 3$ » لكل  $\text{س} \in \text{أ}$  ،  $\text{ص} \in \text{ب}$  أوجد بيان  $\text{ع}$  ومثله بمخطط سهمي.

٣٢ إذا كانت :  $\text{س} = \{ 1, 2, 3 \}$  ،  $\text{ص} = \{ 3, 4, 5 \}$  بين مع ذكر السبب أيًا مما يأتي يمثل علاقة من  $\text{س}$  إلى  $\text{ص}$  :

١  $\text{ل} = \{ (3, 5), (3, 3), (3, 1) \}$

٢  $\text{م} = \{ (4, 2), (3, 3), (3, 1), (4, 3) \}$

٣٣ إذا كانت :  $\text{س} = \{ 1, 3, 5 \}$  ،  $\text{ع}$  دالة على  $\text{س}$  ، بيان  $\text{ع} = \{ (5, 1), (1, 3), (3, 4) \}$  أوجد : ١ مدى الدالة.

٢ القيمة العددية للمقدار :  $\text{أ} + \text{ب}$

(أسوان ٢٠، القليوبية ٢٠)

### للمتفوقين

٣٤ إذا كانت :  $\text{س} = \{ -2, -1, 0, 1, 2 \}$  ،  $\text{ص} = [0, 4]$  وكانت  $\text{ع}$  علاقة من  $\text{س}$  إلى  $\text{ص}$  بحيث « $\text{أ ع ب}$ » تعني « $\text{أ} = 2\text{ب}$ » لكل  $\text{أ} \in \text{س}$  ،  $\text{ب} \in \text{ص}$  فاكتب بيان  $\text{ع}$  وانكر هل العلاقة  $\text{ع}$  دالة من  $\text{س}$  إلى  $\text{ص}$  أم لا مع بيان السبب.

٣٥ إذا كانت  $\text{ع}$  دالة من  $\text{س}$  إلى  $\text{ص}$  حيث « $\text{أ ع ب}$ » تعني « $\text{أ}$  تقسم  $\text{ب}$ » لكل  $\text{أ} \in \text{س}$  ،  $\text{ب} \in \text{ص}$  ، وإذا كان :  $\text{س} \cup \text{ص} = \{ 2, 3, 5, 11, 14, 9, 35 \}$  ، وكان :  $\text{ن}(\text{س}) = 3$  ،  $\text{ن}(\text{س} \times \text{ص}) = 12$  أوجد كلاً من :  $\text{س}$  ،  $\text{ص}$  ثم اكتب بيان الدالة  $\text{ع}$  وأوجد مداها.

٣٦ إذا كانت  $\text{ع}$  دالة من  $\text{س}$  إلى  $\text{ص}$  حيث « $\text{أ ع ب}$ » تعني « $\text{أ}$  مضاعف  $\text{ب}$ » لكل  $\text{أ} \in \text{س}$  ،  $\text{ب} \in \text{ص}$  ، وإذا كان :  $\text{ن}(\text{س}) = 4$  ،  $\text{ن}(\text{ص}) = 2$  ،  $\text{س} \cup \text{ص} = \{ 4, 8, 9, 27 \}$  أوجد كلاً من :  $\text{س}$  ،  $\text{ص}$  ثم اكتب بيان الدالة  $\text{ع}$  وأوجد مداها.



تذكرون

إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص أي : د : س → ص فإن :

١ س تُسمى « مجال الدالة د »

٢ ص تُسمى « المجال المقابل للدالة د »

٣ مجموعة صور عناصر مجموعة المجال س بالدالة د تُسمى « مدى الدالة د »

وهي مجموعة جزئية من المجال المقابل ص

مثال ١

إذا كانت : س = { ١ ، ٠ ، -١ } ، ص = { ٠ ، ١ ، -٢ } ،

وكانت الدالة د : س → ص حيث د (س) = س<sup>٢</sup> - ١

فأوجد بيان الدالة د ومثلها بمخطط سهمي واكتب مداها.

الحل

∴ د (س) = س<sup>٢</sup> - ١

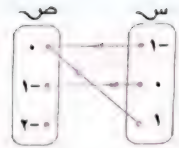
∴ د (١-) = (١-) - ١ = ٠ ، ∴ (١-) ، ٠) بيان الدالة د

د (٠) = (٠) - ١ = -١ ، ∴ (٠) ، -١) بيان الدالة د

د (١) = (١) - ١ = ٠ ، ∴ (١) ، ٠) بيان الدالة د

∴ بيان د = { (١-) ، ٠) ، (٠) ، -١) ، (١) ، ٠) }

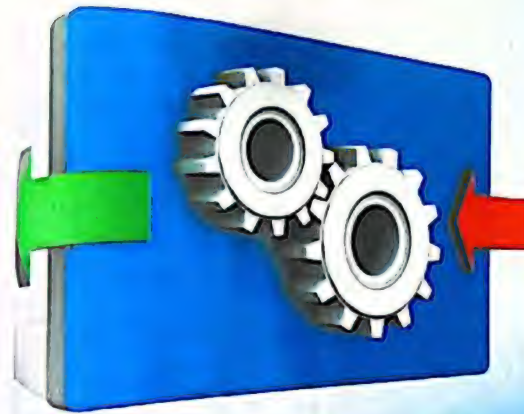
، مدى الدالة د = { ١- ، ٠ }



ملاحظة

إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى نفسها أي : د : س → س

فنقول إن : « د دالة على س »



الدرس

3

التعبير الرمزي عن الدالة - دوال كثيرات الحدود

التعبير الرمزي عن الدالة

\* يُرمز عادةً للدالة من المجموعة س إلى المجموعة ص بأحد الحروف مثل : د أو م أو ... وتكتب رياضياً :

د : س → ص وتقرأ د دالة من س إلى ص

أ ، م : س → ص وتقرأ م دالة من س إلى ص وهكذا ...

\* إذا كانت د : س → ص وكان الزوج المرتب (س ، ص) ينتمي إلى بيان الدالة د

فإن العنصر ص يسمى صورة العنصر س بواسطة الدالة د

ونكتب ذلك بإحدى الصورتين :

د : س → ص وتقرأ د ترسم س إلى ص

أ ، د : د (س) = ص وتقرأ د دالة حيث د (س) = ص

فمثلاً : إذا كانت د : س → ص بحيث : د : س → س<sup>٢</sup> فإن د : ٣ → ٩

ويمكن أن نكتب ذلك على الصورة : د (س) = س<sup>٢</sup> ومنها د (٣) = ٩

ملاحظة

الصورة الرياضية د (س) = س<sup>٢</sup> تُسمى بقاعدة الدالة د ، وتستخدم لإيجاد صورة كل عنصر من عناصر المجال بواسطة الدالة د

**مثال ۲**

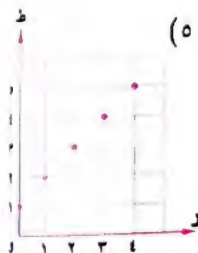
إذا كانت د : ط  $\leftarrow$  ط حيث ط هي مجموعة الأعداد الطبيعية ، وكانت : د (س) = س + ١  
 فاوجد : د (٠) ، د (١) ، د (٢) ، د (٣) ، د (٤) ثم ارسم جزءاً من الشبكة التربيعية  
 للحصول الديكارتي ط  $\times$  ط ومثل عليها خمسة عناصر من هذه الدالة. ما هو مدى د ؟

### الحل

د (س) = س + ١ لكل س ط (تعني أن : صورة أى عدد طبيعي بالدالة د هو العدد ١ + س)  
 $\therefore$  د (٠) = ٠ + ١ = ١ ، د (١) = ٢  
 د (٢) = ٣ ، د (٣) = ٤ ، د (٤) = ٥

∴ الأزواج المرتبة (٠، ١)، (١، ٢)، (٢، ٣)، (٣، ٤)، (٤، ٥) هي خمسة عناصر من عناصر الدالة  $f$

• مدى  $d$  هو جميع الأعداد الطبيعية عدا الصفر  
(لأنه لا يوجد عدد طبيعي إذا أُضيف إلى ١ يكون  
أى أن:  $d = ط - \{ . \}$



**حاول بنفسك**

إذا كانت :  $S = \{2, 4, 6, 8\}$  ،  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
 وكانت الدالة :  $S \leftarrow V$  حيث  $D(S) = \frac{1}{4}$  س  
 فاكتب بيان د ومثلها بمخطط بياني وأوجد مداها .

**دوال كثيرات الحدود**

## تعريف

الدالة  $d: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ ،  $d(s) = s_1 + s_2 + \dots + s_n$  حيث  $s_1, s_2, \dots, s_n \in \mathcal{C}$ ،  $n \in \mathbb{N}$  تسمى دالة كثيرة حدود.

95

زى ان :

الدالة كثيرة الحدود هي دالة قاعدتها حد أو مقدار جبري ويتوفر فيها الشرطان الآتيان :

كل من المجال والمجال المقابل للدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$

قوة (أس) المتغير  $s$  فى أى حد من حدود قاعدتها هو عدد طبيعى.

وفيما يلي أمثلة لدوال كثيرات الحدود :

$$\begin{array}{ll} \text{د: د} \quad (س) = 2س + 5 & \text{م: م} \quad (س) = 2س - 1 + س \\ \text{ق: ق} \quad (س) = 8 & \text{ن: ن} \quad (س) = 1 + 2س - 9س \end{array}$$

” ملاحظة

إذا كان أى من المجال أو المجال المقابل للدالة ليس مجموعة الأعداد الحقيقية فإن الدالة ليست كثيرة حدود.

فمثلاً:  $d : d (s) = \sqrt{s}$  ليست دالة كثيرة حدود

لأن د (س) غير موجودة في ح إذا كانت ح تساوي عدداً سالماً.

فمثلاً: د  $(1-)$   $\mathcal{C} \not\supseteq \sqrt{1-}$  لأن:  $\mathcal{C} \not\supseteq \sqrt{1-}$

وبالتالى فإن مجال الدالة  $d$  ليس مجموعة الأعداد الحقيقية.

•  $r : r(s) = \frac{1}{s}$  ليست دالة كثيرة حدود

لأن  $m$  (س) غير موجودة في  $E$  إذا كانت  $s = 0$  أي أن  $m \in (0) \neq E$

وبالتالى فإن مجال الدالة من ليس مجموعة الأعداد الحقيقية.

” ملاحظة

عند بحث ما إذا كانت دالة تمثل دالة كثيرة حدود أم لا فإننا لا نقوم بتبسيط قاعدتها.

“”

فمثلاً : الدالة  $d : s \mapsto (s) = s \left( s + \frac{1}{s} \right)$  لا تمثل دالة كثيرة حدود لأن :  $d(0) \neq c$

بينما الدالة  $d_2$  :  $d_2(s) = s^2 + 1$  تمثل دالة كثيرة حدود.

ولاحظ أن:  $s = \left(\frac{1}{s} + s\right) = 1 + s^2$  لجميع الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر.



درجة الدالة كثيرة الحدود هي أكبر قوة

درجة الدالة كثيرة الحدود هي أكبر قوة للمتغير في قاعدة الدالة.

**فمثلاً:** • الدالة  $d_1 : (s) = 2s - \frac{1}{4}$  من الدرجة الأولى (دالة خطية)

• الدالة  $d_4$  :  $d_4(s) = s^4 - 5s^3 + 2s^2 + 4s + 1$  من الدرجة الثانية (دالة تربيعية)

• الدالة د<sub>٣</sub> : د<sub>٣</sub>(س) = س<sup>٢</sup> - ٥س + ٤ من الدرجة الثالثة (دالة تكعيبية)

” ملاحظة

الدالة  $d: (S) = \{ \cdot \}$  دالة كثيرة حدود من الدرجة صفر (دالة ثابتة)

مثلاً د : د (س) = ۲

وفى حالة ١ = ٠ أى عندما د (س) = ٠ فإن الدالة د ليس لها درجة.

**مثال**

إذا كانت د : ح ← ح فاذا كر درجة د :

۱ د (س) = ۵ - ۲ = ۳

۲ د (س) = ۳ س - س ۲

$$3 \text{ د } (س) = 5س - 2س^2 + س^3$$

$$4 \text{ د } (س) = س^2 (س + 2)$$

$$5. \quad d(s) = s(s^2 + 2s + 1) - s^2(s^2 - 2s + 1) = s^4 - 2s^3 + s^2 - s^4 + 2s^3 - s^2 = 0$$

### الحل

١ د دالة من الدرجة الأولى.

٣ دالة من الدرجة الثالثة.

4.  $\therefore d(s) = (s^2 + 4s + 4)(s^2 + 2s + 2)$

$$= 4s^2 + 4s^2 + s^4$$

∴ د دالة من الدرجة الرابعة.

لاحظ أنه

عند بحث درجة الدالة يجب تبسيط قاعدتها  
إلى أبسط صورة قبل تعيين درجتها.

## حاول بنفسك ٢

$$5 \quad \therefore 2 = 2 + (-2) + 2 + (-2) + 2 = (2)$$

∴ د دالة من الدرجة الثالثة.

أي من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية تمثل دالة كثيرة حدود وعين درجتها إذا كانت كثيرة حدود :

$$1) \quad (s) = (s - 2) = (s - 2)$$

$$\left(5 + \frac{2}{s}\right)s = (s) \quad \text{۲}$$

$$1 + \sqrt{s} - s = (s) \quad \boxed{3}$$

٤.  $(s - 2) - 2 = (s)$

**مثال ۴**

إذا كانت د : د (س) =  $s^2 - 2s + 5$

١ أوجد: د (١) ، د (٠) ، د (٢-) ، د (١/٢) ، د (٥٧)

٢ أثبت أن:  $2 = (1 + \sqrt{2})^2 (1 - \sqrt{2})^2$

### الحل

$$x = 0 + 2 - 1 = 0 + (1) \times 2 - 2(1) = (1) \quad \text{✓}$$

وبالمثل :  $0 = (.)$  ،  $١٣ = (٢-)$  ،  $\frac{١}{٤} = (\frac{١}{٢})$  ،

$$\sqrt{r^2 - 1} = (\sqrt{r})^2$$

$$0 + (1 + \sqrt{2})^2 - (1 + \sqrt{2}) = (1 + \sqrt{2}) \quad \therefore \quad \text{r}$$

$$(1) \quad 12 = 0 + 2 - \sqrt{2}\sqrt{2} - \sqrt{2}\sqrt{2} + 1 + 1 =$$

$$0 + (\sqrt{r} - 1)r - (\sqrt{r} - 1) = (\sqrt{r} - 1)r$$

$$(2) \quad 7 = 0 + \sqrt{2}\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}\sqrt{2} - 2 + 1 =$$

$$(\sqrt{2}-1) \cdot 2 = (1+\sqrt{2}) \cdot 2 \therefore (2), (1) \text{ من } (2)$$

## مثال ٥

إذا كانت : د (س) = ٢س + ٢ ، س (س) = ٢س + ٢

وكان : د (٢) + س (٤) = ٣٠ فأوجد : د (٢) - س (٢)

الحل

$$\therefore \text{د (٢)} = ٢ \times ٢ + ٢ = ٤ + ٢ = ٦ ، \text{س (٤)} = ٢ \times ٤ + ٢ = ٨ + ٢ = ١٠$$

$$\therefore \text{د (٢)} + \text{س (٤)} = ٦ + ١٠ = ١٦$$

$$\therefore ٣٠ = \text{د (٢)} + \text{س (٤)} = ١٦ + ١٠ = ٢٦$$

$$\therefore ٥ = \frac{١٠}{٢} = \text{س (٢)}$$

$$\therefore \text{د (٢)} = ٢ \times ٢ + ٢ = ٦ ، \text{س (٢)} = ٥$$

$$\therefore \text{د (٢)} - \text{س (٢)} = ٦ - ٥ = ١$$

$$\therefore \text{د (٢)} - \text{س (٢)} = ١ = ٦ - ٥ = ١$$

## حاول بنفسك ٢

إذا كانت : د (س) = ٢س + ٥ ، س (س) = ٢س - ٦

فأثبت أن : د (٢) + س (٣) = صفر

١. اكتب دالة د (س) و س (س)

٢. اكتب دالة د (س) و س (س)

٣. اكتب دالة د (س) و س (س)

$$\{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠\}$$

٤. اكتب دالة د (س) و س (س)

٥. اكتب دالة د (س) و س (س)



# تمارين 3

## على التعبير الرمزي عن الدالة - دوال كثيرات الحدود

اختبار  
تفاعلي



أسئلة كتاب الوزارة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة صور عناصر مجال الدالة تسمى ..... (مطروح ١٦، دمياط ١٥)

(١) القاعدة. (ب) المجال. (ج) المدى. (د) المجال المقابل.

٢ إذا كانت الدالة د :  $s \rightarrow s^2$  فإن مدى الدالة د ..... (القاهرة ١٧)

(١)  $s \times s$  (ب)  $s$  (ج)  $s \times s$  (د)  $s$

٣ الدالة د حيث د (س) =  $s^4 - 2s^2 + 7$

كثيرة حدود من الدرجة ..... (ج. سيناء ١٩، السويست ١٥)

(١) الأولى. (ب) الثانية. (ج) الثالثة. (د) الرابعة.

٤ الدالة د : د (س) =  $s(s - 2s^2)$  هي دالة كثيرة حدود من الدرجة .....

(١) الأولى. (ب) الثانية. (ج) الثالثة. (د) الرابعة.

٥ الدالة د : د (س) =  $s^2 - (s^2 - 3s)$  كثيرة حدود من

الدرجة ..... (بور سعيد ١٦)

(١) الأولى. (ب) الثانية. (ج) الثالثة. (د) الرابعة.

٦ الدالة د : د (س) =  $s^2(s - 3)$

هي دالة كثيرة حدود من الدرجة ..... (أسوان ١٣)

(١) الأولى. (ب) الثانية. (ج) الثالثة. (د) الرابعة.

٧ الدالة د : د (س) =  $s(s - 5)$  هي دالة كثيرة حدود من الدرجة ..... (قنا ١١)

(١) الأولى. (ب) الثانية. (ج) الثالثة. (د) الرابعة.

٨ إذا كانت د : د (س) =  $s^2 - s + 3$  فإن د (٢-) = .....

(١) ٢- (ب) ١- (ج) ٥ (د) ٩

٩ إذا كانت د : د (س) =  $s^2 - 2s^2$  فإن د (٢٢) = ..... (الدقهلية ١١)

(١) ٤ (ب) ٢ (ج) ٦ (د) صفر

١٠ إذا كانت الدالة  $d$  :  $v \leftarrow v - \text{حيث } d = s$   $s^2$

فإن :  $d = (2) + d - (2) = \dots$

(أ) صفر (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ٨-

١١ إذا كانت :  $d = s$   $s = 8$  ،  $d = 2$  = صفر

فإن :  $s = \dots$

(الدقهلية ٢٠، الشرقية ١٥)

(أ) ٨ (ب) ٦ (ج) ٤ (د) ٤-

١٢ إذا كانت :  $d = s$   $s = 5$  وكان :  $\frac{1}{4} d = 3$  فإن :  $4 = \dots$

(أ) ٢ (ب) ٨ (ج) ١١ (د) ١٦

١٣ إذا كان :  $d : c \leftarrow c$  حيث  $d = s$   $s = 2 + 3$  وكان :  $d = 11$

فإن :  $s = \dots$

(الشرقية ٢٠)

(أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ٣-

١٤ إذا كان :  $(-1, 0) \ni$  بيان الدالة  $d$  حيث  $d = s$   $s = 2$  فإن :  $m = \dots$

(أ) صفر (ب) ١- (ج) ٢ (د) ٢-

١٥ إذا كان :  $(3, v) \ni$  بيان الدالة  $d$  حيث  $d = s$   $s = 2$  فإن :  $v = \dots$

(أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

١٦ إذا كان :  $(4, 4) \ni$  بيان الدالة  $d$  حيث  $d = s$   $s = 2 + 3$  فإن :  $4 = \dots$

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٣- (د) ٢-

١٧ إذا كانت :  $d = (3 + s) - s = 3$  فإن :  $d = (7) = \dots$

(الدقهلية ١٩)

(أ) ٤ (ب) ١ (ج) ٧ (د) ١٠

١٨ إذا كانت :  $s = \{2, 4, 6\}$  وكان  $v = 4$  وكانت الدالة  $d : s \leftarrow v$

،  $d = s - 1$  فإن :  $v$  يمكن أن تكون  $\dots$

(أ)  $\{3, 7, 13\}$  (ب)  $\{3, 15, 25, 45\}$

(ج)  $\{3, 15, 25\}$  (د)  $\{3, 15, 25, 35\}$



١٩ إذا كانت : د (س) =  $٥س^٢ + ٢س - ٣$  فإن مجموعة قيم د الممكنة التي

(القطعة ١٦)

تجعل د دالة من الدرجة الثانية هي .....

(أ) {٢، ٣} (ب) {١، -١} (ج) {٠، ١، ٢} (د) {١، ٢}

٢ أى من الدوال الآتية تمثل كثيرة حدود :

٢ د : د (س) = ٣

١ د : د (س) =  $٥س - ٢$

٤ د : د (س) =  $٣س^٢ + ٢س + ٣$

٣ د : د (س) =  $١س + \frac{١}{س}$

٥ د : د (س) =  $٨ + \sqrt{٢س} + ٢س$

٦ د : د (س) =  $(٢ - \frac{١}{س} + س)س$

٧ د : د (س) =  $٨ + \sqrt{٢س}^٢$

٨ د : د (س) =  $(٤ - ٢س + ٢س^٢)س$

٣ إذا كانت د : ح ← ح ، اذكر درجة د ثم أوجد د (٢-) ، د (٠) ، د ( $\frac{١}{٢}$ ) حيث :

٢ د (س) =  $٤س - ٢$

١ د (س) =  $٢س - ٣$

٤ إذا كانت د : د (س) =  $٥س^٢ - ٢س + ٢$  أثبت أن : د (٢) = ( $\frac{١}{٢}$ ) (القصه ١٤)

٥ إذا كانت : د (س) =  $٢س - ١$  أثبت أن : د (٢) - ٣ د (١) = صفر (الغربة ١١)

٦ إذا كانت : د (س) =  $٣س - ٢س$  ، م (س) =  $٣س - ٣$

١ أوجد : د ( $\sqrt{٢}$ ) + ٣ م ( $\sqrt{٢}$ ) ٢ أثبت أن : د (٣) = م (٣) = صفر

(بوسعيد ٢٠، قنا ١٩، الإسكندرية ١٨، المنيا ١٧)

٧ إذا كانت د : د (س) =  $٥س^٢ - ٢س - ٥$  أثبت أن : د (١ +  $\sqrt{٦}$ ) = د (١ -  $\sqrt{٦}$ ) = ٠

٨ الدالة د : ح ← ح حيث د (س) = ١ - س + ٢ - س + ٥ = ١ ، صفر ، ب عدد حقيقي  
لا يساوي الصفر

١ أوجد : درجة الدالة د

٢ إذا كانت د (٣) = ١١ فأوجد قيمة : ب

(المنايا ١٨)

٩ إذا كانت : د (س) = ٥ - س - ب ، م (س) = س - ٢ - ب

وكان د (١) + م (٣) = ٧ - فأوجد : د (٣) + م (١)

١٠ إذا كانت د : ص ← ط حيث د (س) = (٣ - س) ، م : ص ← ط

حيث م (س) = س - ٣ فأوجد : قيمة س التي تجعل د (س) = م (س)

١١ إذا كانت د دالة على س حيث س = {٣، ٤، ٥، ٦}

وكانت د (٣) = ٣ ، د (٤) = ٥ ، د (٥) = ٥ ، د (٦) = ٥

١ مثل د بمخطط سهمي.

٢ اكتب بيان د وانكر مداها.

(الإسماعيلية ١٥)

١٢ إذا كانت : س = {٠، ١، ٢} ، ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٧}

وكانت د : س ← ص حيث د (س) = ٥ - س

١ أوجد : مدى الدالة د

٢ ارسم مخططاً بيانياً للدالة د

(الوادي الجديد ١٧)

١٣ إذا كانت الدالة ت : ط ← ط حيث ط مجموعة الأعداد الطبيعية

ت : س ← ٢ + س

١ أوجد : ت (٠) ، ت (١) ، ت (٢) ، ت (٣) ، ت (٤) ، ت (٥)

٢ مثل خمسة عناصر من عناصر ت على جزء من الشبكة التربيعية للحصول الديكارتي ط × ط

٣ ما هو مدى ت ؟



١٤ إذا كانت د : ص ← ص ، ص مجموعة الأعداد الصحيحة

$$د (س) = س^2 - 2س - 3$$

١ أوجد : د (٤) ، د (٣) ، د (٢) ، د (١) ، د (٠) ، د (١-) ، د (٢-)

٢ مثل سبعة عناصر من عناصر د على الشبكة التربيعية للحصول الديكارتى ص × ص

٣ إذا كانت د (س) = ٥ فأوجد قيمة : س

٤ ، ٢ ، ٠

١٥ إذا كان د (س) = ٢س + ١ وكان : د (١) = ١

فأوجد قيمة المقدار : ٢س + ٥

(الشرقية ١٩)

١٦ إذا كان بيان الدالة د = {(١١ ، ٥) ، (٩ ، ٤) ، (٧ ، ٣) ، (٥ ، ٢) ، (٣ ، ١)}

١ اكتب مجال الدالة د

٢ اكتب مدى الدالة د

(الأقصر ١٩ ، شه. سيناء ١٧ ، دمياط ١٦)

٣ اكتب قاعدة للدالة د

للمتفوقين



١٧ إذا كانت د (س) = ٢س^2 + ٢س + ١

وكانت د (س) = ٠ عندما س ∈ {٣ ، ٠}

٠ ، ٦ ، ٠

فأوجد قيمة كل من : ب ، ح

اسم يعنى التفوق



الآن بالمكتبات

**EL-MORASSER**

GUIDE

فى اللغة الإنجليزية

للمرحلة الإعدادية



\* عند تمثيل الدالة الخطية يُكتفى بإيجاد زوجين مرتبين ينتميان إلى بيان الدالة. ويمكنك إيجاد زوج مرتب ثالث للتحقق أن النقط الثلاث الممثلة للأزواج المرتبة تقع على خط مستقيم واحد.

### مثال ١

مثل بيانيًا :

$$١ \text{ د : د (س) } = ٢ - ٣ \quad ٢ \text{ م : م (س) } = -\frac{١}{٣} \text{ س}$$

### الحل

١ لتمثيل هذه الدالة بيانيًا :

• نعين ثلاثة أزواج مرتبة تنتمي إلى بيان د : د (س) = ٢ - ٣

$$\therefore \text{ د (١-)} = (١-) \times ٢ - ٣ = ٥- \therefore \text{ د (١-، ٥-)} \in \text{ د}$$

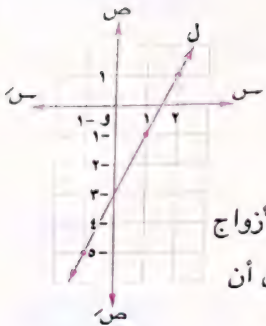
$$\text{ د (١) } = ١ \times ٢ - ٣ = ١- \therefore \text{ د (١، ١-)} \in \text{ د}$$

$$\text{ د (٢) } = ٢ \times ٢ - ٣ = ١ \therefore \text{ د (١، ٢) } \in \text{ د}$$

• يمكن ترتيب هذه الأزواج المرتبة في جدول كالتالي :

س	١-	١	٢
د (س)	٥-	١-	١

• نعين في المستوى الديكارتي النقط الثلاث التي تمثل هذه الأزواج المرتبة ونرسم المستقيم ل المار بأى نقطتين منها ونتحقق من أن النقطه الثالثه تقع على نفس المستقيم فيكون هذا المستقيم هو الشكل البياني للدالة د



لاحظ أنه : يمكن إيجاد نقطتي التقاطع مع المحورين واستخدامهما في التمثيل :

$$\text{ - نقطة التقاطع مع محور الصادات } = (٠، ٥-) = (٠، ٣-)$$

$$\text{ - نقطة التقاطع مع محور السينات } = (٠، \frac{٣-}{٢}) = (٠، \frac{٢}{٣})$$



## دراسة بعض دوال كثيرات الحدود

### أولاً الدالة الخطية

#### تعريف

الدالة د : د ← ح حيث د (س) = أ س + ب ، أ ≠ ٠ ، ح ∈ ℝ ، د ∈ ℝ تسمى دالة خطية (وهي كثيرة حدود من الدرجة الأولى)

\* أمثلة لدوال خطية :

$$\text{ د : د ← ح ، د (س) = س - ١}$$

$$\text{ د : د ← ح ، د (س) = ٢ س + ١}$$

$$\text{ د : د ← ح ، د (س) = ٣ س}$$

#### لاحظ أنه

في كل من الدوال المجاورة أس المتغير س يساوى ١ لذلك فإن كلاً منها دالة من الدرجة الأولى.

### التمثيل البياني للدالة الخطية

\* الدالة الخطية د : د ← ح حيث د (س) = أ س + ب ، أ ≠ ٠ ، ح ∈ ℝ ، د ∈ ℝ يمثلها بيانيًا خط مستقيم يقطع :

- محور الصادات في النقطة (٠، ب)

- محور السينات في النقطة (٠، -\frac{ب}{أ})

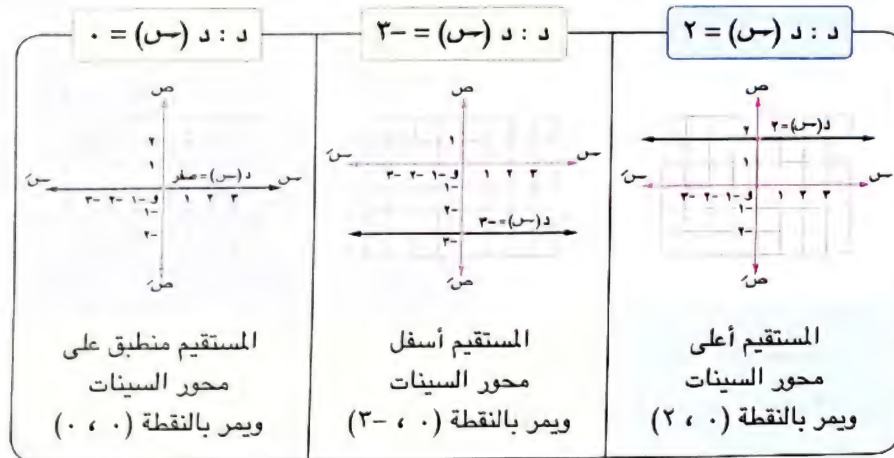


### التمثيل البياني للدالة الثابتة

الدالة الثابتة د : د (س) = ب (حيث  $ب \in \mathbb{R}$ ) يمثلها بيانياً خط مستقيم يوازي محور السينات ويمر بالنقطة (0, ب) ويكون هذا الخط :

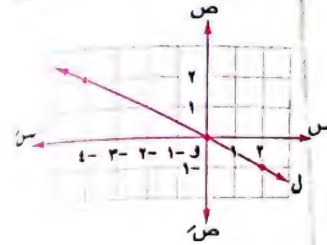
- أعلى محور السينات إذا كان :  $ب > 0$
- أسفل محور السينات إذا كان :  $ب < 0$
- منطبق على محور السينات إذا كان :  $ب = 0$

\* والأمثلة التالية توضح ذلك :



لاحظ أنه

إذا كان معامل س كسراً يفضل أن نختار أعداداً تقبل القسمة على مقام هذا الكسر لسهولة التمثيل.



2 : س (س) = -1/2 س

س	0	2	-4
ص = س (س)	0	-1	-2

من الشكل المقابل لاحظ أن :  
المستقيم ل يمر بنقطة الأصل (0, 0)

وبصفة عامة

الدالة د : س ← س حيث د (س) = س ،  $س \in \mathbb{R}$   
يمثلها بيانياً مستقيم يمر بنقطة الأصل (0, 0)

### حاول بنفسك 1

مثل بيانياً كلًا من الدالتين الخطيتين الآتيتين :

1 : د : د (س) = 3 - س

2 : د : د (س) = 2 س

### ثانياً الدالة الثابتة

تعريف

الدالة د : س ← س حيث د (س) = ب ،  $ب \in \mathbb{R}$  تسمى دالة ثابتة.  
فمثلاً :

د : د (س) = 5 دالة ثابتة حيث :

د (1) = 5 ، د (0) = 5 ، د (-2) = 5 ، ... وهكذا

### حاول بنفسك 2

مثل بيانياً د : د (س) = 1 ثم أوجد ما يأتي :

1 : درجة الدالة د	2 : د (5)
3 : د (2) + د (-2)	4 : د (-س)

## الحل

## ثالثاً الدالة التربيعية

## تعريف

الدالة د : ح ← ح حيث د (س) =  $اس^2 + بس + ح$  ،  $ا ، ب ، ح$  أعداد حقيقية ،  $ا \neq 0$  . تُسمى دالة تربيعية (وهي كثيرة حدود من الدرجة الثانية).

\* أمثلة لدوال تربيعية :

$$\begin{aligned} \text{د : ح} \leftarrow \text{ح} \leftarrow \text{ح} \leftarrow \text{د (س)} &= \text{س}^2 \\ \text{د : ح} \leftarrow \text{ح} \leftarrow \text{ح} \leftarrow \text{د (س)} &= \text{س}^2 - 2 \\ \text{د : ح} \leftarrow \text{ح} \leftarrow \text{ح} \leftarrow \text{د (س)} &= \text{س}^2 - 3 \\ \text{د : ح} \leftarrow \text{ح} \leftarrow \text{ح} \leftarrow \text{د (س)} &= \text{س}^2 - 7 + 7 \\ \text{د : ح} \leftarrow \text{ح} \leftarrow \text{ح} \leftarrow \text{د (س)} &= \text{س}^2 - 6 + 6 \end{aligned}$$

## لاحظ أنه

في كل من الدوال السابقة أكبر قوة للمتغير س هي 2 لذلك فإن كلاً منها دالة من الدرجة الثانية.

## التمثيل البياني للدالة التربيعية

نعلم أن مجال الدالة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقية وهي مجموعة غير منتهية ، ولذلك لتمثيل هذه الدالة بيانياً فإننا نمثلها على فترة معينة عن طريق تعيين بعض الأزواج المرتبة التي تنتمي إلى بيان الدالة ثم نرسم منحنى ممهداً يمر بالنقط التي تمثلها . والامثلة التالية توضح ذلك.

## مثال ٢

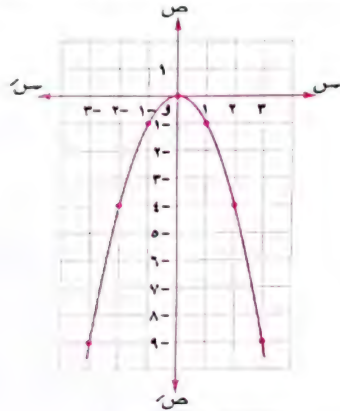
مثل بيانياً كلاً من الدالتين التربيعيتين الآتيتين :

$$١ \text{ د : د (س)} = \text{س}^2 \text{ متخذاً س} \in [-2, 2]$$

$$٢ \text{ د : د (س)} = -\text{س}^2 \text{ متخذاً س} \in [-2, 2]$$

$$٢ \text{ د (س)} = -\text{س}^2$$

س	٣	٢	١	٠	١	٢	٣
د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

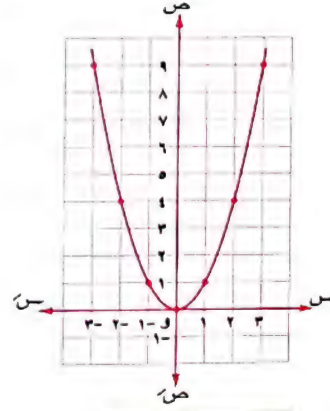


لاحظ أن : معامل س  $> ٠$

- النقطة (٠ ، ٠) هي نقطة رأس المنحنى وهي نقطة قيمة عظمى لأن المنحنى يقع بتمامه أسفلها .
- القيمة العظمى للدالة هي صفر وهي الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى .
- المنحنى متماثل بالنسبة لمحور الصادات أي أن محور الصادات هو محور تماثل المنحنى ومعادلته هي س = ٠ .

$$١ \text{ د (س)} = \text{س}^2$$

س	٣	٢	١	٠	١	٢	٣
د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩



لاحظ أن : معامل س  $< ٠$

- النقطة (٠ ، ٠) هي نقطة رأس المنحنى وهي نقطة قيمة صغرى لأن المنحنى يقع بتمامه فوقها .
- القيمة الصغرى للدالة هي صفر وهي الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى .
- المنحنى متماثل بالنسبة لمحور الصادات أي أن محور الصادات هو محور تماثل المنحنى ومعادلته هي س = ٠ .



وصفة عامة

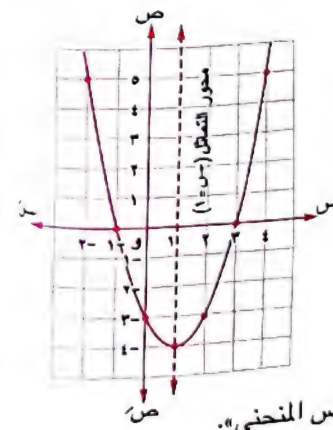
الدالة التربيعية د : د (س) =  $s^2 + s - 3$  ، حيث  $s$  ، ب ، ح أعداد حقيقية ،  $s \neq 0$  صفر يكون لها الخصائص الآتية :

- 1 نقطة رأس المنحنى د  $(-\frac{b}{2a})$  ، د  $(-\frac{b}{2a})$
- 2 إذا كان  $a$  (معامل  $s^2$ ) موجباً فإن منحنى الدالة يكون مفتوحاً لأعلى وفي هذه الحالة يكون للدالة قيمة صغرى تساوى د  $(-\frac{b}{2a})$
- 3 إذا كان  $a$  (معامل  $s^2$ ) سالباً فإن منحنى الدالة يكون مفتوحاً لأسفل وفي هذه الحالة يكون للدالة قيمة عظمى تساوى د  $(-\frac{b}{2a})$
- 4 منحنى الدالة يكون متماثلاً حول الخط الرأسى المار بنقطة رأس المنحنى وتكون معادلة هذا الخط :  $s = -\frac{b}{2a}$  ويسمى محور تماثل منحنى الدالة.

مثال ٣

ارسم الشكل البياني للدالة د : د (س) =  $s^2 - 2s - 3$  متخذاً  $s \in [-2, 4]$  ومن الرسم أوجد : 1 نقطة رأس المنحنى. 2 معادلة محور التماثل. 3 القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

الحل



س	٢-	١-	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	٥	٠	٣-	٤-	٣-	٠	٥

هذه الرسم نجد أنه :

- 1 نقطة رأس المنحنى :  $(1, -4)$
- 2 معادلة محور التماثل :  $s = 1$
- 3 القيمة الصغرى للدالة =  $-4$

الدرس الرابع

ملاحظة

يمكن تكوين الجدول المستخدم فى رسم الدالة السابقة باستخدام الآلة الحاسبة العلمية التى تدعم نظام (Table) على النحو التالى :

- 1 تهيئة الحاسبة على نظام (Table) ، وذلك بالضغط على مفتاح MODE ثم اختيار نظام (Table)
- 2 إدخال البيانات : نكتب قاعدة الدالة السابقة ، وذلك بالضغط على المفاتيح التالية :



- 3 نضغط على المفتاح  $\square$  ثم فى بداية الفترة START نكتب 2 ثم نضغط  $\square$
- 4 نكتب فى نهاية الفترة END الرقم 4 ثم نضغط  $\square$
- 5 نحدد بعد ذلك طول الفترة STEP 2 ونختار الرقم 1 ثم نضغط  $\square$

وبذلك يتم إنشاء الجدول فى الحاسبة ، ويمكن التنقل باستخدام

المفتاح  $\square$  إلى أعلى وإلى أسفل.

X	F(X)
1	-2
2	-1
3	0
4	-3
5	-4
6	-3
7	0
8	4

- وللخروج من البرنامج : نضغط  $\square$  ثم  $\square$

مثال ٤

ارسم الشكل البياني للدالة د : د (س) =  $-s^2 + 3s + 4$  متخذاً  $s \in [-1, 4]$  ثم أوجد :

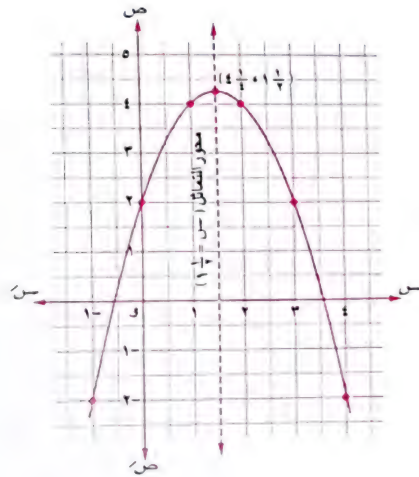
1 القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

2 معادلة محور التماثل.

الحل

$$D(s) = -s^2 + 3s + 4$$

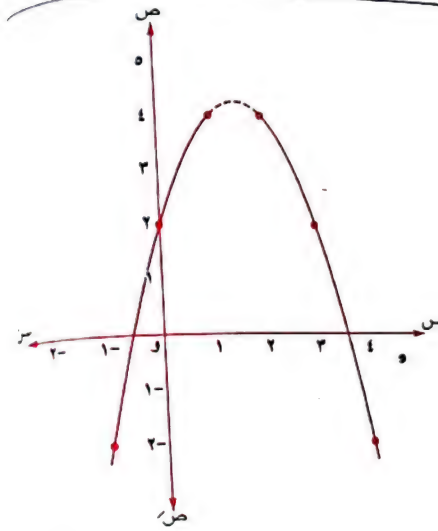
س	١-	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	٢-	٢	٤	٤	٢	٢-



\* هذه نقطة رأس المنحنى نجد أن :

١ القيمة العظمى للدالة  $= \frac{1}{4}$

٢ معادلة محور التماثل هي :  $x = \frac{1}{4}$



وعند تمثيل الأزواج المرتبة نلاحظ أن

نقطة رأس المنحنى ليست ضمن

هذه النقط مما يجعل رسم الجزء

المنقط بالشكل المقابل غير دقيق

، وبالتالي يصعب دراسة المنحنى

، ولذا يجب إيجاد نقطة رأس

المنحنى جبرياً كما يلي :

### إيجاد نقطة رأس المنحنى

عند رأس منحنى الدالة التربيعية يكون :

\* الإحداثى السيني  $= \frac{-b}{2a}$

\* الإحداثى الصادي  $= \frac{4ac - b^2}{4a}$

حيث  $a$  معامل  $x^2$  ،  $b$  معامل  $x$  ،  $c$  معامل  $x^0$

∴  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \times (-1)} = \frac{2}{-2} = -1$

∴  $y = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \times (-1) \times 3 - (-2)^2}{4 \times (-1)} = \frac{-12 - 4}{-4} = \frac{-16}{-4} = 4$

∴ رأس المنحنى عند النقطة  $(-1, 4)$

### حاول بنفسك

ارسم منحنى الدالة  $y = x^2 + 2x - 3$  على الفترة  $[-4, 2]$

ومن الرسم أوجد :

١ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

٢ معادلة محور التماثل.

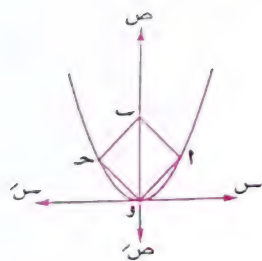
### مثال ٥

في الشكل المقابل :

١  $a$  ح و مربع

، المنحنى يمثل الدالة  $y = x^2$

أوجد إحداثيات النقط : ٢ ، ٣ ، ٤



### الحل

نرسم قطر المربع  $a$  ليتقاطع مع القطر  $b$  في نقطة م

∴ قطرا المربع متساويان في الطول وينصف كل منهما الآخر







# تمارين 4

على بعض دوال كثيرات الحدود

أسئلة كتاب الوزارة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : د (س) = ٧ فإن : د (٣-) = ..... (الجيزة ١٧)

٧ (أ) ٧- (ب) ٢١ (ج) ٢١- (د)

٢ إذا كانت : د (س) = ٢ فإن : د (٢٢) = .....

٢ (أ) ٢ (ب) ٢ (ج) ٢ (د)

٣ إذا كانت : د (س) = ٢ فإن : د (٢) - د (١) = ..... (الدقهلية ١٣)

٢ (أ) ٢ (ب) ٢ (ج) صفر (د) ١٠

٤ إذا كانت : د (س) = ٥ فإن :  $\frac{د(٥)}{د(١٠)}$  = .....

٥ (أ) ٥ (ب)  $\frac{١}{٢}$  (ج) ١ (د) ١٠

٥ إذا كانت د دالة حيث : ح ← ح وكانت د (س) = ٣

فإن :  $\frac{د(٦)}{د(صفر)}$  = ..... (الدقهلية ١٧)

٦ (أ) ٦ (ب) ١ (ج) ٣ (د) غير معرفة.

٦ إذا كانت : د (س) = ٣ فإن :  $\frac{د(٣)}{د(٢)}$  = ..... (الإسكندرية ٠٥)

$\frac{٢}{٣}$  (أ)  $\frac{٣}{٢}$  (ب) ١ (ج)  $\frac{٢٢}{٢٣}$  (د)

٧ إذا كانت : د (٢ س) = ٤ فإن : د (- س) = ..... (الدقهلية ٠٩)

٢- (أ) ٤- (ب) ٤ (ج) ٢ (د)

٨ الدالة : د (س) = ٣ س يمثلها بيانياً خط مستقيم يمر بالنقطة ..... (بنى سويف ١٧)

(٣ ، ٣) (أ) (٠ ، ٣) (ب) (٠ ، ٠) (ج) (٣ ، ٠) (د)



١٦ إذا كانت : د (س) =  $s^2$  ،  $s \in [-2, 2]$

فإن : د (س)  $\exists$  ..... (الدفعلية ٠٨)

(١)  $[0, 4]$  (ب)  $[0, 4]$  (ج)  $[0, 4]$  (د)  $[-4, 4]$

٢ أكمل ما يأتي :

١ الدالة د :  $\leftarrow$  ح حيث د (س) = ٥ يمثلها خط مستقيم يوازي .....  
ويقطع محور الصادات في النقطة .....

٢ الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة د (س) =  $2s - 1$  يمثلها بياناً خط مستقيم  
يقطع محور الصادات في النقطة .....

٣ الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة د (س) =  $3s + 6$  يمثلها بياناً خط مستقيم  
يقطع محور السينات في النقطة .....

٤ إذا كانت النقطة (٣ ، ٩) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د :  $\leftarrow$  ح  
حيث د (س) =  $4s - 5$  فإن : ٩ = ..... (البجدة ١١)

٥ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د :  $\leftarrow$  ح حيث د (س) =  $5s - 9$  يقطع محور  
الصادات في النقطة (٢ ، ب) فإن : ٩ = ..... ، ..... = ب

٦ معادلة خط التماثل لمنحنى الدالة د : د (س) =  $s^2$  هي ..... (سوهاج ٠٩)

٧ إذا كان منحنى الدالة د حيث د (س) =  $s^2 + 1$  يمر بالنقطة (٢ ، ٥)

فإن : ح = ..... (دمياط ١١)

٨ إذا كانت : د (س) =  $2s + 1$  تنتمي لمنحنى الدالة د : د (س) =  $s^2 + 1$

فإن : ص = ..... (ج. سيناء ٠٩)

٣ مثل بياناً كلاً من الدوال الآتية حيث  $s \in \mathbb{R}$  :

٢ د : د (س) =  $4 - s$

١ د : د (س) = ٥

٤ د : د (س) =  $\frac{1}{2}s$

٣ د : د (س) = صفر

مثل بيانًا كلاً من الدوال الخطية الآتية ، وأوجد نقطتي تقاطع المستقيم الممثل لكل منها مع

محورى الإحداثيات حيث  $s \in \mathbb{R}$  :

$$2 \quad d : d (s) = -s$$

$$1 \quad d : d (s) = s$$

$$4 \quad d : d (s) = s - 2$$

$$3 \quad d : d (s) = 3s$$

$$6 \quad d : d (s) = s - 2$$

$$5 \quad d : d (s) = s + 2$$

$$8 \quad d : d (s) = s - 2 + 3$$

$$7 \quad d : d (s) = 3s - 1$$

$$10 \quad d : d (s) = s - \frac{1}{4} - 5$$

$$9 \quad d : d (s) = \frac{1}{4}s$$

مثل بيانًا كلاً من الدوال الآتية ، ومن الرسم استنتج إحداثي رأس المنحنى ، ومعادلة محور

التماثل ، والقيمة العظمى أو الصغرى للدالة حيث  $s \in \mathbb{R}$  :

$$1 \quad d : d (s) = 2s^2 \text{ متخذاً } s \in [-2, 2]$$

$$2 \quad d : d (s) = s^2 + 1 \text{ متخذاً } s \in [-3, 3] \quad (\text{الفيوم ١٦، بني سويف ١٤})$$

$$3 \quad d : d (s) = s^2 - 2 \text{ متخذاً } s \in [-3, 3] \quad (\text{دمياط ٢٠، بوسعيد ١٨، البحيرة ١٧})$$

$$4 \quad d : d (s) = s^2 - 2 \text{ متخذاً } s \in [-3, 3] \quad (\text{سوهاج ٢٠، الغربية ١٩، الإسكندرية ١٨})$$

$$5 \quad d : d (s) = s^2 - 2s \text{ متخذاً } s \in [-2, 4] \quad (\text{كفر الشيخ ٢٠، القاهرة ١٨، قنا ١١})$$

$$6 \quad d : d (s) = s^2 + 2s + 1 \text{ متخذاً } s \in [-4, 2] \quad (\text{الغربية ١٨، الشرقية ١٧})$$

$$7 \quad d : d (s) = (s - 2)^2 \text{ متخذاً } s \in [-1, 5] \quad (\text{الغربية ٢٠، كفر الشيخ ١٩})$$

$$8 \quad d : d (s) = s(s - 2) - 3 \text{ متخذاً } s \in [-2, 4] \quad (\text{الدقهلية ١٧})$$

$$9 \quad d : d (s) = s^2 - 2s - 3 \text{ متخذاً } s \in [-4, 2]$$

$$10 \quad d : d (s) = s^2 - 3 + 4s \text{ متخذاً } s \in [-3, 3]$$

$$11 \quad d : d (s) = s^2 - 4s + 5 \text{ متخذاً } s \in [0, 5]$$

$$12 \quad d : d (s) = s^2 + 3s - 1 \text{ متخذاً } s \in [-1, 4]$$



٦ إذا كانت الدالة  $d: (s) \rightarrow 3 - s - 6$  يمثلها خط مستقيم يمر بالنقطة  $(2, 4)$

أوجد قيمة  $4$  ثم أوجد نقطة تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات.

(الغيبية ٢٠) «٦، ٠»

٧ إذا كان المستقيم الممثل للدالة  $d: s \rightarrow 4 + s$  حيث  $d(s) = 4 + s$  يقطع جزءاً

موجباً من محور الصادات طوله يساوي ٣ وحدات ويمر بالنقطة  $(1, 5)$

أوجد قيمتي  $4$ ،  $3$

(أقرأ الشبه ٢٠) «٢، ٣»

٨ إذا كان المستقيم الممثل للدالة  $d: s \rightarrow 3 - s$ ،  $d(s) = 3 - s$  يقطع محور

السينات في النقطة  $(3, 0)$  ويقطع محور الصادات في النقطة  $(0, 3)$

أوجد قيمة كل من الثابتين  $4$ ،  $3$  ثم أوجد قيمة  $d(1)$  (الشرقية ١٧) «١، ٣، ٣، ٢»

٩ إذا كان منحنى الدالة  $d: s \rightarrow 2 - s$  حيث  $d(s) = 2 - s$  يقطع محور السينات

في النقطة  $(-2, 3)$  أوجد قيمة  $2 + 3$  (الشرقية ١٥) «٩»

١٠ إذا كانت  $s = \{2, 3, 6\}$ ،  $s = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

وكانت  $r: s \rightarrow 9 - s$  حيث  $r(s) = 9 - s$

١ أوجد مجموعة صور عناصر المجموعة  $s$  بالدالة  $r$

(الدفعلية ١٤)

٢ هل  $r$  دالة خطية؟ اذكر السبب.

١١ إذا كانت  $d: (s) \rightarrow 4 + s$ ،  $d(s) = 4 + s$  حيث  $d$ ،  $l$  كثيرتا حدود  $4$ ،  $3$

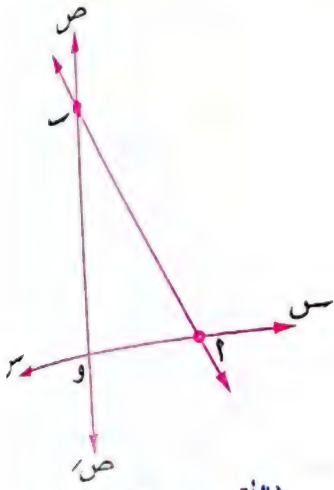
ثابتان وكان  $d(2) + 3 = l(3)$  أوجد القيمة العددية للمقدار  $d(2) + (0) + 2 = l(7)$

(الدفعلية ١٩) «٤»

الشكل المقابل يمثل الدالة  $d$  حيث  $d = 2 - 4s$  أوجد :

١ إحداثي كل من النقطتين  $1$  ،  $2$  ،

٢ مساحة سطح  $\Delta 12$  و



(الأقصر ١٩، الإسماعيلية ١٦)

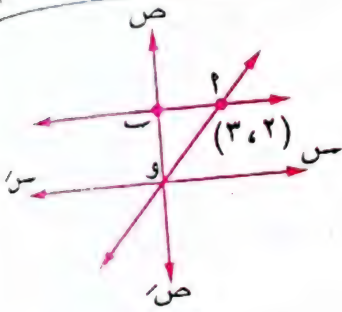
في الشكل المقابل :

الدالة الثابتة  $d$  تمثل بيانياً بالمستقيم  $1$

والدالة الخطية  $s$  تمثل بيانياً بالمستقيم  $2$  حيث  $1(3, 2)$

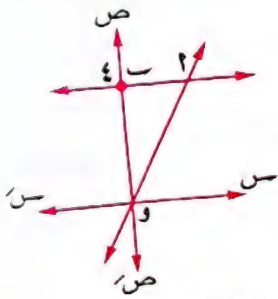
١ اكتب قاعدة الدالة  $d$  وقاعدة الدالة  $s$

٢ أوجد قيمة  $d$  :  $(10, -) + s(6)$



(الشرقية ١٤، ١٢)

الشكل المقابل يوضح المستقيم  $1$  الذي يمثل الدالة  $d$  حيث  $d = 4 - s$  ، فإذا كان  $1$  و  $2$  يمثل الدالة الخطية  $s$  حيث  $s = 2s + 4$  ، وكانت مساحة سطح المثلث  $12$  و تساوى  $4$  وحدات مربعة ، فأوجد قيمة : كل من  $s$  ،  $4$  حيث و نقطة الأصل.

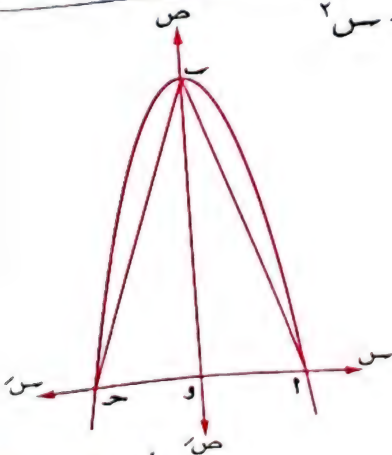


(الدقهلية ١٧، ٢، ١٠)

الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة  $d$  حيث  $d = 9 - s^2$  أوجد :

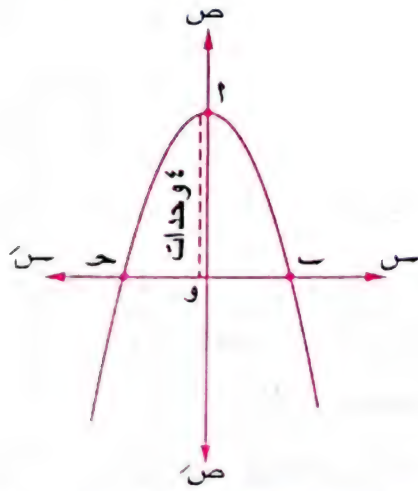
١ إحداثي  $1$  ،  $2$  ،

٢ مساحة المثلث  $12$  و



(نقطة الشبحة ١٨)





(البجينة ٢٠، الأقدس ١٨، شه. سيناء ١٦)

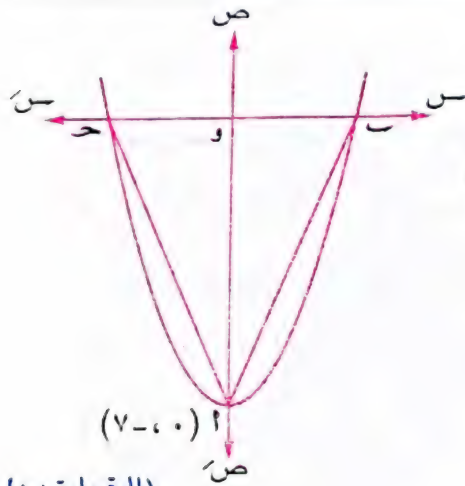
الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د حيث :

د (س) = م - س<sup>٢</sup> ، إذا كان ٢ = و = ٤ وحدات

أوجد : ١ قيمة م

٢ إحداثي كل من ب ، ح

٣ مساحة المثلث الذي رؤوسه ٢ ، ب ، ح



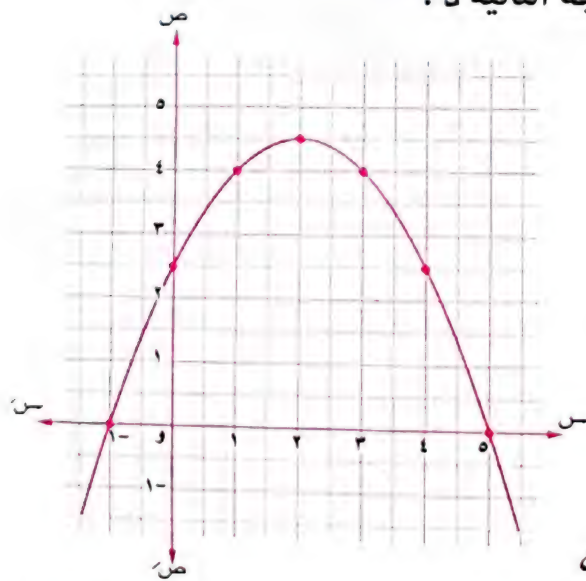
(الدفعلية ١٨)

الشكل المقابل يمثل الدالة د : د (س) = ل - س<sup>٢</sup> - ٧

، مساحة المثلث ٢ ب ح = ٢١ وحدة مربعة

، ٢ (٠ ، -٧) أوجد إحداثي نقطة ب ثم أوجد قيمة ل

الشكل المقابل يوضح المخطط البياني لدالة الدرجة الثانية د :



(الدفعلية ١٦)

١ اكتب مجال الدالة د

ثم استنتج من الشكل :

٢ مدى الدالة د

٣ معادلة محور تماثل منحنى الدالة د

٤ القيمة العظمى للدالة د

٥ قيمة د (١)

٦ إذا كانت : د (س) = ٢(٢ - س) + ٤

فأوجد قيمة : ٢ + ٤

## الدالة

★ يقال لعلاقة من  $S$  إلى  $S$  إنها دالة إذا تحققت إحدى الحالات الآتية :

- ① كل عنصر من عناصر  $S$  يظهر مرة واحدة فقط كمسقط أول في أحد الأزواج المرتبة التي تنتمي إلى بيان العلاقة.
- ② كل عنصر من عناصر  $S$  يخرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر  $S$  وذلك في المخطط السهمي الممثل للعلاقة.
- ③ كل خط رأسى تقع عليه نقطة واحدة فقط من النقط التي تمثل العلاقة وذلك في المخطط البياني الممثل للعلاقة.

★ إذا كانت دالة من  $S$  إلى  $S$  فإنها تكتب  $D : S \rightarrow S$  ويكون :

- ①  $S$  هي مجال الدالة  $D$
- ②  $S$  هي المجال المقابل للدالة  $D$
- ③ مجموعة صور عناصر  $S$  بالدالة  $D$  هي مدى الدالة ويكون مدى الدالة  $\subseteq$  المجال المقابل للدالة.

## دوال كثيرات الحدود

★ الدالة كثيرة الحدود هي دالة قاعدتها حد أو مقدار جبرى ويتوافر فيها الشرطان الآتيان معاً :

- ① كل من المجال والمجال المقابل للدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$
  - ② قوة (أس) المتغير فى أى حد من حدود قاعدتها هو عدد طبيعى.
- لاحظ أن : درجة الدالة كثيرة الحدود هي أكبر قوة للمتغير فى قاعدة الدالة.

★ الدالة الثابتة :

الدالة  $D : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  حيث  $D(S) = b$  ،  $b \in \mathbb{R}$  تسمى دالة ثابتة ويمثلها بيانياً خط مستقيم يوازي محور السينات ويقطع محور الصادات فى النقطة  $(0, b)$

★ الدالة الخطية :

الدالة  $D : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  حيث  $D(S) = aS + b$  ،  $a \neq 0$  ،  $b \in \mathbb{R}$  تسمى دالة خطية (دالة من الدرجة الأولى) يمثلها بيانياً خط مستقيم يقطع محور الصادات فى  $(0, b)$  ويقطع محور السينات فى  $(-\frac{b}{a}, 0)$

★ الدالة التربيعية :

الدالة  $D : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  حيث  $D(S) = aS^2 + bS + c$  ،  $a \neq 0$  ،  $b, c \in \mathbb{R}$  تسمى دالة تربيعية وهى دالة كثيرة حدود من الدرجة الثانية ويمثلها بيانياً منحنى نقطة رأسه هى :  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$



٣ (١) إذا كان بيان الدالة  $d = \{(21, 7), (15, 5), (9, 3)\}$

١ اكتب مجال الدالة  $d$  ٢ اكتب مدى الدالة  $d$  ٣ اكتب قاعدة للدالة  $d$

(ب) مثل بياناً الدالة  $d : d(s) = -2s + 3$  وأوجد نقطتي تقاطع المستقيم الممثل للدالة  $d$  مع محوري الإحداثيات حيث  $s \in \mathbb{R}$

٤ (١) إذا كانت  $s = \{-1, 0, 1, 2\}$  ،  $E$  علاقة معرفة على  $s$  حيث « $١$   $E$   $٢$ »  
تعني أن « $١ = ٢$ » لكل  $(١, ٢) \in s$

١ اكتب بيان  $E$  ومثلها بمخطط سهمي.

٢ هل العلاقة  $E$  دالة ؟ ولماذا ؟

(ب) مثل بياناً الدالة  $d$  حيث  $d(s) = (s - 2)^2 + 1$  متخذاً  $s \in [0, 4]$  ومن الرسم استنتج :

١ إحداثيي رأس المنحنى. ٢ معادلة محور التماثل.

٣ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

٥ (١) إذا كانت  $d$  ،  $r$  دالتين حيث  $d(s) = -2s + 3$  ،  $r(s) = 7 - s$  أوجد : درجة الدالة  $d$

٢ احسب قيمة  $d(0) + r(0)$

(ب) الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة التربيعية

$d : d(s) = -s^2 - 4s + 4$  ،  $k$  ثابت  $k \neq 0$  .

١  $(4, 0)$  هي رأس المنحنى

٢ «و» هي نقطة الأصل

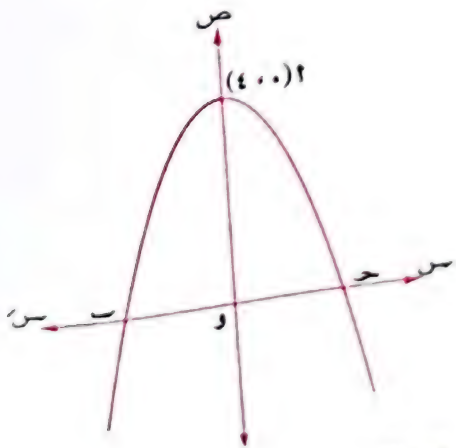
٣  $s, b \in \mathbb{R}$  محور السينات

٤ مساحة المثلث الذي رؤوسه  $١, ٢, ٣$  ،  $b, s$

٥ تساوي ٨ وحدات مربعة.

أوجد : ١ معادلة محور التماثل ، القيمة العظمى للدالة  $d$

٢ إحداثيي نقطة  $b$  ٣ قيمة  $k$



٣ (١) مثل بياناً الدالة د حيث د (س) =  $س^2 + ٢س - ٤$  متخذاً س  $\in [-٤, ٢]$

ومن الرسم استنتج :

١ إيجاد رأس المنحنى.

٢ معادلة محور التماثل.

٣ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

(ب) إذا كان المستقيم الممثل للدالة د حيث د :  $س \leftarrow ع$  حيث د (س) =  $٢س - ٣$  لـ

يقطع محور السينات فى النقطة (٦، م - ٢) فأوجد قيمة كل من : م ، لـ

٤ (١) إذا كان : (س - ٢، ٩) = (٥، س + ص) أوجد قيمة :  $\sqrt{٣س + ٢ص}$

(ب) إذا كانت :  $س = \{١, ٢\}$  ،  $ص = \{٢, ٥\}$  ،  $ع = \{٤, ٥\}$

فأوجد : (س - ص)  $\times$  ع

٢  $ص(س \times ص) + ص(ع)$

٥ (١) إذا كانت :  $س = \{٤, ٥, ٧\}$  وكانت ع دالة على س وكان بيان

$ع = \{(٧, ٤), (٥, ب), (٥, ٩)\}$

أوجد : ١ القيمة العددية للمقدار :  $٣ + ٢٣$  ٢ مدى الدالة ع

(ب) إذا كانت د : د (س) =  $٢س^2 - ٥س + ٢$  أوجد قيمة : د (٢) - د  $(\frac{١}{٢})$





# مشروع بحثي

## على الوحدة الأولى

### أهداف المشروع

- تمثيل الدالة التربيعية بيانياً.
- الربط بين الرياضيات وتكنولوجيا الحاسب.

### المطلوب

« أصبح الكمبيوتر الآن أحد الأدوات الهامة في دراسة العلوم المختلفة ومنها الرياضيات »

في ضوء ذلك قم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

- اكتب نبذة مختصرة عن لغة البرمجة فيجوال بيزك (Visual Basic).
- باستخدام أحد برامج الكمبيوتر التي تستخدم في مجال الرياضيات مثل Geogebra والذي يمكنك الوصول إليه من الموقع الإلكتروني [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org) :

١ مثل بيانياً الدالة  $d : d(s) = s^2$

٢ مثل بيانياً على نفس الشكل الدالة  $m : m(s) = (s-1)^2$

٣ ثم مثل بيانياً على نفس الشكل الدالة  $n : n(s) = (s+1)^2$

٤ قارن منحنى الدالة  $m$  مع منحنى الدالة  $d$  ، وقارن منحنى الدالة  $n$  مع منحنى الدالة  $d$  ثم اكتب ماذا تلاحظ ؟

٥ توقع كيف سيكون شكل منحنى الدالة  $l : l(s) = (s-3)^2$

وكيف سيكون شكل منحنى الدالة  $و : و(s) = (s+4)^2$



## النسبة والتناسب والتغير الطردى والتغير العكسى



### أهداف الوحدة :

- يتعرف مفهوم النسبة.
- يتعرف خواص النسبة.
- يتعرف مفهوم التناسب.
- يتعرف خواص التناسب.
- يتعرف مفهوم التناسب المتسلسل.
- يستخدم خواص النسبة والتناسب في حل العديد من المشكلات.
- يتعرف مفهوم التغير الطردى.
- يتعرف مفهوم التغير العكسى.
- يميز بين التغير الطردى والتغير العكسى.
- يحل مسائل حياتية على التغير الطردى والتغير العكسى.
- يقدر دور الرياضيات في حل الكثير من المشكلات الحياتية.

### دروس الوحدة :

- ♦ الدرس 1 النسبة والتناسب.
- ♦ الدرس 2 تابع خواص التناسب.
- ♦ الدرس 3 التناسب المتسلسل.
- ♦ الدرس 4 التغير الطردى والتغير العكسى.
- ♦ مشروع بحثى على الوحدة الثانية



يمكنك حل  
الامتحانات  
التفاعلية على  
الدروس من خلال  
مسح QR code  
الخاص بكل امتحان



## خواص النسبة

١ قيمة النسبة لا تتغير إذا ضرب حذاها في أو قُسمتا على عدد حقيقي لا يساوي الصفر.

أى أن:

$$a:b = \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \quad c \neq 0$$

$$\text{فمثلاً: } \frac{6}{2} : \frac{4}{2} = 6 : 4$$

$$\text{أى أن: } 6 : 4 = 3 : 2$$



٣ : ٢

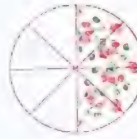


٦ : ٤

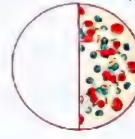
$$a:b = \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c} \quad c \neq 0$$

$$\text{فمثلاً: } 6 : 4 = \frac{6 \div 2}{4 \div 2} = 3 : 2$$

$$\text{أى أن: } 8 : 4 = 2 : 1$$



٨ : ٤



٢ : ١

٢ قيمة النسبة ( $\neq 1$ ) تتغير إذا أضيف إلى حديها أو طُرح منهما عدد حقيقي لا يساوي الصفر.

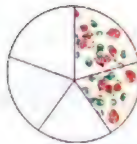
أى أن:

$$a:b \neq a+c : b+c \quad c \neq 0$$

حيث  $a \neq b$

$$\text{فمثلاً: } 3 - 8 : 2 - 0 \neq 3 - 0 : 2 - 0$$

$$\text{أى أن: } 0 : 2 \neq 8 : 0$$



٠ : ٢



٨ : ٠

$$a:b \neq a-c : b-c \quad c \neq 0$$

حيث  $a \neq b$

$$\text{فمثلاً: } 3 + 4 : 2 + 4 \neq 3 - 4 : 2 - 4$$

$$\text{أى أن: } 0 : 4 \neq 4 : 2$$



٠ : ٤



٤ : ٢

## الدرس

# 1

## النسبة والتناسب

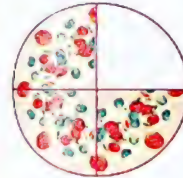
### أولاً النسبة

برسنا في المرحلة الابتدائية أن النسبة هي إحدى طرق المقارنة بين كميتين.

فمثلاً:

إذا قُسمت فطيرة إلى ٤ أجزاء متساوية

وأكل هانى جزءاً واحداً منها فقط فإن:



• نسبة ما أكله هانى إلى الفطيرة بالكامل هي ١ : ٤ وقد نُكتب  $\frac{1}{4}$

• نسبة ما تبقى إلى الفطيرة بالكامل هي ٣ : ٤ وقد نُكتب  $\frac{3}{4}$

• نسبة ما أكله هانى إلى ما تبقى من الفطيرة هي ١ : ٣ وقد نُكتب  $\frac{1}{3}$

وعموماً فإنه:

إذا كان  $a, b$  عددين حقيقيين فإن النسبة بين  $a$  و  $b$  تُكتب  $a : b$ ،  $\frac{a}{b}$  وتقرأ  $a$  إلى  $b$  حيث:

يُسمى  $a$  مقدم النسبة، يُسمى  $b$  تالى النسبة، يُسمى  $a$ ،  $b$  معاً حدى النسبة.

## ثانياً التناسب

الجدول التالي يوضح مجموعتين من الأعداد :

المجموعة أ	٢	٤	٧	٣	٦
المجموعة ب	٨	١٦	٢٨	١٢	٢٤

إذا تأملنا هاتين المجموعتين يمكننا أن نلاحظ أن :

$$\frac{٢}{٨} = \frac{٤}{١٦} = \frac{٧}{٢٨} = \frac{٣}{١٢} = \frac{٦}{٢٤} = \frac{١}{٤}$$

في هذه الحالة نقول إن أعداد المجموعة أ تتناسب مع الأعداد المناظرة لها في المجموعة ب وتسمى الصورة السابقة التي تعبر عن تساوي نسبتين أو أكثر بـ «التناسب».

## تعريف التناسب

هو تساوي نسبتين أو أكثر.

أي أنه :

إذا كان :  $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$  فإن الكميات : أ ، ب ، ج ، د تكون متناسبة.

والعكس : إذا كان : أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة فإن :  $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$

ويُسمى : **١** بالاول المتناسب ، **ب** بالثاني المتناسب

، **ج** بالثالث المتناسب ، **د** بالرابع المتناسب.

كما يسمى : **أ ، ب** بطرفي التناسب ، **ج ، د** بوسطى التناسب.

فمثلاً : الأعداد ١ ، ٤ ، ٧ ، ٢٨ أعداد متناسبة لأن :  $\frac{١}{٢٨} = \frac{٤}{٧}$  ويكون :

**١** الاول المتناسب ، **٤** الثاني المتناسب ، **٧** الثالث المتناسب ، **٢٨** الرابع المتناسب ،

**٢٨ ، ١** طرفى التناسب ، **٧ ، ٤** وسطى التناسب

## خواص التناسب

### خاصية ١

إذا كان :  $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$  فإن :  $أ \times د = ب \times ج$  (حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)

(السبب : إذا ضربنا كل نسبة في د فإننا نجد أن :  $\frac{أ}{ب} \times د = \frac{ج}{د} \times د$

أي أن :  $أ \times د = ب \times ج$ )

### مثال ١

١ أوجد الثالث المتناسب للكميات : ٣ ، ٤ ، ... ، ٢٠

٢ أوجد الرابع المتناسب للكميات : ١٨ ، ٢ ، ١٢ ، ٢١ ، ٢ ، ...

### الحل

١ نفرض أن الثالث المتناسب هو س .  $\therefore$  الكميات : ٣ ، ٤ ، س ، ٢٠ متناسبة

$$\therefore \frac{٣}{٤} = \frac{س}{٢٠} \text{ ومن الخاصية السابقة : } \therefore ٣ \times ٢٠ = ٤ \times س$$

$$\therefore ٤ \times س = ٦٠ \quad \therefore س (\text{الثالث المتناسب}) = ١٥$$

٢ نفرض أن س هو الرابع المتناسب

$\therefore$  الكميات : ١٨ ، ٢ ، ١٢ ، ٢١ ، س ، ٢٠ متناسبة

$$\therefore \frac{١٨}{٢} = \frac{٢١}{س} \quad \therefore \frac{١٨}{٢} = \frac{٢١}{س}$$

$$\therefore ١٨ \times س = ٢ \times ٢١$$

$$\therefore ١٨ س = ٤٢ \quad \therefore س = \frac{٤٢}{١٨}$$

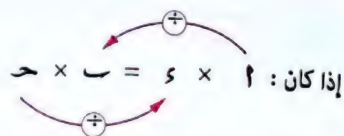
$$\therefore س (\text{الرابع المتناسب}) = ١٤$$

## حاول بنفسك ١

إذا كانت الكميات : س ، ٢٣ ، ١٥ ، ٦٩ كميات متناسبة فأوجد : قيمة س



## خاصية ٢



فإن :  $\frac{ح}{د} = \frac{أ}{ب}$

السبب : إذا قسمنا كل نسبة على د فإننا نجد أن :  $\frac{ح \times ب}{د} = \frac{د \times أ}{د}$

أي أن :  $\frac{ح}{د} = \frac{أ}{ب}$

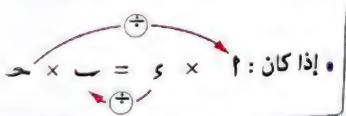
ويمكن أيضًا أن نستنتج أنه :



فإن :  $\frac{ح}{د} = \frac{أ}{ب}$

فإن :  $\frac{د}{ح} = \frac{ب}{أ}$

فإن :  $\frac{د}{ب} = \frac{ح}{أ}$



## مثال ٥

في كل مما يأتي أوجد  $\frac{س}{ص}$  إذا كان :

١  $١٢ \times س = ص \times ٣$

٢  $\frac{١}{٢} س = ص \times \frac{٣}{٤}$

## الحل

١  $١٢ \times س = ص \times ٣$

٢  $\frac{١}{٢} س = ص \times \frac{٣}{٤}$

$\frac{١}{٤} = \frac{٣}{١٢} = \frac{ص}{س}$

$\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{١} \times \frac{٣}{٤} = \frac{١}{١} \div \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} = \frac{ص}{س}$

## مثال ٢

أوجد العدد الذي إذا أضيف لكل من الأعداد ١، ١٣، ٧، ٣١ حصلنا على أعداد متناسبة.

## الحل

نفرض أن العدد = س

$١ + س، ١٣ + س، ٧ + س، ٣١ + س$  متناسبة

$\therefore \frac{١ + س}{١٣ + س} = \frac{٧ + س}{٣١ + س}$   $\therefore (١ + س)(٧ + س) = (٣١ + س)(١٣ + س)$

$\therefore ٧ + س + ١٣س + ٣١ = ٣١ + س + ٤٠٣ + ١٣س$   $\therefore ٩١ + س = ٤١٤ + ١٢س$

$\therefore ٩١ - ٩١ = ٤١٤ - ٩١ - س$   $\therefore ٠ = ٣٢٣ - س$   $\therefore س = ٣٢٣$

## مثال ٣

إذا كان :  $(٢ + س) : (٥ + س) = (٣ - س) : ٤$  فأوجد قيمة س :

## الحل

$\therefore \frac{٢ + س}{٣ - س} = \frac{٥ + س}{٤}$

$\therefore ٤(٢ + س) = (٥ + س)(٣ - س)$

$\therefore ٨ + ٤س = ١٥ - ٣س + ٣س - س$

$\therefore ٨ + ٤س = ١٥ - ٤س$

$\therefore ٨ + ٨س = ١٥ - ٨ + ٨$

## مثال ٤

أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى حدى النسبة ١٧ : ٢٢ فإننا نحصل على النسبة ٦ : ٧

## الحل

نفرض أن العدد المطلوب = س

$\therefore \frac{١٧ + س}{٢٢ + س} = \frac{٦}{٧}$

$\therefore ٧(١٧ + س) = ٦(٢٢ + س)$

$\therefore ١١٩ + ٧س = ١٣٢ + ٦س$

$\therefore ١٣ = س$  (العدد المطلوب)

$\therefore ١١٩ - ١٣٢ = ٦س - ٧س$

## حاول بنفسك ٢

أوجد العدد الحقيقي الذي إذا طرح من حدى النسبة  $\frac{٥}{٦}$  لأصبحت  $\frac{٣}{٤}$





## خاصية ٤

إذا كان:  $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$  فإن:  $1 = 3$  ،  $3 = 1$  (حيث  $m$  ثابت  $\neq$  صفر)

فمثلاً: إذا كان:  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  فإن:  $2 = 4$  ،  $4 = 2$  (حيث  $m$  ثابت  $\neq$  صفر)

### مثال ١

إذا كان:  $1 = 3$  ،  $3 = 1$  فأوجد النسبة:  $20 - 7 = 13$  ،  $15 + 2 = 17$

**الحل**

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3}$$

$\therefore 1 = 3$  ،  $3 = 1$  (حيث  $m \neq$  صفر)

وبالتعويض عن  $1$  ،  $3$  بدلالة  $m$   $\therefore \frac{2}{5} = \frac{1}{3} = \frac{20 - 7}{15 + 2} = \frac{13}{17}$   $\therefore \frac{2}{5} = \frac{13}{17}$

**حل آخر:** بقسمة حدى النسبة  $\frac{20 - 7}{15 + 2}$  على  $13$  ثم التعويض عن قيمة  $\frac{2}{5} = \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{3} = \frac{0}{13} = \frac{20 - 7}{15 + 2} = \frac{13}{17} = \frac{20 - 7}{15 + 2} = \frac{13}{17}$$

### مثال ٢

إذا كان:  $\frac{2}{3} = \frac{1}{2}$  ،  $\frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

فأثبت أن:  $(17 + 4 = 21)$  ،  $(11 + 3 = 14)$  ،  $12$  ،  $14$  كميات متناسبة.

**الحل**

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

$\therefore 2 = 3$  ،  $3 = 2$  (حيث  $m \neq$  صفر)

لاحظ أننا استخدمنا ثابتين مختلفين  $m$  ،  $k$  ولا يجوز استخدام نفس الثابت

وبالتعويض عن  $1$  ،  $3$  ،  $2$  ،  $4$  ،  $11$  ،  $12$  ،  $14$  ،  $15$  ،  $17$  ،  $20$  ،  $21$  ،  $22$  ،  $23$  ،  $24$  ،  $25$  ،  $26$  ،  $27$  ،  $28$  ،  $29$  ،  $30$  ،  $31$  ،  $32$  ،  $33$  ،  $34$  ،  $35$  ،  $36$  ،  $37$  ،  $38$  ،  $39$  ،  $40$  ،  $41$  ،  $42$  ،  $43$  ،  $44$  ،  $45$  ،  $46$  ،  $47$  ،  $48$  ،  $49$  ،  $50$  ،  $51$  ،  $52$  ،  $53$  ،  $54$  ،  $55$  ،  $56$  ،  $57$  ،  $58$  ،  $59$  ،  $60$  ،  $61$  ،  $62$  ،  $63$  ،  $64$  ،  $65$  ،  $66$  ،  $67$  ،  $68$  ،  $69$  ،  $70$  ،  $71$  ،  $72$  ،  $73$  ،  $74$  ،  $75$  ،  $76$  ،  $77$  ،  $78$  ،  $79$  ،  $80$  ،  $81$  ،  $82$  ،  $83$  ،  $84$  ،  $85$  ،  $86$  ،  $87$  ،  $88$  ،  $89$  ،  $90$  ،  $91$  ،  $92$  ،  $93$  ،  $94$  ،  $95$  ،  $96$  ،  $97$  ،  $98$  ،  $99$  ،  $100$  ،  $101$  ،  $102$  ،  $103$  ،  $104$  ،  $105$  ،  $106$  ،  $107$  ،  $108$  ،  $109$  ،  $110$  ،  $111$  ،  $112$  ،  $113$  ،  $114$  ،  $115$  ،  $116$  ،  $117$  ،  $118$  ،  $119$  ،  $120$  ،  $121$  ،  $122$  ،  $123$  ،  $124$  ،  $125$  ،  $126$  ،  $127$  ،  $128$  ،  $129$  ،  $130$  ،  $131$  ،  $132$  ،  $133$  ،  $134$  ،  $135$  ،  $136$  ،  $137$  ،  $138$  ،  $139$  ،  $140$  ،  $141$  ،  $142$  ،  $143$  ،  $144$  ،  $145$  ،  $146$  ،  $147$  ،  $148$  ،  $149$  ،  $150$  ،  $151$  ،  $152$  ،  $153$  ،  $154$  ،  $155$  ،  $156$  ،  $157$  ،  $158$  ،  $159$  ،  $160$  ،  $161$  ،  $162$  ،  $163$  ،  $164$  ،  $165$  ،  $166$  ،  $167$  ،  $168$  ،  $169$  ،  $170$  ،  $171$  ،  $172$  ،  $173$  ،  $174$  ،  $175$  ،  $176$  ،  $177$  ،  $178$  ،  $179$  ،  $180$  ،  $181$  ،  $182$  ،  $183$  ،  $184$  ،  $185$  ،  $186$  ،  $187$  ،  $188$  ،  $189$  ،  $190$  ،  $191$  ،  $192$  ،  $193$  ،  $194$  ،  $195$  ،  $196$  ،  $197$  ،  $198$  ،  $199$  ،  $200$  ،  $201$  ،  $202$  ،  $203$  ،  $204$  ،  $205$  ،  $206$  ،  $207$  ،  $208$  ،  $209$  ،  $210$  ،  $211$  ،  $212$  ،  $213$  ،  $214$  ،  $215$  ،  $216$  ،  $217$  ،  $218$  ،  $219$  ،  $220$  ،  $221$  ،  $222$  ،  $223$  ،  $224$  ،  $225$  ،  $226$  ،  $227$  ،  $228$  ،  $229$  ،  $230$  ،  $231$  ،  $232$  ،  $233$  ،  $234$  ،  $235$  ،  $236$  ،  $237$  ،  $238$  ،  $239$  ،  $240$  ،  $241$  ،  $242$  ،  $243$  ،  $244$  ،  $245$  ،  $246$  ،  $247$  ،  $248$  ،  $249$  ،  $250$  ،  $251$  ،  $252$  ،  $253$  ،  $254$  ،  $255$  ،  $256$  ،  $257$  ،  $258$  ،  $259$  ،  $260$  ،  $261$  ،  $262$  ،  $263$  ،  $264$  ،  $265$  ،  $266$  ،  $267$  ،  $268$  ،  $269$  ،  $270$  ،  $271$  ،  $272$  ،  $273$  ،  $274$  ،  $275$  ،  $276$  ،  $277$  ،  $278$  ،  $279$  ،  $280$  ،  $281$  ،  $282$  ،  $283$  ،  $284$  ،  $285$  ،  $286$  ،  $287$  ،  $288$  ،  $289$  ،  $290$  ،  $291$  ،  $292$  ،  $293$  ،  $294$  ،  $295$  ،  $296$  ،  $297$  ،  $298$  ،  $299$  ،  $300$  ،  $301$  ،  $302$  ،  $303$  ،  $304$  ،  $305$  ،  $306$  ،  $307$  ،  $308$  ،  $309$  ،  $310$  ،  $311$  ،  $312$  ،  $313$  ،  $314$  ،  $315$  ،  $316$  ،  $317$  ،  $318$  ،  $319$  ،  $320$  ،  $321$  ،  $322$  ،  $323$  ،  $324$  ،  $325$  ،  $326$  ،  $327$  ،  $328$  ،  $329$  ،  $330$  ،  $331$  ،  $332$  ،  $333$  ،  $334$  ،  $335$  ،  $336$  ،  $337$  ،  $338$  ،  $339$  ،  $340$  ،  $341$  ،  $342$  ،  $343$  ،  $344$  ،  $345$  ،  $346$  ،  $347$  ،  $348$  ،  $349$  ،  $350$  ،  $351$  ،  $352$  ،  $353$  ،  $354$  ،  $355$  ،  $356$  ،  $357$  ،  $358$  ،  $359$  ،  $360$  ،  $361$  ،  $362$  ،  $363$  ،  $364$  ،  $365$  ،  $366$  ،  $367$  ،  $368$  ،  $369$  ،  $370$  ،  $371$  ،  $372$  ،  $373$  ،  $374$  ،  $375$  ،  $376$  ،  $377$  ،  $378$  ،  $379$  ،  $380$  ،  $381$  ،  $382$  ،  $383$  ،  $384$  ،  $385$  ،  $386$  ،  $387$  ،  $388$  ،  $389$  ،  $390$  ،  $391$  ،  $392$  ،  $393$  ،  $394$  ،  $395$  ،  $396$  ،  $397$  ،  $398$  ،  $399$  ،  $400$  ،  $401$  ،  $402$  ،  $403$  ،  $404$  ،  $405$  ،  $406$  ،  $407$  ،  $408$  ،  $409$  ،  $410$  ،  $411$  ،  $412$  ،  $413$  ،  $414$  ،  $415$  ،  $416$  ،  $417$  ،  $418$  ،  $419$  ،  $420$  ،  $421$  ،  $422$  ،  $423$  ،  $424$  ،  $425$  ،  $426$  ،  $427$  ،  $428$  ،  $429$  ،  $430$  ،  $431$  ،  $432$  ،  $433$  ،  $434$  ،  $435$  ،  $436$  ،  $437$  ،  $438$  ،  $439$  ،  $440$  ،  $441$  ،  $442$  ،  $443$  ،  $444$  ،  $445$  ،  $446$  ،  $447$  ،  $448$  ،  $449$  ،  $450$  ،  $451$  ،  $452$  ،  $453$  ،  $454$  ،  $455$  ،  $456$  ،  $457$  ،  $458$  ،  $459$  ،  $460$  ،  $461$  ،  $462$  ،  $463$  ،  $464$  ،  $465$  ،  $466$  ،  $467$  ،  $468$  ،  $469$  ،  $470$  ،  $471$  ،  $472$  ،  $473$  ،  $474$  ،  $475$  ،  $476$  ،  $477$  ،  $478$  ،  $479$  ،  $480$  ،  $481$  ،  $482$  ،  $483$  ،  $484$  ،  $485$  ،  $486$  ،  $487$  ،  $488$  ،  $489$  ،  $490$  ،  $491$  ،  $492$  ،  $493$  ،  $494$  ،  $495$  ،  $496$  ،  $497$  ،  $498$  ،  $499$  ،  $500$  ،  $501$  ،  $502$  ،  $503$  ،  $504$  ،  $505$  ،  $506$  ،  $507$  ،  $508$  ،  $509$  ،  $510$  ،  $511$  ،  $512$  ،  $513$  ،  $514$  ،  $515$  ،  $516$  ،  $517$  ،  $518$  ،  $519$  ،  $520$  ،  $521$  ،  $522$  ،  $523$  ،  $524$  ،  $525$  ،  $526$  ،  $527$  ،  $528$  ،  $529$  ،  $530$  ،  $531$  ،  $532$  ،  $533$  ،  $534$  ،  $535$  ،  $536$  ،  $537$  ،  $538$  ،  $539$  ،  $540$  ،  $541$  ،  $542$  ،  $543$  ،  $544$  ،  $545$  ،  $546$  ،  $547$  ،  $548$  ،  $549$  ،  $550$  ،  $551$  ،  $552$  ،  $553$  ،  $554$  ،  $555$  ،  $556$  ،  $557$  ،  $558$  ،  $559$  ،  $560$  ،  $561$  ،  $562$  ،  $563$  ،  $564$  ،  $565$  ،  $566$  ،  $567$  ،  $568$  ،  $569$  ،  $570$  ،  $571$  ،  $572$  ،  $573$  ،  $574$  ،  $575$  ،  $576$  ،  $577$  ،  $578$  ،  $579$  ،  $580$  ،  $581$  ،  $582$  ،  $583$  ،  $584$  ،  $585$  ،  $586$  ،  $587$  ،  $588$  ،  $589$  ،  $590$  ،  $591$  ،  $592$  ،  $593$  ،  $594$  ،  $595$  ،  $596$  ،  $597$  ،  $598$  ،  $599$  ،  $600$  ،  $601$  ،  $602$  ،  $603$  ،  $604$  ،  $605$  ،  $606$  ،  $607$  ،  $608$  ،  $609$  ،  $610$  ،  $611$  ،  $612$  ،  $613$  ،  $614$  ،  $615$  ،  $616$  ،  $617$  ،  $618$  ،  $619$  ،  $620$  ،  $621$  ،  $622$  ،  $623$  ،  $624$  ،  $625$  ،  $626$  ،  $627$  ،  $628$  ،  $629$  ،  $630$  ،  $631$  ،  $632$  ،  $633$  ،  $634$  ،  $635$  ،  $636$  ،  $637$  ،  $638$  ،  $639$  ،  $640$  ،  $641$  ،  $642$  ،  $643$  ،  $644$  ،  $645$  ،  $646$  ،  $647$  ،  $648$  ،  $649$  ،  $650$  ،  $651$  ،  $652$  ،  $653$  ،  $654$  ،  $655$  ،  $656$  ،  $657$  ،  $658$  ،  $659$  ،  $660$  ،  $661$  ،  $662$  ،  $663$  ،  $664$  ،  $665$  ،  $666$  ،  $667$  ،  $668$  ،  $669$  ،  $670$  ،  $671$  ،  $672$  ،  $673$  ،  $674$  ،  $675$  ،  $676$  ،  $677$  ،  $678$  ،  $679$  ،  $680$  ،  $681$  ،  $682$  ،  $683$  ،  $684$  ،  $685$  ،  $686$  ،  $687$  ،  $688$  ،  $689$  ،  $690$  ،  $691$  ،  $692$  ،  $693$  ،  $694$  ،  $695$  ،  $696$  ،  $697$  ،  $698$  ،  $699$  ،  $700$  ،  $701$  ،  $702$  ،  $703$  ،  $704$  ،  $705$  ،  $706$  ،  $707$  ،  $708$  ،  $709$  ،  $710$  ،  $711$  ،  $712$  ،  $713$  ،  $714$  ،  $715$  ،  $716$  ،  $717$  ،  $718$  ،  $719$  ،  $720$  ،  $721$  ،  $722$  ،  $723$  ،  $724$  ،  $725$  ،  $726$  ،  $727$  ،  $728$  ،  $729$  ،  $730$  ،  $731$  ،  $732$  ،  $733$  ،  $734$  ،  $735$  ،  $736$  ،  $737$  ،  $738$  ،  $739$  ،  $740$  ،  $741$  ،  $742$  ،  $743$  ،  $744$  ،  $745$  ،  $746$  ،  $747$  ،  $748$  ،  $749$  ،  $750$  ،  $751$  ،  $752$  ،  $753$  ،  $754$  ،  $755$  ،  $756$  ،  $757$  ،  $758$  ،  $759$  ،  $760$  ،  $761$  ،  $762$  ،  $763$  ،  $764$  ،  $765$  ،  $766$  ،  $767$  ،  $768$  ،  $769$  ،  $770$  ،  $771$  ،  $772$  ،  $773$  ،  $774$  ،  $775$  ،  $776$  ،  $777$  ،  $778$  ،  $779$  ،  $780$  ،  $781$  ،  $782$  ،  $783$  ،  $784$  ،  $785$  ،  $786$  ،  $787$  ،  $788$  ،  $789$  ،  $790$  ،  $791$  ،  $792$  ،  $793$  ،  $794$  ،  $795$  ،  $796$  ،  $797$  ،  $798$  ،  $799$  ،  $800$  ،  $801$  ،  $802$  ،  $803$  ،  $804$  ،  $805$  ،  $806$  ،  $807$  ،  $808$  ،  $809$  ،  $810$  ،  $811$  ،  $812$  ،  $813$  ،  $814$  ،  $815$  ،  $816$  ،  $817$  ،  $818$  ،  $819$  ،  $820$  ،  $821$  ،  $822$  ،  $823$  ،  $824$  ،  $825$  ،  $826$  ،  $827$  ،  $828$  ،  $829$  ،  $830$  ،  $831$  ،  $832$  ،  $833$  ،  $834$  ،  $835$  ،  $836$  ،  $837$  ،  $838$  ،  $839$  ،  $840$  ،  $841$  ،  $842$  ،  $843$  ،  $844$  ،  $845$  ،  $846$  ،  $847$  ،  $848$  ،  $849$  ،  $850$  ،  $851$  ،  $852$  ،  $853$  ،  $854$  ،  $855$  ،  $856$  ،  $857$  ،  $858$  ،  $859$  ،  $860$  ،  $861$  ،  $862$  ،  $863$  ،  $864$  ،  $865$  ،  $866$  ،  $867$  ،  $868$  ،  $869$  ،  $870$  ،  $871$  ،  $872$  ،  $873$  ،  $874$  ،  $875$  ،  $876$  ،  $877$  ،  $878$  ،  $879$  ،  $880$  ،  $881$  ،  $882$  ،  $883$  ،  $884$  ،  $885$  ،  $886$  ،  $887$  ،  $888$  ،  $889$  ،  $890$  ،  $891$  ،  $892$  ،  $893$  ،  $894$  ،  $895$  ،  $896$  ،  $897$  ،  $898$  ،  $899$  ،  $900$  ،  $901$  ،  $902$  ،  $903$  ،  $904$  ،  $905$  ،  $906$  ،  $907$  ،  $908$  ،  $909$  ،  $910$  ،  $911$  ،  $912$  ،  $913$  ،  $914$  ،  $915$  ،  $916$  ،  $917$  ،  $918$  ،  $919$  ،  $920$  ،  $921$  ،  $922$  ،  $923$  ،  $924$  ،  $925$  ،  $926$  ،  $927$  ،  $928$  ،  $929$  ،  $930$  ،  $931$  ،  $932$  ،  $933$  ،  $934$  ،  $935$  ،  $936$  ،  $937$  ،  $938$  ،  $939$  ،  $940$  ،  $941$  ،  $942$  ،  $943$  ،  $944$  ،  $945$  ،  $946$  ،  $947$  ،  $948$  ،  $949$  ،  $950$  ،  $951$  ،  $952$  ،  $953$  ،  $954$  ،  $955$  ،  $956$  ،  $957$  ،  $958$  ،  $959$  ،  $960$  ،  $961$  ،  $962$  ،  $963$  ،  $964$  ،  $965$  ،  $966$  ،  $967$  ،  $968$  ،  $969$  ،  $970$  ،  $971$  ،  $972$  ،  $973$  ،  $974$  ،  $975$  ،  $976$  ،  $977$  ،  $978$  ،  $979$  ،  $980$  ،  $981$  ،  $982$  ،  $983$  ،  $984$  ،  $985$  ،  $986$  ،  $987$  ،  $988$  ،  $989$  ،  $990$  ،  $991$  ،  $992$  ،  $993$  ،  $994$  ،  $995$  ،  $996$  ،  $997$  ،  $998$  ،  $999$  ،  $1000$  ،  $1001$  ،  $1002$  ،  $1003$  ،  $1004$  ،  $1005$  ،  $1006$  ،  $1007$  ،  $1008$  ،  $1009$  ،  $1010$  ،  $1011$  ،  $1012$  ،  $1013$  ،  $1014$  ،  $1015$  ،  $1016$  ،  $1017$  ،  $1018$  ،  $1019$  ،  $1020$  ،  $1021$  ،  $1022$  ،  $1023$  ،  $1024$  ،  $1025$  ،  $1026$  ،  $1027$  ،  $1028$  ،  $1029$  ،  $1030$  ،  $1031$  ،  $1032$  ،  $1033$  ،  $1034$  ،  $1035$  ،  $1036$  ،  $1037$  ،  $1038$  ،  $1039$  ،  $1040$  ،  $1041$  ،  $1042$  ،  $1043$  ،  $1044$  ،  $1045$  ،  $1046$  ،  $1047$  ،  $1048$  ،  $1049$  ،  $1050$  ،  $1051$  ،  $1052$  ،  $1053$  ،  $1054$  ،  $1055$  ،  $1056$  ،  $1057$  ،  $1058$  ،  $1059$  ،  $1060$  ،  $1061$  ،  $1062$  ،  $1063$  ،  $1064$  ،  $1065$  ،  $1066$  ،  $1067$  ،  $1068$  ،  $1069$  ،  $1070$  ،  $1071$  ،  $1072$  ،  $1073$  ،  $1074$  ،  $1075$  ،  $1076$  ،  $1077$  ،  $1078$  ،  $1079$  ،  $1080$  ،  $1081$  ،  $1082$  ،  $1083$  ،  $1084$  ،  $1085$  ،  $1086$  ،  $1087$  ،  $1088$  ،  $1089$  ،  $1090$  ،  $1091$  ،  $1092$  ،  $1093$  ،  $1094$  ،  $1095$  ،  $1096$  ،  $1097$  ،  $1098$  ،  $1099$  ، <

# تمارين 5

## على النسبة والتناسب

أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتي :

- ١ إذا كان : ٩ ، ب ، ح ، د كميات متناسبة فإن : ح يسمى ..... (دعياط)
- ٢ إذا كانت الكميات : ٩ ، ب ، ح ، د متناسبة فإن :  $\frac{9}{ب} = \frac{د}{ح}$  ..... (البجدة ١١)
- ٣ الرابع المتناسب للأعداد : ٤ ، ١٢ ، ١٦ ، ... هو ..... (أحمد الشبنة ١١)
- ٤ الثاني المتناسب للأعداد : ٢ ، ... ، ٤ ، ٦ هو ..... (دعياط)
- ٥ الثالث المتناسب للأعداد : ٨ ، ٦ ، ... ، ١٢ هو ..... (دعياط)
- ٦ الأول المتناسب للأعداد : ... ، ٥ ، ٢٧ ، ٤٥ هو ..... (دعياط)
- ٧ إذا كانت : ٣ ، ١ - ٢ ، ١ + ٢ ، ٥ متناسبة فإن : ٩ = ..... (دعياط)
- ٨ قسم مبلغ بين شخصين بنسبة ٢ : ٣ فإذا كان نصيب أولهما ٣٠ جنيهاً فإن نصيب الآخر = ..... جنيهاً. (دعياط)
- ٩ إذا كان : ٧ س = ٣ ص فإن :  $\frac{س}{ص} = \frac{٧}{٣}$  ..... (الوادي الجديد ١١)
- ١٠ إذا كان : ٥ - ٢ = ٤ - ب فإن :  $\frac{٥}{٢} = \frac{٤}{ب}$  ..... (سوهاج ١٠)
- ١١ إذا كان :  $\frac{٧ - ٢٥}{١١ + ٢٨} = ٠$  فإن :  $\frac{٧}{١١} = \frac{٢٥}{٢٨}$  ..... (الفيوم ١٢)
- ١٢ إذا كان :  $\frac{٢}{٣} = \frac{١}{٤}$  فإن :  $\frac{٢}{٣} = \frac{١}{٤}$  ..... (دعياط)

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ نسبة مساحة منطقة مربعة طول ضلعها ل سم إلى مساحة منطقة مربعة أخرى طول ضلعها ٢ ل سم كنسبة ..... (المنوفية ١٣)
- (١) ٢ : ١ (ب) ٤ : ١ (ج) ٤ : ١ (د) ١ : ٤
- ٢ إذا كان :  $\frac{٢٣}{٥} = \frac{١}{٣}$  فإن :  $\frac{١}{٣} = \frac{٢٣}{٥}$  ..... (الإسكندرية ٢٠ ، البحر الأحمر ١١)
- (١)  $\frac{٦}{٥}$  (ب)  $\frac{٥}{٦}$  (ج)  $\frac{٢}{٣}$  (د)  $\frac{٣}{٢}$



٣ إذا كان : ٤ س = ٥ ص فإن :  $\frac{٥ ص}{٤ س} = \dots\dots\dots$  (قنا ١١)

- (١) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٤ إذا كان : ٢٣ = ٥ س فإن :  $\frac{٢٣}{٥} = \dots\dots\dots$  (القبوض ١٧)

- (١) ٣ (ب) ٥ (ج)  $\frac{٣}{٥}$  (د)  $\frac{٥}{٨}$

٥ إذا كان : ٢ س = ٧ ص فإن :  $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-١} = \dots\dots\dots$  (القبوض ١٠٩)

- (١)  $\frac{٢}{٧}$  (ب)  $\frac{٧}{٢}$  (ج)  $\frac{٤٩}{٤}$  (د)  $\frac{٤}{٤٩}$

٦ إذا كانت : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ متناسبة فإن :  $\frac{٥}{٢} = \dots\dots\dots$  (القليوبية ١٧)

- (١)  $\frac{٢}{٣}$  (ب)  $\frac{٢}{٤}$  (ج) ٣ (د) ٢

٧ إذا كانت : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ كميات متناسبة

فإن :  $\frac{١}{٥} = \dots\dots\dots$  (أسوان ١٧ ، دمياط ١٦)

- (١) ٢ (ب)  $\frac{١}{٢}$  (ج)  $\frac{١}{٣}$  (د)  $\frac{١}{٤}$

٨ إذا كانت : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ أربع كميات متناسبة

فإن :  $\frac{١}{٥} = \dots\dots\dots$  (سوهاج ١٣)

- (١)  $\frac{٢}{٧}$  (ب)  $\frac{٦}{٣٥}$  (ج)  $\frac{٣}{٥}$  (د)  $\frac{٣}{٢}$

٩ إذا كانت : ٤ س = ٩ ص فإن :  $\frac{س}{ص} = \dots\dots\dots$  (بنى سويف ١٦)

- (١)  $\frac{٩}{٤}$  (ب)  $\frac{٣}{٢}$  (ج)  $\frac{٢}{٣} \pm$  (د)  $\frac{٣}{٢} \pm$

١٠ إذا كان :  $\frac{٢}{٣} = \frac{٢+٢}{٢-٢}$  فإن :  $\frac{٢}{٣} = \dots\dots\dots$  (المنوفية ٢٠ ، الإسكندرية ١١)

- (١)  $\frac{١}{٨}$  (ب) ٨ (ج)  $\frac{١}{٨} -$  (د) ٨ -

١١ إذا كانت : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ كميات متناسبة فإن :  $\dots\dots\dots$

- (١)  $\frac{١}{٤} = \frac{٢}{٥}$  (ب)  $\frac{٤}{٢} = \frac{١}{٣}$  (ج)  $\frac{١}{٤} = \frac{٢}{٥}$  (د) ٢ = ٤

١٢  $\frac{١٨ س - ٣ ص}{٥ ص} = \dots\dots\dots$

- (١) ٢٠ س - ٢ ص (ب) ٣٠ س - ٣ ص (ج) ٣٠ س - ٢ ص (د) ١٥ س - ٣ ص

$$\frac{\dots\dots\dots}{22} = \frac{2+2}{2} \quad 13$$

$$(i) 2+2 \quad (b) 2+2 \quad (c) 2+2 \quad (d) 2+2$$

$$14 \text{ إذا كان : } 4 \text{ س} + 9 \text{ ص} = 12 \text{ س} \text{ فإن : } \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \dots\dots\dots \text{ (القلوبية ٠٩)}$$

$$(i) \frac{2}{2} \quad (b) \frac{2}{3} \quad (c) \frac{2}{3} \quad (d) \frac{2}{2}$$

3 أوجد كلاً مما يأتي :

$$1 \text{ الأول المتناسب للأعداد : } \sqrt{2}, 8, 7, 14, \sqrt{2}$$

$$2 \text{ الثالث المتناسب للكميات : } 2, (2+), \dots, (2-)$$

$$3 \text{ الرابع المتناسب للكميات : } (2+), (2-), (2-), \dots$$

4 أوجد قيمة س في كل مما يأتي إذا كان :

$$1 \text{ (س} - 2) : (3 - \text{س}) = 1 : 4$$

$$2 \text{ (س} - 5) : (5 + \text{س} + 3) = 2 : 3$$

$$3 \text{ (س} - 8) : (2 \text{ س} + 1) = 1 : 3$$

$$4 \text{ (س} + 10 \text{ س}) : (2 \text{ س} - 3) = 24 : 5 \text{ حيث س عدد صحيح.}$$

$$5 \text{ إذا كان : } \frac{\text{س} - 2}{\text{س} + 3} = \frac{1}{3} \text{ أوجد : } \frac{\text{س}}{\text{ص}}$$

$$6 \text{ إذا كان : } \frac{2 \text{ س} + 3}{2 \text{ س} - 3} = \frac{2 \text{ ص} + 5}{2 \text{ ص} - 5} \text{ أثبت أن : } \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{2}{5}$$

$$7 \text{ إذا كان : } 4 \text{ ص} - 2 \text{ س} = 3 \text{ س} \text{ فأوجد س : ص}$$

$$8 \text{ إذا كان : } 2 \text{ س} - 10 \text{ س} + 7 \text{ ص} = 0, \text{ س} \neq \text{ص}$$

فأوجد النسبة س : ص



٩  إذا كان:  $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$  أوجد قيمة النسبة:  $\frac{٣س + ٢ص}{٦ص - س}$

" $\frac{r}{\varepsilon}$ " (المبدأ ٢٠، مسودات ١٩)

١٠ إذا كان:  $\frac{2}{5} = \frac{4}{\quad}$  فأوجد قيمة:  $9 + 47 : 2 + 44$  (القاهرة ٢٠٠٥، قنا ١٥٥٠) «٣»

١١ إذا كانت :  $٢٤ = ٣$  فأوجد قيمة :


$$\frac{r_p - r}{r - r_p} \quad \text{« } \wedge \text{ »} \quad \frac{r + p \varepsilon}{r - p \gamma} \quad \text{« } \vee \text{ »}$$

١٢ إذا كان:  $\frac{1}{3} = \frac{2}{5}$  ،  $\frac{7}{2} = \frac{3}{5}$  فأوجد النسبة:  $\frac{52+3}{52-3}$

١٣ إذا كان : ٧ س - ٣ ص : س + ص = ٣ : ١  
فأوجد النسبة : ١٢ س + ٩ ص : ١١ س - ٣ ص

۱۴. إذا كان:  $\frac{21-s}{7+s} = \frac{2+s}{s}$  ،  $s \neq 0$

فأوجد قيمة:  $\frac{-2+9}{22}$

15  أوجد العدد الذي إذا أُضيف إلى كل من الأعداد ٣، ٥، ٨، ١٢ فإنها تكون متناسبة.

١٦ أوجد العدد الذي إذا طُرح من كل من الأعداد ١٦ ، ٢١ ، ١٤ ، ١٨ حصلنا على أعداد متناسبة.

أثبت أن : ٢ ، ب ، ح ، د كميات متناسبة إذا كان :

$$\frac{s+a}{s} = \frac{u+p}{u} \quad \text{[1] [2]}$$

(أسواق ٢٠، الشرقية ١٥، الفيوم ١٥)

$$\frac{s-2}{s+2} = \frac{s-1}{s+1} \quad \boxed{3}$$

٤  $\frac{r_p}{r_c} = \frac{r_p^2 - r_c^2}{r_c^2 - r_c}$  حيث  $p, b, c$ ، كميات موجبة.

١٨ إذا كان  $أ : ب : ح = ٥ : ٧ : ٣$  وكان  $أ + ب = ٢٧,٦$

«١١، ١٦، ١، ٩»

فأوجد قيمة كل من  $أ، ب، ح$

١٩ إذا كان  $أ : ب : ح = ٣ : ٤ : ٥$  أوجد القيمة العددية للمقدار:  $\frac{٢٢ + ٢٢ + ٢٢}{٢(أ + ب + ح)}$

«٦ : ٤ : ٣»

٢٠ إذا كان  $٢٢ : ٢ = ٣ = ٤ = ح$  فأوجد  $أ : ب : ح$

٢١ أجب عما يأتي :

١ أوجد العدد الذي إذا أُضيف إلى حدى النسبة  $١١ : ٧$

(الجيزة ١٩، الفيوم ١٨، القاهرة ١٧، الإسكندرية ١٤)

فإنها تصبح  $٣ : ٢$

٢ أوجد العدد الذي إذا طُرح ثلاثة أمثاله من حدى النسبة  $\frac{٤٩}{٦٩}$

(البحيرة ٢٠، الجيزة ١٢)

فإنها تصبح  $\frac{٢}{٣}$

٣ أوجد العدد الذي إذا أُضيف مربعه إلى كل من حدى النسبة  $١١ : ٧$

(المنوفية ٢٠، السويس ١٧) «٣، ١، ٢»

فإنها تصبح  $٤ : ٥$

٤ أوجد العدد الموجب الذي إذا أُضيف مربعه إلى حدى النسبة  $١١ : ٥$

(بنى سويف ٢٠، الجيزة ١٩، كفر الشيخ ١٧)

فإنها تصبح  $٣ : ٥$

٥ ما العدد الذي إذا طُرح من مقدم النسبة  $١٥ : ١٣$  وأُضيف إلى تاليها

(الأقصر ٢٠)

فإنها تصبح  $٣ : ٤$  ؟

٦ عدنان صحيحان النسبة بينهما  $٧ : ٣$  ، إذا طُرح من كل منهما  $٥$  أصبحت

(الإسماعيلية ٢٠، الإسكندرية ١٨) «١٥، ٢٥»

النسبة بينهما  $٣ : ١$  ، أوجد العددين.

٧ عدنان صحيحان النسبة بينهما  $٣ : ٢$  ، وإذا أُضيف للأول  $٧$  وطُرح من الثانى

$١٢$  صارت النسبة بينهما  $٥ : ٣$  أوجد العددين. (مطروى ١٨، بنى سويف ١٧) «١٨، ٢٧»

٨ عدنان حقيقيان موجبان النسبة بينهما  $٧ : ٤$  ومربع أصغرهما يزيد عن خمسة أمثال

«١٢، ٢١»

أكبرهما بمقدار  $٣٩$  أوجد العددين.



تطبيقات هندسية

« ٤٤٨ سم<sup>٢</sup> »

مستطيل النسبة بين بُعديه ٤ : ٧ ومحيطه ٨٨ سم أوجد مساحته.

٢٢

مثلث النسبة بين طول قاعدته وارتفاعه ٣ : ٢ ومساحته ٤٨ سم<sup>٢</sup>

٢٣

« ١٢ سم ، ٨ سم »

أوجد طول قاعدته وارتفاعه.

٢٤ في الشكل المقابل :



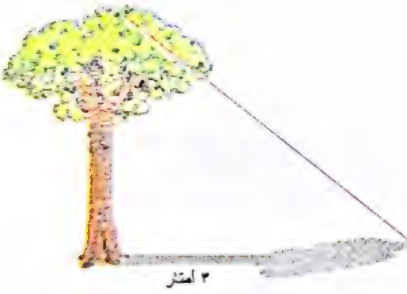
قامت آلاء بتظليل  $\frac{5}{9}$  مساحة الدائرة ،  $\frac{2}{3}$  مساحة المثلث

أوجد النسبة بين :

« (الجيزة ٠٨) ٢ : ١ »

مساحة الدائرة : مساحة المثلث.

تطبيقات حياتية



٢٥ يبلغ طول ظل شجرة ٣ أمتار فى الوقت

الذى يكون فيه طول ظل إسلام ١٢٠ سم

فإذا كان طول إسلام ١٨٠ سم

أوجد ارتفاع الشجرة.

« ١٢٠ سم »



٢٦ في مجال اهتمام الدولة بالريف المصرى ،

رصدت الدولة مبلغ ١٠٨٥ × ١٠ جنيه لإحدى

القرى لبناء مدرسة ، ووحدة صحية ، ومركز

شباب ، فإذا كانت تكاليف المدرسة  $\frac{2}{3}$  من تكاليف

الوحدة الصحية ، وتكاليف الوحدة الصحية  $\frac{5}{6}$  من

تكاليف مركز الشباب ، فما هى تكاليف كل منها ؟

« ١٠ × ٦ ، ١٠ × ٥ ، ١٠ × ٧,٥ »

١٠٣



٢٧ إذا كانت نسبة النجاح فى إحدى المحافظات للشهادة الإعدادية هى ٨٣٪ وكانت نسبة النجاح للبنين ٧٩٪ ، ونسبة النجاح للبنات ٨٩٪ فأوجد النسبة بين عدد البنين إلى عدد البنات فى هذه المحافظة.

« ٢ : ٢ »



٢٨ قطعة من السلك طولها ١٥٢ سم قُسمت إلى جزئين النسبة بينهما كنسبة ١١ : ٨ ، وصُنع من الجزء الأكبر دائرة ومن الجزء الأصغر مربع. أوجد النسبة بين مساحة المربع ومساحة الدائرة. ( $\frac{22}{7} = \pi$ )

« ٣٢ : ٧٧ »

### للمتفوقين



٢٩ أربعة أعداد متناسبة ، الرابع متناسب يساوى مربع الثانى المتناسب ، الأول متناسب ينقص عن الثانى المتناسب بمقدار ٢ ، والثالث المتناسب يساوى ٨ أوجد الأعداد الأربعة.

« ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٤ - ، ٢ - ، ٨ ، ٤ »

٣٠ إذا كانت : س ، ص ، ع ، ل أربعة أعداد متناسبة ،

$$\text{وكان : س + ص = ٨ ، ص + ع = ١٤ ، ع + ل = ٢٤}$$

« ٣ ، ٥ ، ٩ ، ١٥ »

فأوجد قيمة كل من : س ، ص ، ع ، ل

٣١ أوجد العدد الموجب الذى إذا أُضيف معكوسه الضربى إلى تالى النسبة  $\frac{2}{3}$  أصبحت  $\frac{3}{5}$

« ٣ »





الدرس

2

## تابع خواص التناسب

في هذا الدرس سوف نتناول خاصية (٥) من خواص التناسب ، وقبل دراسة هذه الخاصية سوف نتناول ملاحظة هامة في التناسب تساعد في حل المسائل.

### ١١ ملاحظة هامة

\* إذا كانت  $a, b, c, d$  كميات متناسبة وفرضنا أن :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$

فإن :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$  ،  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فمثلاً : إذا كان :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{1}{2}$  فإن :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{1}{2}$  ،  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

\* وبصفة عامة إذا كانت  $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z$  كميات متناسبة

وفرضنا أن :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \frac{i}{j} = \frac{k}{l} = \frac{m}{n} = \frac{o}{p} = \frac{q}{r} = \frac{s}{t} = \frac{u}{v} = \frac{w}{x} = \frac{y}{z}$

فإن :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \frac{i}{j} = \frac{k}{l} = \frac{m}{n} = \frac{o}{p} = \frac{q}{r} = \frac{s}{t} = \frac{u}{v} = \frac{w}{x} = \frac{y}{z}$  ، ...

### مثال ١

إذا كانت :  $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z$  كميات متناسبة

$$\frac{a^2 + b^2}{a + b} = \frac{c^2 + d^2}{c + d} = \frac{e^2 + f^2}{e + f} = \frac{g^2 + h^2}{g + h} = \frac{i^2 + j^2}{i + j} = \frac{k^2 + l^2}{k + l} = \frac{m^2 + n^2}{m + n} = \frac{o^2 + p^2}{o + p} = \frac{q^2 + r^2}{q + r} = \frac{s^2 + t^2}{s + t} = \frac{u^2 + v^2}{u + v} = \frac{w^2 + x^2}{w + x} = \frac{y^2 + z^2}{y + z}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{a + b} = \frac{c^2 + d^2}{c + d} = \frac{e^2 + f^2}{e + f} = \frac{g^2 + h^2}{g + h} = \frac{i^2 + j^2}{i + j} = \frac{k^2 + l^2}{k + l} = \frac{m^2 + n^2}{m + n} = \frac{o^2 + p^2}{o + p} = \frac{q^2 + r^2}{q + r} = \frac{s^2 + t^2}{s + t} = \frac{u^2 + v^2}{u + v} = \frac{w^2 + x^2}{w + x} = \frac{y^2 + z^2}{y + z}$$

## خاصية ٥

نعلم أن:  $\frac{3}{0} = \frac{7}{10} = \frac{9}{10}$

فإذا جمعنا مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية نحصل على النسبة  $\frac{10}{20} = \frac{7+9}{10+10}$  وهي تساوى  $\left(\frac{3}{0}\right)$  إحدى نسب التناسب المعطى.

كذلك إذا جمعنا مقدمات وتوالى النسبتين الثانية والثالثة نحصل على النسبة

$$\text{إحدى النسب} = \frac{9}{10} = \frac{7+9}{0+10}$$

وإذا جمعنا مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثالثة نحصل على النسبة

$$\text{إحدى النسب} = \frac{3}{0} = \frac{12}{20} = \frac{7+9}{0+10}$$

وإذا جمعنا مقدمات وتوالى النسب الثلاث نحصل على النسبة

$$\text{إحدى النسب} = \frac{3}{0} = \frac{18}{30} = \frac{7+9}{0+10+10}$$

ولا كانت النسبة لا تتغير إذا ضرب حدها في أى عدد حقيقى خلاف الصفر ،

فإذا ضربنا حدى النسبة الأولى فى أى عدد مثل ٢

وضربنا حدى النسبة الثانية فى أى عدد آخر مثل (٤-)

$$\frac{3}{0} = \frac{24}{40} = \frac{18}{40}$$

فإن التناسب السابق يظل صحيحاً أى يكون

$$\text{إحدى النسب} = \frac{3}{0} = \frac{7-}{10-} = \frac{24-18}{40-20}$$

وإذا جمعنا مقدمات وتوالى النسب الثلاث نحصل على النسبة

$$\text{إحدى النسب} = \frac{3}{0} = \frac{3-}{0-} = \frac{24-18}{0+40-20}$$

من النقاط السابقة يمكن أن نقول إنه : إذا كانت لدينا مجموعة من النسب المتساوية فإنه يمكننا الحصول على العديد من النسب الأخرى التى كل منها يساوى أى نسبة من النسب الأصلية وذلك عن طريق جمع مقدمات وتوالى كل النسب أو بعضها سواء مباشرة أو بعد ضرب حدى كل نسبة فى أى عدد حقيقى لا يساوى الصفر.

## الحل

١ نفرض أن:  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8}$  ،  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7}$  ،  $\frac{1}{5} = \frac{3}{8}$

$$\therefore \text{الطرف الأيمن} = \frac{2+3}{5+5} = \frac{(2+3) \cdot 2}{(5+5) \cdot 2} = \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 2}{5 \cdot 2 + 5 \cdot 2} = \frac{4+6}{10+10} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

٢ نفرض أن:  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8}$  ،  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7}$  ،  $\frac{1}{5} = \frac{3}{8}$

$$(1) \quad \frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{2+3}{5+5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad \frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{2+3}{5+5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\text{من (1) ، (2) ينتج أن: } \frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

## مثال ٢

إذا كانت:  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8}$  ، وكميات متناسبة موجبة فأثبت أن:  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8}$

## الحل

نفرض أن:  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8}$  ،  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7}$  ،  $\frac{1}{5} = \frac{3}{8}$  ، و  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7}$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{2+3}{5+5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{2+3}{5+5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{2+3}{5+5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

## حاول بنفسك ١

إذا كان:  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8}$  ، فأثبت أن:  $\frac{1}{5} = \frac{2}{7} = \frac{3}{8}$



أى أنه :

إذا كان :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \dots$  وكانت :  $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \dots$  أعدادًا حقيقية لا تساوى الصفر فإن :  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \dots$  إحدى النسب.

ملاحظة : يمكن حل المسألة الأولى فى مثال (١) باستخدام الخاصية السابقة كالتالى :

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \quad \therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

بضرب حدى النسبة الأولى فى ٢ والنسبة الثانية فى ٢

فإن مجموع المقدمات : مجموع التوالى = إحدى النسب

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

وبضرب حدى النسبة الأولى فى ٧ والنسبة الثانية فى ٥

فإن مجموع المقدمات : مجموع التوالى = إحدى النسب

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

من (١) ، (٢) :

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} \quad \therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

مثال ٣

$$\text{إذا كان : } \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \text{فأثبت أن : } \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$$

الحل

بضرب حدى النسبة الثانية فى (١-) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث :

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

١٠٨

بضرب حدى النسبة الثالثة فى (١-) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث :

(٢)

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} & \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \\ \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} & \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \end{aligned}$$

مثال ٤

$$\text{إذا كان : } \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \text{فأثبت أن : } \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$$

الحل

بجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث :

فإن مجموع المقدمات : مجموع التوالى = إحدى النسب

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

(١)

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

وبضرب حدى النسبة الأولى فى (٣) والثالثة فى (٢) وجمع المقدمات والتوالى للنسب الثلاث :

فإن مجموع المقدمات : مجموع التوالى = إحدى النسب

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

(٢)

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

## مثال ٥

إذا كان :  $\frac{2+7ح}{5ع+س} = \frac{7ح+4ب}{5ع+2ص} = \frac{4ب+2}{2ص+س}$  فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{2}{4}$

الحل

بضرب حدى النسبة الثانية فى (١-) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث :

$$\therefore \frac{2+7ح}{5ع+س} = \frac{7ح+4ب}{5ع+2ص} = \frac{4ب+2}{2ص+س} \Rightarrow \frac{2+7ح+7ح-4ب-4ب+2}{5ع+س-5ع-2ص+2ص+س} = \frac{2}{2ص+س}$$

وبضرب حدى النسبة الثالثة فى (١-) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث :

$$\therefore \frac{2+7ح-7ح+4ب+4ب+2}{5ع+س-5ع-2ص+2ص+س} = \frac{2}{2ص+س} \Rightarrow \frac{8ب}{2ص+س} = \frac{2}{2ص+س}$$

من (١) ، (٢) :

$$\therefore \frac{س}{ص} = \frac{2}{4}$$

$$\therefore \frac{س}{ص} = \frac{2}{4}$$

## حاول بنفسك ٢

إذا كان :  $\frac{س}{2-4} = \frac{ص}{2-4} = \frac{ع}{22-4}$  فأثبت أن :  $\frac{س+2ص+ع}{24-4} = \frac{2+2ص+ع}{22-4}$

(البرهان) : لنفرض أن  $\frac{س}{2-4} = \frac{ص}{2-4} = \frac{ع}{22-4} = \frac{1}{k}$  ، إذن  $س = 2-4$  ،  $ص = 2-4$  ،  $ع = 22-4$  .

نضع  $س = 2-4$  ،  $ص = 2-4$  ،  $ع = 22-4$  فى المعادلة المطلوبة ونجد :  $\frac{س+2ص+ع}{24-4} = \frac{2+2ص+ع}{22-4}$  .

(١)  $\frac{س}{2-4} = \frac{1}{k}$  ، إذن  $س = 2-4$  .

(٢)  $\frac{ص}{2-4} = \frac{1}{k}$  ، إذن  $ص = 2-4$  .

(٣)  $\frac{ع}{22-4} = \frac{1}{k}$  ، إذن  $ع = 22-4$  .





## أكمل ما يأتي :

١ إذا كان :  $\frac{3}{5} = \frac{ح}{5} = \frac{٩}{٤}$  فإن :  $\frac{ح+٩}{5+٤} = \dots\dots\dots$  (الفيصم ١٠٩)

٢ إذا كان :  $\frac{3}{0} = \frac{h}{9} = \frac{c}{5} = \frac{1}{c}$  فإن :  $\frac{1-2+h}{-2+9} = \dots\dots\dots$

$$\frac{ع\ ٤ + ص\ ٥ - س\ ٢}{\dots\dots\dots} = \frac{ع\ ٢ - ص\ ٢}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{١١} = \frac{ع}{٤} = \frac{ص}{٥} = \frac{س}{٦} \quad \boxed{٣}$$

٤ إذا كان :  $\frac{س + ص}{٥} = \frac{ص + هـ}{٣} = \frac{هـ + س}{٦}$  فإن :  $\frac{س - هـ}{٢} = \frac{ص - س}{.....}$

٥ إذا كان :  $\frac{٤}{س} = \frac{٧}{ص} = \frac{٢}{س-ص}$  فإن :  $٢ = \dots\dots\dots$  (القاعدة ١٠٩)

(الافقية ٠٨)  $\frac{\frac{1}{2} + J}{\dots\dots\dots} = \frac{1}{8} = \frac{J}{3}$  ٦

٧ إذا كان:  $\frac{ه}{و} = \frac{ح}{س} = \frac{ق}{ع}$  فإن:  $\frac{ق}{ع} = \frac{..... + ح + ٩٥}{و + ..... + ٥٥}$  (مطابق ١٠٨)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت:  $\frac{2}{c} = \frac{h}{e} = m$  حيث  $m \neq \text{صفر}$  فإن:  $\frac{h \times f}{e \times c} = \dots\dots\dots$  (الفاصلة ١٧)

(i) ۲م (ب) ۲م (ج) ۲م (د)

٢ إذا كانت:  $\frac{u}{v} = \frac{2}{5}$  فإن:  $27 - 5 - 3 = \dots\dots\dots$  (بورتسيو ١٠)

۲ (د)                      ۵ (ج)                      ۷ (ب)                      ۳ (ا)

٣ إذا كان :  $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{١} = \frac{س + ٢ ص}{٥}$  فإن :  $ل = \dots\dots\dots$  (الغنية ١٧)

٨ (د)                      ١٤ (ج)                      ١٣ (ب)                      ٩ (ا)

٤ إذا كانت:  $\frac{1}{c} = \frac{b}{e} = \frac{a}{g}$  فإن:  $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{g^2 + e^2 + c^2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{90}$

(i) ۲۵

$$10 + 20 + 90 (ج) \qquad 10 (د)$$

٥ إذا كان:  $\frac{2}{5} = \frac{4}{6}$  ،  $46 = 23 + 23$  ، فإن :  $2 = \dots$

(د) ٨

(ج) ٥

(ب) ٤

(أ) ٢

(الغريبة ١٧)

٦ إذا كان:  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$  ،  $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$  ، فإن :  $6 = \dots$

(د) ٣ : ٤

(ج) ٥ : ٦

(ب) ٦ : ٥

(أ) ٤ : ٣

٣ إذا كانت :  $2, 3, 4$  ، كميات متناسبة فأثبت أن :

(أسبوط ١٧)

١  $\frac{5+2}{52-50} = \frac{2+2}{2-20}$

(أقرا الشيخ ١٨ ، السوي ١٦)

٢  $\frac{52-2}{53+50} = \frac{2-2}{2+20}$

(المنقوبة ١١)

٣  $\frac{2}{5} = \frac{2+2}{2+20}$

(الغريبة ١٨ ، القليوبية ١٧ ، المنقوبة ١١)

٤  $\frac{2}{5} = \frac{2+2}{2+20}$

(السوي ١٨ ، الإسكندرية ١٤)

٥  $2\left(\frac{2-2}{5-5}\right) = \frac{2}{5}$

٦  $\frac{23-22}{53-22} = 2\left(\frac{2+2}{5+20}\right)$

٧  $\frac{2}{5} = \frac{23-22}{53-22}$  حيث  $2, 3, 4$  ، كميات موجبة.

(القليوبية ١٩)

٨  $\frac{2+2}{5+20} = \frac{23-22}{53-22}$

(الإسماعيلية ١٨)

٩  $\frac{2+2}{5+20} = \frac{23-22}{53-22}$

٤ إذا كان:  $\frac{2}{5} = \frac{4}{6}$  ، فأثبت أن :

١  $\frac{23-2}{53-5} = \frac{2+2}{5+20}$

٢  $\frac{23-2}{53-5} = \frac{2+2}{5+20}$

٣  $\frac{2}{5} = \frac{23-2}{53-5}$

٤  $\frac{2+2}{5+20} = \frac{23-2}{53-5}$



٥ إذا كان :  $\frac{ع}{٥} = \frac{ص}{٤} = \frac{س}{٣}$  فأثبت أن :

(بنى سويف ٢٠، بوسعيد ١٩، ش. سيناء ١٨، الجيزة ١٥)

$$\frac{١}{٢} = \frac{ع - ٢ص - ٣س}{ع + ٢ص + ٣س}$$

(دمياط ١٩، سوهاج ١٦، المنيا ١٢)

$$\sqrt{٣س^٢ + ٣ص^٢ + ٢ع^٢} = ٢س + ص$$

٦ إذا كان :  $\frac{ع}{٣} = \frac{ص}{٢} = \frac{س}{١}$  أثبت أن :  $\frac{٣}{٨} = \frac{ع - ٢ص + س}{ع - ٣س}$  (أسبوط ١٧)

٧ إذا كان :  $\frac{ح}{٤} = \frac{ب}{٣} = \frac{أ}{٢}$  فأثبت أن :  $٢٢ - ٥ب - ٣ح =$  إحدى النسب.

$$\frac{٢٢ - ٥ب - ٣ح}{٣س} = \frac{ح}{٤} = \frac{ب}{٣} = \frac{أ}{٢}$$

٨ فأوجد : قيمة س (القليوبية ٢٠، أسوان ١٩، الأقصر ١٨، قنا ١٧، الغربية ١٦) «٧»

$$\frac{ب}{٤س + ص} = \frac{أ}{٤س - ص}$$

(الدقهلية ١٩، دمياط ١٢)

$$\frac{ب - ٢}{٥س + ٣ص} = \frac{ب + ٢}{٥س - ٣ص}$$

$$\frac{ع - س}{٦} = \frac{ع + ٢ص + س}{١٣} \quad \text{أثبت أن :} \quad \frac{ع + ص}{٧} = \frac{س + ص}{١٩}$$

$$\frac{س + ص}{ع} = \frac{س}{ص} = \frac{ص}{ع - س}$$

فأثبت أن : كلاً من هذه النسب يساوى ٢ (ما لم تكن س + ص = ٠)

ثم أوجد س : ص : ع (البحيرة ١٨) «٣ : ٢ : ٤»

$$\frac{ع}{ب + ٢ - ح} = \frac{ص}{٢ + ح - ب} = \frac{س}{ح + ب - ٢}$$

(بوسعيد ١٩)

$$\frac{ع + ص}{ب} = \frac{س + ص}{٢}$$

$$\frac{ع}{٢ - ح - ٢} = \frac{ص}{ح - ب - ٢} = \frac{س}{ب + ٢ - ٢}$$

(مطروح ١٩، القليوبية ١٨، البحيرة ١٧)

$$\frac{ع + ٢ص + س}{ب + ٢ - ٢} = \frac{س + ص}{٢ - ٢ + ٢}$$

١٤ إذا كان :  $\frac{س}{ص} = \frac{س}{ص-٢} = \frac{٢}{ص-٢}$  فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٢+٢}$

١٥ إذا كان :  $\frac{س}{ص} = \frac{س}{ص-٣} = \frac{٢}{ص+٢}$  فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

١٦ إذا كان :  $\frac{س}{ص} = \frac{س}{ص-٣} = \frac{٢}{ص+٢}$  فأوجد قيمة :  $\frac{س+٢}{ص-٣}$  (ش. سيناء ١٠٩)

١٧ إذا كان :  $\frac{س}{ص} = \frac{س}{ص-٣} = \frac{٢}{ص+٢}$  فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

(المثوية ٦) فأثبت أن :  $٥ = \frac{س+ص+ع}{س-ع}$

١٨ إذا كان :  $\frac{س}{ص} = \frac{س}{ص-٣} = \frac{٢}{ص+٢}$  فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

(أقر الشيخ ٥) فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

١٩ إذا كان :  $\frac{س}{ص} = \frac{س}{ص-٣} = \frac{٢}{ص+٢}$  فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

(أقر الشيخ ٢٠) فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

٢٠ إذا كان :  $\frac{س}{ص} = \frac{س}{ص-٣} = \frac{٢}{ص+٢}$  فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

(الوادي الجديد ١٧) فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

٢١ إذا كان :  $\frac{س}{ص} = \frac{س}{ص-٣} = \frac{٢}{ص+٢}$  فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

فأثبت أن :  $س : ص : ع = ١٨ : ٧ : ١٧$

٢٢ إذا كان :  $\frac{س}{ص} = \frac{س}{ص-٣} = \frac{٢}{ص+٢}$  فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$  ثم أوجد :  $س : ص : ع$

«س : ص : ع = ٢ : ٢ : ٢»

٢٣ إذا كان :  $\frac{س}{ص} = \frac{س}{ص-٣} = \frac{٢}{ص+٢}$  فأثبت أن :  $\frac{س}{ص} = \frac{س+٢}{ص-٣+٢}$

فأثبت أن :  $س : ص : ع = ١٣ : ١٢ : ١١$  (٢٢ - ح ٢) + ٥ ص (٢ + ٢) = صفر



إذا كان:  $\frac{ص}{٢} = \frac{س}{٧}$

فأثبت أن: (٢س - ٣ص)، (س + ٢ص)، ١٠، ٢٦ متناسبة. (الأقصر ١٩)

إذا كان:  $\frac{٢}{٥} = \frac{١}{٣}$  ،  $\frac{٣}{٥} = \frac{١}{٣}$  ،  $\frac{٢}{٧} = \frac{١}{٣}$

فأوجد قيمة المقدار:  $١ + ب + ح$  بدلالة ٢

« ٩٥ »

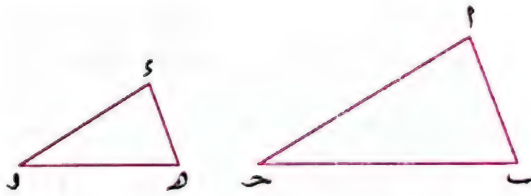
إذا كان:  $\frac{٢}{٣} = \frac{١}{٣}$  ،  $\frac{٣}{٥} = \frac{١}{٣}$  ،  $٧٥ = ح + ب + ١$

(البحر الأحمر ١٦) « ١٨ ، ٢٧ ، ٣٠ »

فأوجد قيمة كل من: ١ ، ب ، ح

### تطبيق هندسي

في الشكل المقابل:



إذا كان:  $\Delta ١٢٣ \sim \Delta ١٢٣$

بحيث و:  $١ = ح = ٢$  وكان محيط  $\Delta ١٢٣$  و = ٢٢ سم

« ٣٣ سم »

### للمتفوقين

إذا كان:  $\frac{ح}{س - ع + ص} = \frac{ب}{س + ص - ع} = \frac{١}{س + ص - ع}$

فأثبت أن: كل نسبة  $\frac{١ + س + ب + ص + ح + ع}{س^٢ + ص^٢ + ع^٢}$

إذا كان:  $\frac{٢ + س + ص}{س} = \frac{٤ + ص + ع}{ص} = \frac{٤ + ع + ٣ + س}{ع}$  فأوجد النسبة س : ص : ع

« ٣ : ٣ : ١ »

ثم أثبت أن:  $\frac{٤}{٣} = \frac{٢ + س + ص + ع}{س - ٢ + ص + ع}$

إذا كان:  $\frac{١ - ح}{٢} = \frac{٢ - ب}{٣} = \frac{٢ + ١}{٥}$

فأثبت أن:  $١ + ٢ - ب - ح = ٠$

$$\frac{٥}{٧} = \frac{١ - ب - ح}{٢ + ب - ح} \quad (٢)$$

## تعريف

أو  $\frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

فمثلاً: الأعداد ٤ ، ٦ ، ٩ تكون تناسباً متسلسلاً

لأن :  $\frac{7}{9} = \frac{8}{9}$  أولان :  $7(6) = 9 \times 8$

حيث ٦ هو الوسط المتناسب ، ٤ الأول المتناسب ، ٩ الثالث المتناسب.

لاحظ انه

- إذا كان : ٢ ، س ، ح ففى تناسب متسلسل فإن : ٢ = ح أى س = ± √ ٢ ح  
والكميتان ١ ، ح إما أن تكونا موجبتين معاً أو سالبتين معاً.  
• لآى عديدين س ، ص موجبين معاً أو سالبين معاً يوجد وسطان متناسبان هما :  
√ س ص و - √ س ص

أوجد الوسط المتناسب بين كل كميتين :

$\sqrt{17}, \sqrt{12} \quad 3$ 
 $\sqrt{2}, \sqrt{12} \quad 2$ 
 $2, 0 \quad 1$

### الحل

الوسط المتناسب  $10 \pm = 100 \sqrt{\pm} = 20 \times 5 \sqrt{\pm}$

الوسط المتناسب  $\pm \sqrt{L^2 M^2} = \pm L M$

3 الوسط المتناسب  $\sqrt[3]{6 \pm} = \sqrt[3]{6 \times 3 \times 2} \sqrt[3]{6 \pm}$

أوجد الثالث المتناسب لكل كميتين :

١٨، ١٢ [١] ٢- ٨- ١ ص ٢، ٤ ص ٢

### الحل

### ١) نفرض أن الثالث متناسب هو ح

$$2V = \frac{1\lambda \times 1\lambda}{12} = \frac{1}{6} \therefore \frac{1\lambda}{6} = \frac{12}{1\lambda} \therefore$$

٢ نفرض أن الثالث متناسب هو ح

$$\frac{4 \times 10^2 \text{ ص}}{\text{ح}} = \frac{8 \times 10^2 \text{ ص}}{4 \times 10^2 \text{ ص}} \therefore$$

$$\therefore \text{ح} = \frac{4 \text{ ص}^2 \times 4 \text{ ص}^2}{8 \text{ ص}^2} = \frac{16 \text{ ص}^4}{8 \text{ ص}^2} = 2 \text{ ص}^2$$

## حاول بنفسك

١) أوجد الوسط المتناسب بين ١٨ ، ٣٢      ٢) أوجد الأول المتناسب للعديدين ٨ ، ١٦



مثال ٤

إذا كانت  $b$  وسطًا متناسبًا بين  $a$ ،  $c$  فأثبت أن :

$$\frac{a-b}{b-a} = \frac{b-a}{a+b} \quad (1)$$

الحل

$\therefore b$  وسط متناسب بين  $a$ ،  $c$   $\therefore a$ ،  $b$ ،  $c$  حروف متناسبة متسلسلة.

$$\text{نفرض أن : } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k \quad \therefore a = kb, b = kc$$

$$(1) \quad \frac{a-b}{b-a} = \frac{kb-kc}{kc-kb} = \frac{k(b-c)}{k(c-b)} = \frac{b-c}{c-b} = -1$$

$$(2) \quad \frac{a-b}{b-a} = \frac{kb-kc}{kc-kb} = \frac{k(b-c)}{k(c-b)} = \frac{b-c}{c-b} = -1$$

$$\therefore \text{من (1)، (2) ينتج أن : } \frac{a-b}{b-a} = \frac{b-a}{a+b}$$

$$(1) \quad a-b = kb-kc = k(b-c) = k(b-c) = k(b-c)$$

$$(b-a)(a+b) = (kb-kc)(a+b) = (kb-kc)(a+b)$$

$$(a-b)(a+b) = (kb-kc)(a+b)$$

$$(2) \quad (a-b)(a+b) = (kb-kc)(a+b)$$

$$\therefore \text{من (1)، (2) ينتج أن : } (a-b)(a+b) = (b-a)(a+b)$$

حاول بنفسك ٢

إذا كانت  $a$ ،  $b$ ،  $c$  حروف متناسبة متسلسلة أثبت أن :  $\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2} = \frac{a^2+c^2}{b^2+a^2}$

ملاحظة ٢٢

إذا كان  $a$ ،  $b$ ،  $c$  حروف متناسبة متسلسلة وفرضنا أن :  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$

$$\therefore a = kb, b = kc$$

(1)

$$\therefore a = kb, b = kc$$

$$\therefore a = kb, b = kc$$

$$\text{فإن : } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore a = kb, b = kc$$

أي أنه :

$$\text{إذا كان : } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k \quad \text{فإن : } \left. \begin{array}{l} a = kb \\ b = kc \end{array} \right\}$$

مثال ٣

إذا كانت  $a$ ،  $b$ ،  $c$  حروف متناسبة متسلسلة فأثبت أن :  $\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2} = \frac{a^2+c^2}{b^2+a^2}$

الحل

$$\text{نفرض أن : } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k \quad \therefore a = kb, b = kc$$

$$\therefore \frac{a^2-b^2}{b^2-c^2} = \frac{(kb)^2-(kc)^2}{(kc)^2-k^2} = \frac{k^2(b^2-c^2)}{k^2(c^2-1)} = \frac{b^2-c^2}{c^2-1}$$

$$\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2} = \frac{(kb)^2-(kc)^2}{(kc)^2-k^2} = \frac{k^2(b^2-c^2)}{k^2(c^2-1)} = \frac{b^2-c^2}{c^2-1}$$

$$\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2} = \frac{b^2-c^2}{c^2-1}$$

$$\text{من (1)، (2) ينتج أن : } \frac{a^2-b^2}{b^2-c^2} = \frac{a^2+c^2}{b^2+a^2}$$

طالع آخر :

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k \quad \therefore a = kb, b = kc$$

$$\therefore \text{الطرف الأيمن} = \frac{a^2+c^2}{b^2+a^2} = \frac{(kb)^2+(kc)^2}{(kc)^2+(kb)^2} = \frac{k^2(b^2+c^2)}{k^2(c^2+b^2)} = \frac{b^2+c^2}{b^2+c^2} = 1$$

## تعميم تعريف التناسب المتسلسل

الكميات  $a, b, c, d, \dots$  تكون في تناسب متسلسل إذا كان:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \dots$

فمثلاً: الأعداد ١٦، ٢٤، ٣٦، ٥٤ في تناسب متسلسل.

$$\text{لأن } \frac{16}{24} = \frac{24}{36} = \frac{36}{54} \quad \left( \text{كل نسبة} = \frac{2}{3} \right)$$

### ملاحظة

إذا كانت  $a, b, c, d, \dots$  في تناسب متسلسل وفرضنا أن:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{1}{m}$

(١)	$\therefore b = a \cdot m$	فإن: $\frac{a}{b} = \frac{1}{m}$
	$\therefore c = b \cdot m$ وبالتعويض من (١)	$\frac{b}{c} = \frac{1}{m}$
(٢)	$\therefore d = b \cdot m^2$	$\therefore \frac{b}{c} = \frac{1}{m}$
	$\therefore e = c \cdot m$ وبالتعويض من (٢)	$\frac{c}{d} = \frac{1}{m}$
	$\therefore f = d \cdot m$	$\therefore \frac{d}{e} = \frac{1}{m}$

أي أنه:

$$\left. \begin{array}{l} b = a \cdot m \\ c = b \cdot m \\ d = c \cdot m \\ e = d \cdot m \\ f = e \cdot m \end{array} \right\} \text{فإن: } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e} = \frac{e}{f} = \frac{1}{m}$$

### مثال ٥

إذا كانت  $a, b, c, d, \dots$  في تناسب متسلسل فأثبت أن:  $\frac{a-b}{b-c} = \frac{b-c}{c-d} = \dots$

الحل

نفرض أن:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{1}{m}$

$\therefore a = b \cdot m, b = c \cdot m, c = d \cdot m, \dots$

١٢٠

$$(١) \quad 1 + m = \frac{(1+m)(1+m)}{1+m-m^2} = \frac{(1+m)^2}{(1+m-m^2)} = \frac{1+m^2+2m}{1+m-m^2} = \frac{1+m^2+2m}{1+m-m^2}$$

$$(٢) \quad 1 + m = \frac{(1+m)(1-m)}{(1-m)} = \frac{(1-m^2)}{(1-m)} = \frac{(1-m)(1+m)}{(1-m)} = \frac{1+m}{1}$$

$$\text{من (١)، (٢) ينتج أن: } \frac{1+m^2+2m}{1+m-m^2} = \frac{1+m}{1}$$

### حاول بنفسك ٢

إذا كانت  $a, b, c, d, \dots$  في تناسب متسلسل فأثبت أن:  $\frac{a+b}{b+c} = \frac{b+c}{c+d} = \dots$

### مثال ٦

إذا كانت الكميات  $a, b, c, d, \dots$  في تناسب متسلسل

فأثبت أن:  $(b^2 - c^2) : (c^2 - d^2) = (a^2 - b^2) : (b^2 - c^2)$

الحل

$$\text{نفرض أن: } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{1}{m}$$

$$\therefore a = b \cdot m, b = c \cdot m, c = d \cdot m, \dots$$

ولإثبات أن:  $(b^2 - c^2) : (c^2 - d^2) = (a^2 - b^2) : (b^2 - c^2)$

$$\text{يعني إثبات أن: } (b^2 - c^2) : (c^2 - d^2) = (a^2 - b^2) : (b^2 - c^2)$$

$$\therefore (b^2 - c^2) : (c^2 - d^2) = (a^2 - b^2) : (b^2 - c^2)$$

$$(١) \quad (1-m)^2 \cdot 16 = [(1-m) \cdot m \cdot 16] =$$

$$(1-m)^2 \cdot 16 = (1-m) \cdot m \cdot 16$$

$$(٢) \quad (1-m)^2 \cdot 16 = (1-m) \cdot m \cdot 16$$



من (١) ، (٢) ينتج أن :  $(٢ - ١) = (٣ - ٢) = (٤ - ٣) = \dots = (٥٤ - ٥٣)$

$\therefore (2-3) \text{ و } (1-2) \text{ وسط متناسب بين } (3-4) \text{ ، } (2-3) \text{ و } (1-2)$

**حل آخر:** ∴ ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳۶، ۵۳۷، ۵۳

$$\frac{23}{54} = \frac{22}{53} = \frac{1}{2} \therefore$$

وبطرح مقدم وتالى النسبة الثانية من مقدم وتالى النسبة الأولى :

$$\therefore \text{إحدى النسب} = \frac{٢-٢٢}{٢٢-٢٣}$$

وبطرح مقدم وتالى النسبة الثالثة من مقدم وتالى النسبة الثانية :

$$\therefore \text{إحدى النسب} = \frac{٢٢ - ٢}{٢٣ - ٢} = \frac{٢٠}{٢١}$$

من (١)، (٢) ينتج أن:  $\frac{b^2 - 4}{b^2 - 3} = \frac{b^2 - 4}{b^2 - 3}$

∴ (۲-۳ ح) وسط متناسب بین (۱-۲ ح) ، (۳-۴ ح)

# تمارين 7

على التناسب المتسلسل

اختبار  
تفاعله



أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد الوسط المتناسب بين :

(الجينة ٠٩)	٨- ، ٢- <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٣</span>	٢٥ ، ٩ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٢</span>	٢٧ ، ٣ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">١</span>
	${}^2(م - ل)$ ، ${}^2(م + ل)$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٦</span>	${}^2٢٨$ ، ${}^2٢٢$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٥</span>	$١٢٥$ ، $\frac{1}{٥}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٤</span>

٢ أوجد الثالث المتناسب لكل مما يأتي :

${}^2٣$ - ، ${}^2٣$ - <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٣</span>	${}^2٥$ - ، ${}^2٥$ - <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٢</span>	$١٢$ ، $٦$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">١</span>
---	---	--

٣ إذا كانت  $٢$  وسطًا متناسبًا بين  $٢$  ،  $٢$  فأثبت أن :

(الإسماعيلية ١٧)	$\frac{٢}{٢} = \frac{٢٢ + ٢٢}{٢٢ + ٢٢}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٢</span>	(الجينة ١٤)	$\frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">١</span>
------------------	---	-------------	---

(القاهرة ٢٠ ، القليوبية ١٨)	$\frac{٢}{٢} = \frac{٢ + ٢}{٢ + ٢}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٤</span>		$\frac{٢ + ٢}{٢ + ٢} = \frac{٢ - ٢}{٢ - ٢}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٣</span>
-----------------------------	---	--	---

(المنوفية ١١)	$\frac{٢}{٢} = \frac{٢ + ٢}{٢ + ٢}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٦</span>		$\frac{٢}{٢} = {}^2\left(\frac{٢ - ٢}{٢ - ٢}\right)$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٥</span>
---------------	---	--	--

	$\frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢٢ - ٢٢}{٢٢ - ٢٢}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٨</span>		$\frac{٢}{٢} = \frac{٢٤ - ٢٢}{٢٤ - ٢٢}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٧</span>
--	---	--	---

	$\frac{٢ - ٢}{٢ - ٢} = \frac{٢ + ٢ + ٢}{٢ + ٢ + ٢}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">٩</span>
--	---

(الاقضية ١٩ ، أسوان ١٦ ، بورسعيد ١٧)

	$\frac{٢٢}{٢} = \frac{٢}{٢} + \frac{٢}{٢}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">١٠</span>
--	---

	$٢ = \frac{٢ + ٢ + ٢}{٢ + ٢ + ٢}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">١١</span>
--	--

(الغربية ١٧)

	$\frac{٢}{٢ + ٢} = \frac{٢}{(٢ + ٢)}$ <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">١٢</span>
--	--



٤ إذا كانت :  $ق، ح، ب، ا$  في تناسب متسلسل فأثبت أن :

$$\frac{ق - ا}{ق - ب} = \frac{ح + ا}{ح + ب} \quad (٢)$$

$$\frac{ق + ب}{ق + ح} = \frac{ب - ا}{ب - ح} \quad (١)$$

$$\frac{ق + ب - ا}{ب - ا} = \frac{ق - ا}{ق + ب + ا} \quad (٤)$$

$$\frac{ق - ب}{ق + ح - ب} = \frac{ح - ا}{ق + ب - ا} \quad (٣)$$

(ج. سيناء، ٢٠، البحيرة، ١٨، مطروحات، ١٧)

$$\frac{ق}{ب} = \frac{ق - ا}{ب - ا} \quad (٥)$$

(بنى سويف، ١٨، الإسكندرية، ١٧، البحيرة، ١٥)

$$\frac{ب}{ق} = \frac{ق - ا}{ق + ب - ا} \quad (٦)$$

(المنوفية، ٢٠، المنوفية، ١٧، قنا، ١٦)

$$\frac{ق + ا}{ب} = \frac{ق - ا}{ق + ب - ا} \quad (٧)$$

(الفيوم، ٢٠، الإسكندرية، ١٩)

$$\frac{ق}{ق + ح} = \frac{ا}{ق + ب} \quad (٨)$$

$$\frac{ق - ا + ق + ب}{ق - ا - ق + ب} = \frac{ق + ا}{ق - ا} \quad (١٠)$$

(الدقهلية، ١١)

$$\frac{ق}{ق + ح} = \frac{ق + ا}{ق + ح + ا} \quad (٩)$$

$$\frac{ق + ا}{ق + ب} = \frac{ق - ا}{ق + ح - ب} \quad (١٢)$$

(الإسكندرية، ١١)

$$\frac{ق}{ق + ح} = \frac{ق + ا}{ق + ح + ا} \quad (١١)$$

$$١ - \frac{ق}{ب} + \frac{ب}{ق} = \frac{ق + ا}{ق + ب} \quad (١٤)$$

(الشرقية، ١٥)

$$\frac{ا}{ق} = \left( \frac{ق + ا}{ق + ب} \right)^2 \quad (١٣)$$

٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(البحيرة، ١١)

١ الثالث المتناسب للعددين ٩، -١٢ هو .....

١٠.٨ (د)

١٦ (ج)

٨ (ب)

١٦- (أ)

(ج. سيناء، ١٧)

٢ الوسط المتناسب بين س، ص هو .....

(د) س ص

(ج)  $\sqrt[2]{س ص}$

(ب)  $\sqrt[2]{س - ص}$

(أ)  $\sqrt[2]{س + ص}$

٣ إذا كانت : ل، م، ع في تناسب متسلسل فإن : ل = .....

$\frac{م}{ع}$  (د)

$\frac{م}{ع}$  (ج)

(ب) م ع

(أ)  $\sqrt[2]{م ع}$

٤ إذا كان العدد ٦ هو الوسط المتناسب الموجب للعددين م ، ٢

فإن : م = ..... (أسواق ١٣)

۳۶ (ج)                      ۱۸ (د)                      ۱۲ (ب)                      ۸ (ا)

٥ إذا كان :  $\frac{1}{\text{ح}} = \frac{2}{\text{ح}} = \frac{3}{\text{ح}} = 2$  فإن :  $2 = \dots\dots\dots$  (المناسبة ١٢)

$70 \times 2 (ج)$ 
 $10 (د)$ 
 $20 (ب)$ 
 $72 \times 0 (ا)$

٦ إذا كانت:  $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15}$  فإن:  $\frac{9}{5} = \dots\dots\dots$  (الشفية ١٣)

١٦ (ج)                      ٨ (د)                      ٤ (ب)                      ٢ (ا)

٧ إذا كانت : ٢٦ ب ، ٢٣ ب ، ح كميات متناسبة فإن : ح = .....

$\frac{y}{x}$  (ج)                       $\frac{y}{x}$  (د)                      ۱۹۲ (ب)                      ۲- (ی)

⤴ إذا كان : ٢ ، ٢ ، ٤ ، ٤ في تناسب متسلسل

فإن :  $2 + \dots = 0$

٩ (ج) - ٦ (ج)      ٤ (ب)      ٢ (١)

٩ الوسط المتناسب بين  $(س - ٢)$  ،  $(س + ٢)$  هو .....

$$(i) \sqrt{2+s} \quad (ب) \sqrt{s-4} \quad (ج) \sqrt{s-4} \pm \quad (د) \sqrt{s-4}$$

١٠ العدد الذي إذا أُضيف لكل من الأعداد ١ ، ٢ ، ٦ تصبح في تناسب متسلسل

هو.....

١ (١)      ٢ (ب)      ٣ (ج)      ٤ (د)

إذا كان : ٢ ، ٣ ، ٩ ، ب في تناسب متسلسل أوجد قيمة كل من : ٩ ، ب

“٢٧، ١” (الأقصى)

إذا كان: ٣، ل، ١٢، م في تناسب متسلسل أوجد قيمة كل من: ل، م «٦ ±، ٢٤ ±»



## ٨ أكمل ما يأتي :

١ إذا كانت : ٧ ، س ،  $\frac{1}{ص}$  في تناسب متسلسل فإن : س<sup>٢</sup> ص = .....

٢ الثالث المتناسب للكميتين : ٩ (١ + م) ، ٦ (١ - م) هو .....

٣ الوسط المتناسب للكميتين : ٩ س<sup>٢</sup> - ٢٥ ص<sup>٢</sup> ،  $\frac{٣س + ٥ص}{٣س - ٥ص}$  هو .....

٤ إذا كان :  $\frac{ص}{س} = \frac{س}{ع} = \frac{٢}{٥}$  فإن : ص = ..... ع

٥ إذا كان : ٩ ، ب ، ح ، د ، هـ في تناسب متسلسل وكل نسبة من النسب تساوي

الثابت م فإن :  $\frac{١}{هـ} = \dots\dots\dots$

٦ إذا كانت : ٩ ، ب ، ح كميات متناسبة فإن :  $\frac{٢٢ + ٢٢}{٢٢ + ٢٢} = \frac{\dots\dots\dots}{ح}$

٧ العدد الحقيقي س الذي يجعل س + ١ ، س + ٥ ، س + ١٢ متناسبة هو .....

٨ إذا كانت : ٢ ، ٤ + س ، ١٨ كميات متناسبة ، س  $\in$  ح \_ فإن : س = .....

٩ أوجد العدد الذي إذا طرح من الأعداد ٣ ، ٧ ، ١٩ فإنها تكون تناسباً متسلسلاً.

(الأقصر ١٧) « ١ »

١٠ إذا كان ب وسطاً متناسباً بين ٩ ، ح وكان : ٩ = ح = ٤

فأوجد قيمة : ٢٢ + ٢٢ + ح<sup>٢</sup>

(الفوق ١٧) « ٢١ »

١١ إذا كانت ب وسطاً متناسباً بين ٩ ، ح وكانت ح وسطاً متناسباً بين ب ، د

فأثبت أن :  $\frac{٢٢}{٢٢} + \frac{٢٢}{٢٢} + \frac{٢٢}{٢٢} = \frac{٢٢}{٢٢} + \frac{٢٢}{٢٢} + \frac{٢٢}{٢٢}$

١٢ إذا كان : ص<sup>٢</sup> = س ع

فأثبت أن :  $\frac{ص(س - ص)}{ع} = \frac{ص(ص - ع)}{ع}$

١٣ إذا كان : ٢٢ = ح ، ٢٢ = ح

أثبت أن :  $\frac{٢٢ + ٢٢}{٢٢ - ٢٢} = \frac{٢٢ + ٢٢}{٢٢ - ٢٢}$

١٤ إذا كان :  $\frac{2+2}{2} = \frac{2+2}{2}$

أثبت أن : ب وسط متناسب بين ٩ ، ح حيث ٩ ح كمية موجبة. (الإسكندرية ١٥ ، بني سويف ١٥)

١٥ إذا كان : ٩ ، ب ، ح ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن : (ب + ح) وسط متناسب بين : (٩ + ب) ، (د + ح)

١٦ إذا كانت : ٩٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ د كميات موجبة في تناسب متسلسل

فأثبت أن :  $\sqrt{\frac{6+95}{8+7}} = \sqrt{\frac{95}{8}}$

١٧ إذا كان : ب وسطاً متناسباً بين ٩ ، ح أثبت أن :  $\frac{2+2+9}{2+2+9} = \frac{2+2+9}{2+2+9}$

### تطبيقات هندسية

١٨ س ، ص ، ع أطوال أضلاع متناسبة في مثلث ، س + ص = ١٥ سم

، ص + ع = ٢٢,٥ سم فأوجد س : ص

٢ : ٣

١٩ أ ب ح مثلث فيه :  $\angle C = 60^\circ$  فإذا كانت قياسات زواياه د ٩ ، د ب ، د ح على

الترتيب في تناسب متسلسل فأوجد : د (٩) ، د (ب)

٦٠ ، ٦٠

### للمتفوقين

٢٠ إذا كان :  $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} = \frac{1}{2}$

$\left\{ \frac{1}{2} \right\}$

فأوجد مجموعة الحل للمعادلة : ٢ - ٢ - ٢ - ٢ - ٢ = ٠

٢١ إذا كانت ه وسطاً متناسباً بين س ، ص

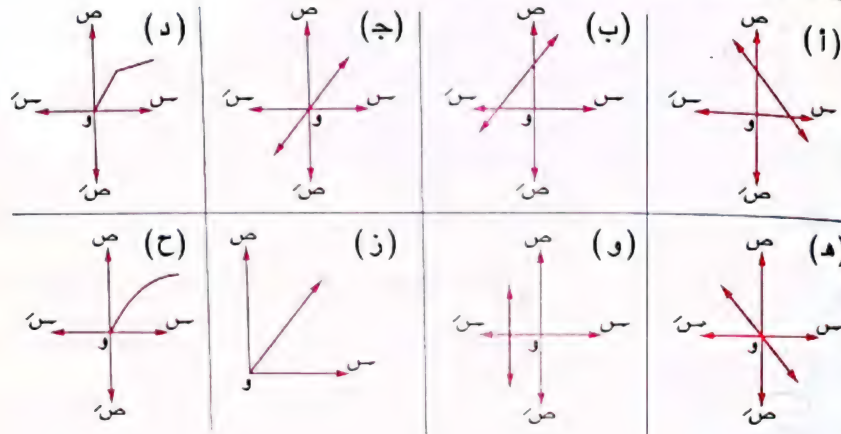
٥٥ ، ٢

فأوجد الوسط المتناسب بين :  $\left( \frac{1}{ص} + \frac{1}{س} \right)$  ،  $\left( \frac{1}{ص} + \frac{1}{س} \right)$



مثال ١

بين أيًا من الأشكال البيانية الآتية يمثل تغيرًا طرديًا بين  $s$  ،  $v$  :



الحل

الأشكال البيانية التي تمثل تغيرًا طرديًا بين  $s$  ،  $v$  هي (ج) ، (هـ) ، (ز) ، لأن كلاً منها عبارة عن مستقيم يمر بنقطة الأصل.

مثال ٢

إذا كان :  $٢٤ = ٢٤ + ٢٤ = ٢٤$  فأثبت أن :  $٢ \propto ٢$

الحل

لإثبات أن :  $٢ \propto ٢$  نثبت أن :  $٢ = ٢$  بحيث  $٢$  ثابت  $\neq ٠$

$$\therefore ٢٤ = ٢٤ + ٢٤ = ٢٤ \quad \therefore ٢٤ = ٢٤ + ٢٤ = ٢٤ \quad \therefore ٢٤ = ٢٤ + ٢٤ = ٢٤$$

$$\therefore ٢٤ = ٢٤ + ٢٤ = ٢٤ \quad \therefore ٢٤ = ٢٤ + ٢٤ = ٢٤ \quad \therefore ٢٤ = ٢٤ + ٢٤ = ٢٤$$

حاول بنفسك

إذا كان :  $\frac{١}{٢} = \frac{s - ٥}{٩ - s}$  لجميع قيم  $s \in \mathbb{R}$  ،  $v \in \mathbb{R}$  أثبت أن :  $s \propto v$



الدرس

4

التغير الطردى والتغير العكسى

أولاً التغير الطردى

تعريف

يقال إن  $v$  تتغير طرديًا مع  $s$  وتكتب  $v \propto s$

إذا كان :  $v = ks$  (أى :  $\frac{v}{s} = k$ ) حيث  $k$  ثابت  $\neq ٠$  صفر

والعلاقة  $v = ks$  يمثلها بيانيًا خط مستقيم يمر بنقطة الأصل  $(٠, ٠)$

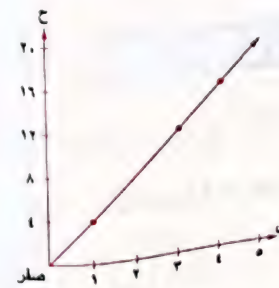
فمثلاً : محيط المربع  $(C)$  يتغير طرديًا مع طول ضلعه  $(l)$  وتكتب  $C \propto l$

لأن :  $C = ٤l$  ،  $\therefore \frac{C}{l} = ٤$

والجدول التالى يوضح بعض قيم  $l$  وقيم  $C$  المناظرة لها

طول الضلع $(l)$	١	٣	٤
المحيط $(C)$	٤	١٢	١٦

والشكل المقابل يمثل بيانيًا العلاقة بين  $C$  ،  $l$



## خاصية

إذا كان : ص ٣٠

وأخذ المتغير من القيمتين ١، ٣، وأخذ المتغير من القيمتين ١، ٣، ص ٣

$$\frac{\frac{ص}{١}}{\frac{ص}{٣}} = \frac{١}{٣}$$

السبب : ص ٣٠

فإن : ص = م حيث م ثابت ≠ ٠

عند ص = ١، ص = ٣٠ فإن : ص = م = ٣٠

وعند ص = ٣، ص = ١٠ فإن : ص = م = ٣٠

بقسمة (١) على (٢) :  $\frac{\frac{ص}{١}}{\frac{ص}{٣}} = \frac{٣}{١}$  :  $\frac{ص}{١} = \frac{٣}{١} \times \frac{ص}{٣}$

$$\frac{ص}{١} = \frac{٣}{١} \times \frac{ص}{٣}$$

## مثال ٣

إذا كانت : ص ٣٠ وكانت : ص = ٢٠ عند ص = ٧ فأوجد : ص عندما ص = ١٤

### الحل

ص ٣٠

$$\frac{ص}{١} = \frac{٣٠}{١}$$

حيث : ص = ١، ص = ٢٠، ص = ٧، ص = ؟، ص = ١٤

$$\frac{٧}{١٤} = \frac{٢٠}{ص}$$

$$٤٠ = \frac{١٤ \times ٢٠}{٧}$$

الحل آخر : ص ٣٠

ص = ٢٠ عندما ص = ٧

$$\frac{٢٠}{٧} = م$$

وعندما ص = ١٤

$$٤٠ = ص$$

## مثال ٤

إذا كان ص ٣٠، ص متغيرين حيث ص ٣٠ المعكوس الضربى للمقدار  $\frac{١}{٣}$  وأخذت ص القيمة ١٨ عندما أخذت ص القيمة ٢

فأوجد العلاقة بين : ص، ص ثم أوجد قيم : ص عندما ص ∈ {٠، ١، ٤، ٤}

### الحل

ص ٣٠ المعكوس الضربى للمقدار  $\frac{١}{٣}$

ص = م حيث م ثابت ≠ صفر

$$١٨ \times م = ٣٠$$

ص = ١٨ عندما ص = ٢

$$\frac{٩}{٤} = \frac{١٨}{٨} = م \quad \therefore \frac{٩}{٤} = م$$

عندما ص = ٠، ص = ٠ ×  $\frac{٩}{٤}$  = ٠، عندما ص = ١، ص = ١ ×  $\frac{٩}{٤}$  =  $\frac{٩}{٤}$

$$١٤٤ = ٦٤ \times \frac{٩}{٤} \quad \therefore ص = ٤ \quad \text{عندما ص = ٤}$$

## مثال ٥

إذا كان (ع) يرمز لحجم مخروط دائري قائم ارتفاعه ثابت وكان (ع) يتغير بتغير مربع طول نصف قطر قاعدة المخروط (نق) وكان حجم المخروط ٤٧٧ سم<sup>٣</sup> عندما كان طول نصف قطر قاعدته ١٥ سم فأوجد حجم المخروط عندما يكون طول نصف قطر قاعدته ١٠ سم

### الحل

ص ٣٠

$$\frac{ع}{١٠} = \frac{٤٧٧}{١٥}$$

$$\frac{ع}{١٠} = \frac{٤٧٧}{١٥}$$

حيث : ع = ٤٧٧ سم<sup>٣</sup>، نق = ١٥ سم، ع = ؟، نق = ١٠ سم

$$\frac{٤٧٧}{١٥} = \frac{ع}{١٠} \quad \therefore ع = \frac{٤٧٧ \times ١٠}{١٥} = ٣١٨$$

## حاول بنفسك ٢

إذا كانت : ص ٣٠ وكانت ص = ٢ عندما ص = ٤٠ فأوجد قيمة : ص عندما ص = ٣



## ثانيًا التغير العكسي

### تعريف

يقال إن ص تتغير عكسيًا مع س وتكتب ص  $\propto \frac{1}{S}$

إذا كانت  $\frac{P}{S} = (أى : س ص = م)$  حيث م ثابت  $\neq$  صفر

فمثلًا: السرعة المنتظمة (ع) تتغير عكسيًا مع الزمن (ز) بفرض ثبوت المسافة المقطوعة لأن:

$$ع = \frac{ف}{ز} ، ع ز = ف$$

وفى هذه الحالة نقول أن السرعة تتغير طرديًا بتغير المعكوس الضربى للزمن (ز) فنكتب:

$$ع \propto \frac{1}{ز}$$

### مثال ٦

إذا كان:  $٢٠ - ٢٢ - ٢٤ = ١٠ - ٢٢ - ٢٤$  فأثبت أن: ٢ تتناسب عكسيًا مع ٢

الحل

لإثبات أن: ٢ تتناسب عكسيًا مع ٢ نثبت أن:  $٢٢ = م$  حيث م ثابت  $\neq$  صفر

$$\begin{aligned} \therefore ٢٠ - ٢٢ - ٢٤ &= ١٠ - ٢٢ - ٢٤ \\ \therefore ٢٠ - ٢٢ - ٢٤ &= ١٠ - ٢٢ - ٢٤ \\ \therefore ٢٠ - ٢٢ - ٢٤ &= ١٠ - ٢٢ - ٢٤ \\ \therefore ٢٠ - ٢٢ - ٢٤ &= ١٠ - ٢٢ - ٢٤ \\ \therefore ٢٠ - ٢٢ - ٢٤ &= ١٠ - ٢٢ - ٢٤ \end{aligned}$$

### حاول بنفسك ٢

إذا كان:  $٢٠ - ٢٢ - ٢٤ = ١٤ + ٢٢ - ٢٤$  فأثبت أن:  $٢ \propto \frac{1}{٢}$

## خاصية

إذا كان: ص  $\propto \frac{1}{س}$

وأخذ المتغير س القيمتين  $س_١$  ،  $س_٢$  وتبعًا لذلك أخذ المتغير ص القيمتين  $ص_١$  ،  $ص_٢$

$$\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{س_١} : \text{على الترتيب فإن}$$

السبب:  $\therefore$  ص  $\propto \frac{1}{س}$  فإن: ص =  $\frac{م}{س}$  حيث م ثابت  $\neq ٠$

$$(١) \text{ عند } س = س_١ ، ص = ص_١ \text{ فإن: } ص_١ = \frac{م}{س_١}$$

$$(٢) \text{ وعند } س = س_٢ ، ص = ص_٢ \text{ فإن: } ص_٢ = \frac{م}{س_٢}$$

$$\text{بقسمة (١) على (٢): } \frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{\frac{م}{س_١}}{\frac{م}{س_٢}} = \frac{م}{س_١} \times \frac{س_٢}{م} = \frac{س_٢}{س_١}$$

### مثال ٧

إذا كان طول مستطيل (ل) يتغير عكسيًا بتغير عرضه (ع) بفرض ثبوت مساحة المستطيل ، وكانت ل = ١٢ سم عندما ع = ٨ سم فأوجد قيمة: ل عندما ع = ٣ سم

الحل

$$\therefore ل \propto \frac{1}{ع}$$

$$\therefore \frac{ل}{ل_١} = \frac{ع_٢}{ع_١} \text{ حيث } ل_١ = ١٢ \text{ سم ، } ع_١ = ٨ \text{ سم ، } ل_٢ = ؟ ، ع_٢ = ٣ \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{ل}{١٢} = \frac{٣}{٨} \therefore ل = \frac{٨ \times ٣}{١٢} = ٢ \text{ سم}$$

ط أ م :

$$\therefore \text{ل} \propto \frac{1}{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{ل} = 12 \text{ عندما } \text{ع} = 8$$

$$\therefore \text{ل} = 96 \text{ عندما } \text{ع} = 12$$

$$\therefore \text{ل} = 96 \text{ عندما } \text{ع} = 12$$

$$\therefore \text{ل} = \text{ع} = \text{م} \text{ حيث } \text{م} \text{ ثابت } \neq$$

$$\therefore \text{م} = 8 \times 12 = 96$$

$$\text{ع} = 2 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{ل} = \frac{96}{3} = 32 \text{ سم}$$

مثال ٨

إذا كانت ص تتغير عكسيًا بتغير س وكانت ص = 6 عندما س = 2.5

فأوجد العلاقة بين : س ، ص ثم أوجد قيمة : ص عندما س = 5

الحل

$$\therefore \text{ص} \propto \frac{1}{\text{س}}$$

$$\therefore \text{س} \propto \text{ص}$$

حيث م ثابت  $\neq$

$$\therefore \text{ص} = 6 \text{ عندما } \text{س} = 2.5 \therefore \text{م} = 2.5 \times 6 = 15$$

$$\therefore \text{العلاقة بين س ، ص هي } \boxed{\text{س} \propto \text{ص}}$$

$$\text{عندما } \text{س} = 5$$

$$\therefore \text{ص} = 15$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{15}{5} = 3$$

مثال ٩

إذا كانت : ص = 1 + حيث س تتغير عكسيًا مع س وكانت ص = 17 عندما س = 1/2

أوجد العلاقة بين : س ، ص ثم أوجد قيمة : ص عندما س = 2

الحل

$\therefore$  س تتغير عكسيًا مع س

$$\therefore \text{س} \propto \frac{1}{\text{ص}}$$

$$\therefore \text{ص} = 1 + \frac{\text{م}}{\text{س}}$$

$$\therefore \text{ص} = 17 \text{ عندما } \text{س} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 17 = 1 + \frac{\text{م}}{\frac{1}{2}} \text{ وبطرح ١ من الطرفين}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{1}{4} \times 16 = 4$$

$$\text{عندما } \text{س} = 2 :$$

$$\therefore \text{ص} = 1 + \frac{4}{2} = \frac{4}{2} + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$\therefore 17 = 1 + \frac{\text{م}}{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \frac{\text{م}}{\frac{1}{2}} = 16$$

$$\therefore \text{ص} = 1 + \frac{4}{2}$$

حاول بنفسك ٤

إذا كانت ص تتناسب عكسيًا مع س وكانت ص = 2 عندما س = 6

احسب قيمة : ص عندما س = 1



# تمارين 8

## على التغير الطردى والتغير العكسي

أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتي :

١ إذا كانت :  $s \propto v$  فإن :  $s = \dots$

٢ إذا كانت :  $E = \frac{P}{s}$  حيث  $P$  ثابت  $\neq 0$  فإن :  $E \propto \dots$

٣ إذا كانت :  $s \propto v$  فإن :  $\frac{s}{v} = \dots$

٤ إذا كانت :  $s$  تتغير عكسياً مع  $v$  فإن :  $\frac{s}{v} = \dots$

٥ إذا كانت :  $v = \frac{2}{s}$  فإن :  $s \propto \dots$

٦ إذا كانت :  $s \propto \frac{5}{s}$  فإن :  $s$  تتغير عكسياً مع  $\dots$

٧ إذا كانت :  $s - 2 = 0$  فإن :  $s \propto \dots$

٨ إذا كان :  $2s = 5$  فإن :  $s \propto \dots$

٩ إذا كانت :  $s \propto s$  وكانت  $v = 2$  عندما  $s = 8$

فإن :  $v = \dots$  عندما  $s = 12$

١٠ إذا كانت :  $s \propto \frac{1}{s}$  وكانت  $v = 3$  عندما  $s = 20$

فإنه عندما  $s = 12$  فإن :  $v = \dots$

١١ إذا كانت :  $s \propto s$  وكانت  $v = 2$  عندما  $s = 4$  فإن :  $v = \dots$

١٢ إذا كانت :  $s \propto s$  وكانت  $v = 6$  عندما  $s = 4$

فإن :  $\frac{s}{v} = \dots$  (في أبسط صورة)

١٣ إذا كانت :  $\frac{P}{C} = \frac{M}{C}$  حيث  $P$  ثابت  $\neq 0$

فإن :  $C$  تتغير ..... مع  $C$  عند ثبوت  $C$

،  $C$  تتغير ..... مع  $C$  عند ثبوت  $C$

٢

إذا كانت :  $s$  تتغير طردياً مع  $s$  ، وكانت  $v = 20$  عندما  $s = 7$   
فأوجد :  $s$  عندما  $v = 4$

١٢ إذا كانت : ص  $\propto$  (س + ١) وكانت : س = ٣ عندما ص = ٢

(مطروح ١٠٩ ص =  $\frac{1}{3}$  (س - ١))

فأوجد العلاقة بين : س ، ص

١٣ إذا كان :  $\frac{٥س - ٣ص}{٣س + ٥ص} = ١$  لجميع قيم س  $\exists$  ع ، ص  $\exists$  ع ، فأثبت أن : ص  $\propto$  س

(اليوم ١٢)

١٤ إذا كان :  $\frac{٢+٣}{٦} = \frac{٢+٣}{٦}$  فأثبت أن : ١  $\propto$  ح

١٥ إذا كان :  $\frac{٢١س - ٧ص}{٧س - ٤ع} = \frac{٢١س - ٧ص}{٧س - ٤ع}$  فأثبت أن : ص  $\propto$  ع (دمياط ١٩ ، القليوبية ١٨ ، القاهرة ١٥)

(ج. سيناء ١٤ ، دمياط ١٢)

١٦ إذا كانت : س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> - ٦س ص + ٩ = ٠

فأثبت أن : ص تتغير عكسياً مع س

(مطروح ١١)

١٧ إذا كان : ٤س<sup>٢</sup> + ٩س<sup>٢</sup> = ١٢س - أثبت أن : ١ تتغير طردياً بتغير س

(الإسكندرية ١٩)

١٨ إذا كان : س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> - ١٤س<sup>٢</sup> + ٤٩ص = ٠ فأثبت أن : ص  $\propto$   $\frac{١}{س}$

١٩ إذا كان : (٤س + ٧ص)  $\propto$  (س + ٢ص) حيث س  $\exists$  ع ، ص  $\exists$  ع

فأثبت أن : ص  $\propto$  س

٢٠ إذا كان :  $\left(\frac{١}{س} - \frac{١}{ص}\right) \propto س - ص$  حيث ١ ثابت ، س  $\neq$  ص  $\neq$  ٠

فأثبت أن : س تتغير عكسياً مع ص

٢١ بين أيّاً من الجداول الآتية يمثل تغيراً طردياً ، وأيها يمثل تغيراً عكسياً ، وأيها لا يمثل تغيراً

طردياً أو عكسياً مع ذكر السبب في كل حالة :

س	ص	س	ص	س	ص	س	ص
٦	٣	٩	٥	٩	٢	٢٠	٣
٩	٢	١٨	١٠	١٨	٤	١٢	٥
١	١٨	٢٧	١٥	٥٤	١٢	١٥	٤
٢	٩	٤٥	٢٥	٧٢	١٦	١٠	٦



س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

من بيانات الجدول المقابل

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ بين نوع التغير بين ص ، س | ٢ أوجد ثابت التناسب. (الإسماعيلية ١٨ ، دمياط ١٦)

٣ أوجد قيمة ص عندما س = ٣ | ٤ أوجد قيمة س عندما ص =  $2\frac{2}{5}$  « ١٢ ، ٤ ، ٥ »

س	١	٢	٣	٤	٦
ص	١٢	٩	٣٦	٤٨	٧٢

في الجدول المقابل :

١ بين نوع التغير بين : ص ، س

٢ أوجد قيمتي : ٩ ، ٣

٢٤ إذا كانت : ص = ع + ٥ ، وكانت ع تتغير عكسياً مع س ، وكانت ص = ٦ عندما س = ٢

فأوجد العلاقة بين : س ، ص ثم أوجد : ص عندما س = ١

(المنوفية ١٧) « ص =  $5 + \frac{2}{3}س$  ، ٧ »

٢٥ إذا كانت : ص = ٩ + ٣ حيث ٩ ثابت ، ٣ تتغير طردياً بتغير س

وكانت : ص = ٣ عندما س = ٠ ، ص = ٥ عندما س = ٣

١ أوجد العلاقة بين : س ، ص | ٢ أوجد : قيمة ص عندما س = ٧

« ص =  $3 + \frac{2}{3}س$  ، ٧ »

٢٦ إذا كانت : ص = ٩ - ٩ وكانت ص  $\propto \frac{1}{س}$  وكانت ٩ = ١٨ عندما س =  $\frac{2}{3}$

فأوجد العلاقة بين : ص ، س ثم استنتج قيمة : ص عندما س = ١

(الأقصر ١٩ ، كفر الشيخ ١٨ ، السويس ١٨) « ص =  $\frac{4}{س}$  ، ٤ »

٢٧ إذا كانت : ص = ٢ + ٩ وكانت ٩ تتغير عكسياً مع س وكانت ٩ = ٥ عندما س = ٢

أوجد : ١ العلاقة بين ص ، س | ٢ قيمة ص عندما س = ٥ (الشرقية ١٧)

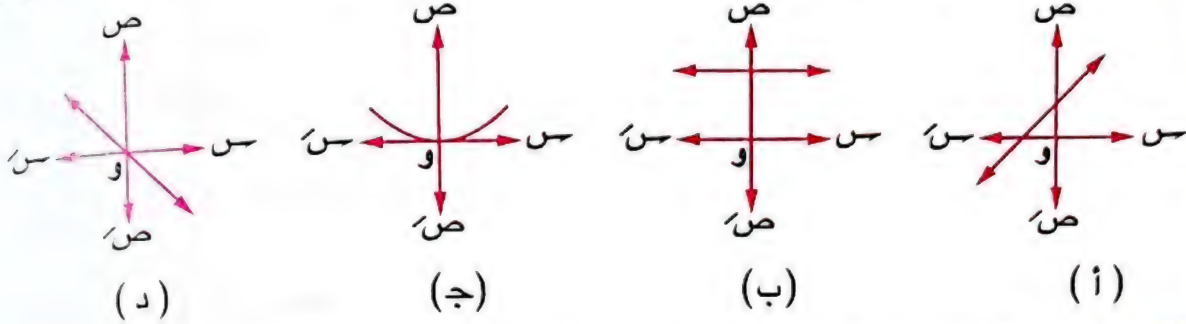
« ص =  $2 + \frac{1}{س}$  ، ٤ »

٢٨ إذا كانت :  $s = l + 9$  وكانت  $l$  ص فأوجد العلاقة بين :  $l$  ،  $s$

علمًا بأن  $s = 24$  عندما  $s = 5$  ثم أوجد قيمة :  $s$  عندما  $l = 12$   $l = 3$  ،  $s = 4$

٢٩ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الشكل البياني الذي يمثل التغير الطردى بين  $s$  ،  $v$  هو ..... (الشرقية ١٦)



٢ العلاقة التي تمثل تغيرًا طرديًا بين المتغيرين  $s$  ،  $v$  هي ..... (سوحلا ٢٠)

(i)  $s = 5$  (ب)  $s = 3 + s$  (ج)  $\frac{s}{3} = \frac{4}{v}$  (د)  $\frac{s}{2} = \frac{5}{v}$

٣ أى العلاقات التالية تمثل تغيرًا عكسيًا بين المتغيرين  $s$  ،  $v$  ؟ (البحية ١٥)

(i)  $s + 5 = v$  (ب)  $s = 4 + s$  (ج)  $\frac{s}{5} = \frac{5}{v}$  (د)  $s = 11 + v$

٤ إذا كانت :  $s$  تتغير عكسيًا مع  $s^2$  ،  $l$  ثابت التناسب فإن : .....

(i)  $l = s^2$  (ب)  $l = s - s^2$

(ج)  $l = \frac{s}{s^2}$  (د)  $l = \frac{s}{s}$

٥ إذا كانت :  $s$  ،  $v$  كميتين متغيرتين وكان :  $\frac{s_1}{v_1} = \frac{s_2}{v_2} = 1$

فإن :  $s$  و  $v$  .....

(i)  $s$  (ب)  $\frac{1}{s}$  (ج)  $s^2$  (د)  $\frac{1}{s^2}$

٦ إذا كانت :  $s$  و  $v$  وكانت  $s = 5$  عندما  $s = 3$  فإن ثابت التغير = .....

(i) 15 (ب) 5 (ج) 3 (د)  $\frac{5}{3}$

٧ إذا كانت  $s$  تتغير عكسيًا مع  $s$  وكانت  $s = \sqrt[3]{3}$  عندما  $s = \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$

فإن ثابت التناسب يساوى ..... (الوادي الجديد ٢٠ ، البحية ١٦ ، بني سويف ١٥)

(i)  $\frac{3}{2}$  (ب)  $\frac{2}{3}$  (ج) 2 (د) 6



٨ إذا كان : س ص° = ثابت فإن : س تتغير عكسياً مع ..... (الإسماعيلية ٠٨)  
 (أ)  $\frac{1}{5}$  (ب) ص° (ج) ص (د) ص²

٩ إذا كانت : ص  $\propto \frac{1}{\sqrt{s}}$  فإن : س تتناسب ..... (مطروحة ٠٩٤)  
 (أ) طردياً مع ص² (ب) عكسياً مع ص²  
 (ج) عكسياً مع ص (د) عكسياً مع  $\sqrt{ص}$

١٠ إذا كانت : ص² = ٤ - س فإن : ..... (الاسكندرية ١٥، سيناء ١٩، الإسكندرية ١٥)  
 (أ) ص  $\propto$  س (ب) ص  $\propto$  س² (ج) ص  $\propto \frac{1}{س}$  (د) ص  $\propto \frac{1}{س²}$

١١ إذا كانت : س² ص² =  $\frac{1}{٤}$  + س فإن : ..... (المنوفية ١٦)  
 (أ) س  $\propto$  ص (ب) ص  $\propto$  س (ج) ٢ - س  $\propto$  ص (د) ص  $\propto \frac{1}{س}$

١٢ إذا كانت : ص = ٣ - س فإن : ص  $\propto$  ..... (الشرقية ١٤)  
 (أ) س (ب) ٣ - س (ج) س - ٢ (د) ٢ - س

١٣ إذا كانت :  $\frac{ص + ٣}{س} = \frac{س + ٢}{س}$  حيث س  $\neq$  ص  $\neq$  ٠  
 فإن : ص  $\propto$  .....

(الإسماعيلية ١٤)  
 (أ) س (ب)  $\frac{1}{س}$  (ج) س + ٢ (د) س + ٥

١٤ إذا كان : ص - س =  $\frac{٢}{س} - \frac{٢}{ص}$  حيث س  $\neq$  ص  $\neq$  ٠ فإن : .....

(أ) ص  $\propto$  س + ١ (ب) ص  $\propto$  س (ج) ص  $\propto \frac{1}{س}$  (د) ص  $\propto \frac{1}{س²}$

١٥ إذا كانت التكلفة الكلية (ص) لرحلة ما بعضها ثابت (٩) والآخر يتناسب طردياً مع ..... (الإسماعيلية ١١)  
 عدد المشتركين (س) فإن : .....

(أ) ص = ٩ - س (ب) ص =  $\frac{٩}{س}$

(ج) ص =  $\frac{٩}{س} + ٩$  (م ثابت  $\neq$  ٠) (د) ص = ٩ + م - س (م ثابت  $\neq$  ٠)

## تطبيق هندسي

٣٠ إذا كان (ع) ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة (حجمها ثابت) يتغير عكسياً بتغير طول نصف قطر قاعدتها (نق) ، وكان  $ع = ٢٧$  سم عندما  $نق = ١٠,٥$  سم فأوجد : ع عندما  $نق = ١٥,٧٥$  سم

(بوسعيد ٢٠)

## تطبيقات حياتية

٣١ تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب المسافة



المقطوعة طردياً مع الزمن ، فإذا قطعت السيارة

١٥٠ كيلومتراً في ٦ ساعات

، فكم كيلومتراً تقطعها السيارة في ١٠ ساعات ؟

(القليوبية ١٣)

٣٢ إذا كان وزن جسم على القمر (و) يتناسب طردياً مع وزنه على الأرض (ر) ، وكان الجسم يزن ٨٤ كيلو جراماً على الأرض ، ووزنه ١٤ كيلو جراماً على القمر ، فكم يكون وزن الجسم على القمر إذا كان وزنه على الأرض ١٤٤ كيلو جراماً ؟



٢٤ كيلو جـ

٣٣ إذا كان عدد الساعات (ن) اللازمة لإنجاز عمل ما يتناسب عكسياً مع عدد العمال (س) الذين يقومون بهذا العمل ، فإذا أنجز العمل ٦ عمال في ٤ ساعات ، فما الزمن الذي يستغرقه ٨ عمال لإنجاز هذا العمل ؟







(أسبوط ١٢) «  $\frac{1}{3}$  ساعة »

٣٤ إذا كانت المسافة التي تقطعها دراجة بخارية (ف) تتغير طردياً بتغير مربع الزمن (ن) وكانت ف =  $\frac{81}{16}$  كم عندما ن =  $\frac{1}{4}$  ساعة فأوجد : قيمة ن عندما ف = ١٤٤ كم



« ٧.٢ سم / ث »

٣٥ إذا كان مقدار السرعة ع التي يخرج بها الماء من فوهة خرطوم يتغير عكسياً بتغير مربع طول نصف قطر فوهة الخرطوم نق وكانت ع = ٥ سم / ث عندما نق = ٣ سم أوجد : ع عندما نق = ٢,٥ سم



« ١٣ ثقل كجم »

٣٦ إذا كان وزن جسم يتغير عكسياً مع مربع بعده عن مركز الأرض وأطلق قمر صناعي يزن ٥٠٠ ثقل كجم فكم يزن عندما يكون على ارتفاع ٦٤٠ كم عن سطح الأرض مقرباً لأقرب ثقل كجم ؟ (اعتبر طول نصف قطر الأرض ٦٣٩٠ كيلو متراً)

### للمتفوقين

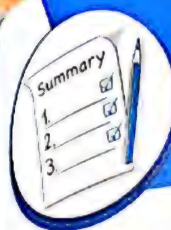
٣٧ إذا كانت : س ∞ ص ، ع ∞ ل

فأثبت أن : (س + ص) (ع + ل) ∞ (س - ص) (ع - ل)

٣٨ إذا كانت : (١ + ٢) ∞  $\frac{1}{2}$  ، (٢ - ١) ∞  $\frac{1}{4}$

فأثبت أن : ٢ + ٢ = مقدار ثابت.

# ملخص الوحدة الثانية



## النسبة

- ★ قيمة النسبة لا تتغير إذا ضرب حذاها في (أو قُسمَا على) عدد حقيقي لا يساوي الصفر.
- ★ قيمة النسبة (≠ 1) تتغير إذا أضيف إلى حديها (أو طرح منهما) عدد حقيقي لا يساوي الصفر.
- ★ إذا كانت النسبة بين عددين هي  $\frac{1}{2}$  :  $\frac{3}{6}$  ،

فإن :  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  ، العدد الأول = 1 م ، العدد الثاني = 3 م حيث  $3 \neq 0$

## التناسب

- ★ إذا كانت :  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  فإن : 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، كميات متناسبة.
- ★ إذا كانت : 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، كميات متناسبة فإن :  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$
- ★ إذا كانت :  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  فإن :  $1 \times 3 = 2 \times 6$
- أي أن : حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين.
- ★ إذا كان :  $1 \times 3 = 2 \times 6$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} , \frac{2}{4} = \frac{3}{6} , \frac{1}{3} = \frac{2}{6} , \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \text{ فإن : } \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

أي أن :  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  ، المقدم النسبة الأولى = تالي النسبة الأولى ، المقدم النسبة الثانية = تالي النسبة الثانية

- ★ إذا كانت :  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  فإن :  $1 \times 3 = 2 \times 6$  ، حيث م ثابت ≠ صفر
- ★ إذا كانت : 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، كميات متناسبة وفرضنا أن :  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  م
- فإن :  $1 \times 3 = 2 \times 6$  ،  $1 \times 3 = 2 \times 6$

★ إذا كانت :  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  وكانت 1 م ، 2 م ، 3 م ، ... أعدادًا حقيقية لا تساوي الصفر فإن :  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  ، إحدى النسب.

★ يقال إن الكميات 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، ح في تناسب متسلسل إذا كان :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{3} = \frac{3}{6}$

يسمى 1 الأول المتناسب ، ح الثالث المتناسب ، أما فتسمى الوسط المتناسب بين 1 ، ح ، ويكون :  $1 \times 3 = 2 \times 6$  أي :  $1 \times 3 = 2 \times 6$

★ إذا كان :  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  فإن :  $1 \times 3 = 2 \times 6$  ،  $1 \times 3 = 2 \times 6$  ،  $1 \times 3 = 2 \times 6$

## التغير الطردى والتغير العكسي

### التغير العكسي

• إذا كانت : ص تتغير عكسيًا مع س وتكتب ص ∝  $\frac{1}{س}$  فإن :

$$① \text{ ص} = \frac{ك}{س} \text{ (أي أن : س} \times \text{ص} = م)$$

حيث م ثابت ≠ 0

$$② \frac{ص}{س} = \frac{ك}{س}$$

③ العلاقة بين س ، ص ليست علاقة خطية.

• لإثبات أن ص ∝  $\frac{1}{س}$  نثبت أن :

س × ص = م حيث م ثابت ≠ 0

### التغير الطردى

• إذا كانت : ص تتغير طرديًا مع س وتكتب ص ∝ س فإن :

$$① \text{ ص} = م \times س \text{ (أي أن : س} \times \text{ص} = م)$$

حيث م ثابت ≠ 0

$$② \frac{ص}{س} = \frac{م}{س}$$

③ العلاقة بين س ، ص يمثلها بيانيًا خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

• لإثبات أن ص ∝ س نثبت أن :

ص = م × س حيث م ثابت ≠ 0





# امتحانات على الوحدة الثانية

## النموذج الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت :  $٤س = ٩ص$  فإن :  $\frac{س}{ص} = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{٢}{٣}$  (ب)  $\frac{٣}{٢}$  (ج)  $\frac{٣}{٢} \pm$  (د)  $\frac{٢}{٣} \pm$

٢ إذا كانت :  $٥س = ٥$  فإن :  $\dots\dots\dots$

- (أ)  $٥س$  (ب)  $٥ص$  (ج)  $\frac{١}{٥}ص$  (د)  $\frac{١}{٥}س$

٣ إذا كان :  $\frac{١}{٢} = \frac{٢}{٣}$  فإن :  $\frac{١-٢}{١+٢} = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{١}{٥}$  (ب)  $\frac{١}{٣}$  (ج)  $\frac{٢}{٥}$  (د)  $\frac{٣}{٥}$

٤ إذا كان :  $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{٤س-٢ص}{ع}$  فإن :  $ع = \dots\dots\dots$

- (أ)  $٢$  (ب)  $\frac{١}{٢}$  (ج)  $\frac{١}{٣}$  (د)  $٢$

٥ الثاني المتناسب للكميات :  $١٢س$  ،  $٢١ص$  ،  $١٤س$  هو  $\dots\dots\dots$

- (أ)  $٨س$  (ب)  $٨ص$  (ج)  $٢٤ص$  (د)  $٢٤س$

٦ إذا كانت :  $٥س$  ، وكانت  $١ = ٤$  عندما  $ص = ٤$  فإن ثابت التناسب =  $\dots\dots\dots$

- (أ)  $١$  (ب)  $٤$  (ج)  $٤$  (د)  $\frac{١}{٤}$

٢ (أ) إذا كان :  $\frac{١}{٤} = \frac{٢}{٣}$  أوجد قيمة :  $\frac{٢+٢}{٢-٢}$

(ب) إذا كانت :  $٢$  وسطاً متناسباً بين  $٢$  ،  $٢$

فأثبت أن :  $\frac{١}{٢} = \frac{٢+٢}{٢+٢}$  حيث  $٢$  ،  $٢$  ،  $٢$  كميات موجبة.

٣ (أ) إذا كانت : ص تتغير عكسياً مع س<sup>٢</sup> وكانت : س = ٣ عندما ص = ٤

فأوجد : ١ العلاقة بين ص ، س ٢ قيمة س عندما ص = ٩

(ب) إذا كانت : ٢ ، ب ، ح ، د كميات متناسبة فأثبت أن :  $\frac{٢-ح}{ب-د} = \frac{٢+ح}{٢+د}$

٤ (أ) إذا كان :  $\frac{٢}{س+ص} = \frac{٣}{س-٢} = \frac{٤}{س+٤}$  أوجد قيمة :  $\frac{٢+٣}{٢+٤}$

(ب) إذا كانت : ص = ٣ + ٢ وكانت ١  $\propto \frac{١}{س}$  وكانت ص = ٥ عندما س = ١

فأوجد العلاقة بين : س ، ص ثم أوجد : ص عندما س = ٢

٥ (أ) إذا كان : ٢ ، ب ، ح ، د في تناسب متسلسل فأثبت أن :  $\frac{٢-٣}{٢+٣} = \frac{٢-٤}{٢+٤}$

(ب) أوجد العدد الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى مقدم النسبة ٢٩ : ٤٦ وطرح مربعه من تاليها فإننا نحصل على النسبة ٣ : ٢

## النموذج الثاني

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : ٢ ، ب ، ح ، د كميات متناسبة فإن :  $\frac{٢}{ب} = \frac{٣}{ح}$  ..... =  $\frac{٤}{د}$

(أ)  $\frac{٢}{٣}$  (ب)  $\frac{٢}{٤}$  (ج)  $\frac{٣}{٤}$  (د)  $\frac{٢}{٤}$

٢ إذا كانت : ٢ ، ٦ ، س + ١٥ متناسبة فإن : س = .....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٣ إذا كان : س ص = ١٢ فإن : ص تتغير طردياً مع .....

(أ)  $\frac{١}{س}$  (ب) س - ١٢ (ج) س (د) س + ١٢

٤ إذا كانت : ص متناسب عكسياً مع س وكانت س =  $\sqrt[٣]{٢}$  عندما ص =  $\frac{٢}{\sqrt[٣]{٢}}$

فإن ثابت التناسب = .....

(أ)  $\frac{١}{٢}$  (ب)  $\frac{٢}{٣}$  (ج) ٢ (د) ٦



٥ إذا كان :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$  (حيث  $m \neq 0$ ) فإن :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$

(د) 3 م

(ج) 3 م

(ب) 3 م

(أ) م

٦ إذا كان :  $\frac{1}{3} = \frac{2}{5}$  فإن :  $10 - 3 - 7 = \dots$

(د) 10 - 3 - 7

(ج) 7

(ب) 9

(أ) 3

فأثبت أن :  $2, 3, 4, 5$  متناسبة.

٢ (أ) إذا كانت :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$

(ب) إذا كانت :  $1 - 2 = 3$  وكانت 4 تتغير عكسياً مع 3 وكان :  $4 = 2$  عندما  $3 = 2$

٢ قيمة 3 عندما  $3 = 8$

أوجد : ١ العلاقة بين :  $3, 4$

٣ (أ) إذا كان :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$  أثبت أن :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$

(ب) إذا كانت :  $2, 3, 4, 5$  كميات متناسبة أثبت أن :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$

٤ (أ) إذا كانت :  $10 - 3 - 7 = \dots$  أوجد قيمة :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$

(ب) إذا كانت :  $3$  وسطاً متناسباً بين  $2, 4$  أثبت أن :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$

٥ (أ) إذا كانت :  $4 = 3 + 2$  أثبت أن :  $4 = 3 + 2$

٢ أوجد قيمة :  $3$  عندما  $3 = 8$

١ أثبت أن :  $3 \propto 4$

أثبت أن :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$

(ب) إذا كان :  $2 : 3 = 4 : 5$



# مشروع بحثي

## على الوحدة الثانية

### أهداف المشروع

- استخدام خواص النسبة والتناسب لحل المشكلات.
- التمييز بين التغير الطردى والتغير العكسي.
- استخدام الرياضيات في حل المشكلات الحياتية.
- الربط بين الرياضيات والدراسات الاجتماعية.
- الربط بين الرياضيات والعلوم.

### المطلوب

« يعتبر مقياس الرسم من أهم عناصر الخريطة، وهو أحد تطبيقات النسبة والتناسب »

في ضوء ذلك قم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

- عرف مقياس الرسم وتكلم عن أهميته.
- الصق خريطة لمصر موضحًا عليها مقياس الرسم.
- حدد محافظتين على هذه الخريطة ثم قس المسافة بينهما ، وباستخدام مقياس الرسم الموضح على الخريطة احسب المسافة الحقيقية بين هاتين المحافظتين.
- ابحث عن قانون حساب السرعة المنتظمة ، ثم احسب الزمن الذي تستغرقه سيارة تسير بسرعة منتظمة ١٢٠ كم/س لقطع المسافة بين هاتين المحافظتين.
- ما نوع التغير بين المسافة والزمن بفرض ثبوت السرعة ؟



فيما يلي بعض الأمثلة لكل منهما مع استعراض مميزات وعيوب كل مصدر :

١ المصادر الأولية (الميدانية)	٢ المصادر الثانوية (التاريخية)
<ul style="list-style-type: none"> <li>المقابلة الشخصية.</li> <li>الاستبيانات واستطلاعات الرأي.</li> <li>الملاحظة والقياس.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>نشرات الجهاز المركزي للتعبئة والإحصاء.</li> <li>قاعدة بيانات الموظفين بإحدى الشركات.</li> <li>وسائل الإعلام ومواقع الإنترنت.</li> </ul>
مميزاتها	الدقة.
عيوبها	تحتاج إلى وقت ومجهود وتكلفة كبيرة كما تحتاج إلى عدد كبير من الباحثين في المجتمعات الكبيرة.
	توفير الوقت والجهد والمال.
	عدم الدقة أحياناً لبعض المصادر.

### أساليب جمع البيانات

يتوقف الأسلوب المستخدم في جمع البيانات على الهدف المراد لأجله جمع هذه البيانات كما يتوقف على حجم المجتمع الإحصائي.

ويعرف المجتمع الإحصائي بأنه : جميع الأفراد التي تجمعها خصائص عامة واحدة ، مثل :

• تلاميذ مدرسة ما تمثل مجتمعاً إحصائياً تكون مفردته التلميذ.

• عمال مصنع ما تمثل مجتمعاً إحصائياً تكون مفردته العامل.

وفيما يلي سوف نستعرض أسلوبين لجمع البيانات :

#### ١ أسلوب الحصر الشامل :

ويقوم على جمع البيانات حول الظاهرة محل الدراسة من جميع مفردات المجتمع الإحصائي ، ويستخدم لحصر جميع مفردات المجتمع.

#### ٢ أسلوب العينات :

ويقوم على جمع البيانات حول الظاهرة محل الدراسة من عينة ممثلة للمجتمع كـه وإجراء البحث عليها ، ثم تعميم النتائج على المجتمع كـه.



## جمع البيانات

يقوم الباحث الإحصائي بجمع البيانات وتبويبها وتمثيلها بيانياً وتحليلها بغرض الوصول إلى نتائج تؤخذ في ضوءها القرارات المناسبة أي أنه بقدر دقة البيانات تكون دقة النتائج وسلامة القرارات لذلك فإنه يجب اتباع أسلوب علمي صحيح في جمع البيانات ، وجمع البيانات الإحصائية يتطلب معرفة مصادر جمع هذه البيانات وتحديد أسلوب جمعها.

### مصادر جمع البيانات

تنقسم مصادر جمع البيانات إلى :

#### ١ مصادر أولية (ميدانية) :

وهي المصادر التي يحصل منها الباحث على البيانات بشكل مباشر.

#### ٢ مصادر ثانوية (تاريخية) :

وهي المصادر التي يحصل منها الباحث على البيانات التي تم تجميعها وتسجيلها من قبل بواسطة بعض الهيئات أو المؤسسات أو الأشخاص.



وفيما يلي بعض الأمثلة لكل أسلوب من الأسلوبين مع استعراض مميزات وعيوب كل منهما :

أسلوب الحصر الشامل	أسلوب العينات
<b>أمثلة لاستخداماته</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• الانتخابات.</li> <li>• التعداد العام للسكان.</li> <li>• عمل قاعدة بيانات للعاملين في إحدى المؤسسات.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• عينة من دم مريض لإجراء بعض الفحوصات الطبية.</li> <li>• عينة من بعض منتجات مصنع لبحث مدى مطابقتها للمواصفات.</li> </ul>
<b>مميزاته</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• الدقة.</li> <li>• الشمول.</li> <li>• عدم التحيز.</li> <li>• التمثيل التام لكل مفردات المجتمع الإحصائي.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• توفير الوقت والجهد والتكاليف.</li> <li>• الطريقة الوحيدة لجمع بيانات عن المجتمعات الكبيرة الغير محدودة (مثل بحث مكونات رمال الصحراء).</li> <li>• الطريقة الوحيدة لدراسة بعض المجتمعات المحدودة التي يؤدي فيها أسلوب الحصر الشامل إلى خسائر فادحة (مثل فحص دم مريض لأن فحص الدم كله يؤدي إلى الوفاة).</li> </ul>
<b>عيوبه</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• يحتاج في بعض الأحيان إلى وقت طويل وتكلفة باهظة.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• عدم دقة نتائجه في بعض الحالات خاصة في حالة أن تكون العينة المختارة غير ممثلة للمجتمع الإحصائي تمثيلاً صادقاً (عينة متحيزة).</li> </ul>

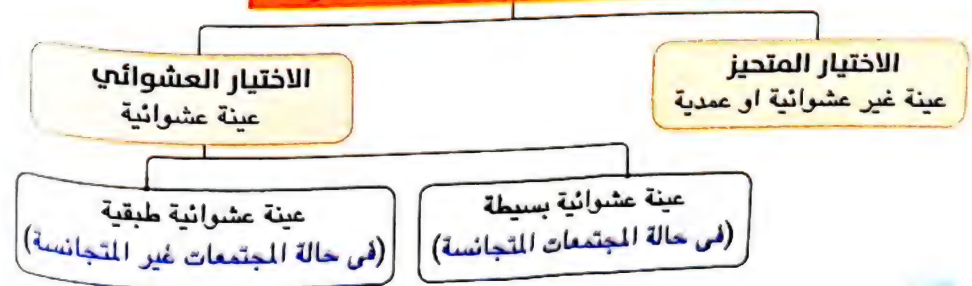
وفيما يلي سوف نتعرض لمفهوم العينة وأنواعها وكيفية اختيارها :

### مفهوم العينة

العينة هي جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله.

### كيفية اختيار العينات

#### أنواع العينات عن طريق كيفية اختيارها



وفيما يلي نتطرق لكل نوع بشيء من التفصيل :

### أولاً : الاختيار المتحيز (العينات غير العشوائية) :

وهو يعنى اختيار مفردات بعينها من مفردات المجتمع الإحصائي دون غيرها بحيث تناسب أهداف البحث وتُعرف بالعينة العمدية.



فمثلاً : عند دراسة مدى استيعاب تلاميذ مدرسة ما لموضوع ما في مادة الجبر ، يجب أن نحلل نتائج الاختبار في ذلك الموضوع باختيار تلاميذ سبق لهم دراسة الموضوع نفسه دون سائر التلاميذ ، ولا يعتبر هذا الاختيار عشوائياً .

### ثانياً : الاختيار العشوائي (العينات العشوائية) :

وهو اختيار عينة من مفردات المجتمع الإحصائي بحيث تكون كل مفردة من مفردات المجتمع لها نفس الفرصة في الاختيار ، وفيما يلي أهم أنواع العينات العشوائية :

١ العينة العشوائية البسيطة. ٢ العينة العشوائية الطبقية.

### ١ العينة العشوائية البسيطة

وتستخدم مع المجتمعات المتجانسة الغير مقسمة بطبيعتها إلى فئات أو طبقات ، ويتم اختيارها بطريقتين حسب عدد مفردات المجتمع كما يلي :

(١) الطريقة الأولى (إذا كان حجم المجتمع صغيراً) : وتتم هذه الطريقة كما يلي :



١ تُعطى كل مفردة في مجتمع الدراسة رقماً ثم يكتب هذا الرقم في قصاصة ورق بحيث تكون جميع القصاصات متماثلة أي لا تميز فيها من حيث اللون أو المقاس.

٢ تُطبق كل قصاصة بطريقة متماثلة بحيث لا يظهر الرقم نهائياً ثم توضع في صندوق وتُخلط جيداً.

٣ يتم اختيار العينة باختيار ورقة من الصندوق دون النظر داخله ثم تُقلب الأوراق جيداً ونختار ورقة ثانية ، وهكذا حتى ننتهي من اختيار العدد المطلوب للعينة.

وتعتبر هذه الطريقة مناسبة مثلاً لاختيار عينة مكونة من ١٠ عمال في مصنع به ٥٠ عاملاً.



## العينة العشوائية التطبيقية

وتستخدم في حالة المجتمعات الإحصائية الغير متجانسة أى المقسمة بطبعتها إلى مجموعات نوعية تختلف فى الصفات، وفى هذه الحالة لا نستطيع أن نختار العينة بطريقة العينة العشوائية البسيطة لأن ذلك قد يجعل العينة بها عدد أكبر من مفردات طبقات بعينها دون الأخرى مما يجعل العينة غير ممثلة لجميع طبقات مجتمع الدراسة ولذلك نقوم بالخطوات التالية :

- ١ نقسم مفردات المجتمع الإحصائي إلى طبقات تبعاً للصفات المكونة للمجتمع.
- ٢ نحصى عدد مفردات كل طبقة من هذه الطبقات ونوجد نسبتها إلى عدد مفردات المجتمع الكلى.
- ٣ لتكوين العينة فإننا نختار من كل طبقة عدداً معيناً من المفردات بحيث تكون النسبة التى تمثل كل طبقة فى العينة هى نفس نسبة الطبقة فى المجتمع الكلى ، وذلك باستخدام القانون التالى :

$$\text{عدد مفردات الطبقة فى العينة} = \frac{\text{عدد مفردات الطبقة الكلى}}{\text{عدد مفردات المجتمع الكلى}} \times \text{عدد مفردات العينة}$$

مقرّباً الناتج لأقرب وحدة .

فمثلاً : عند دراسة المستوى الدراسى لطلاب مدرسة بها ٥٠٠ طالب وطالبة وكانت نسبة البنين إلى البنات ١ : ٤ وأردنا اختيار عينة مكونة من ٥٠ طالباً فلابد من اختيار ١٠ طلاب من طبقة البنين و ٤٠ طالبة من طبقة البنات لتكون العينة ممثلة لطبقات المجتمع محل الدراسة.

## مثال ١٧

مصنع به ٣٠٠ عامل ويريد المسئولون عن إعداد المجلة الشهرية الخاصة بهذا المصنع تطوير هذه المجلة فى ضوء معرفة آراء العاملين من خلال استبيان تم إعداده لهذا الغرض يُعطى هذا الاستبيان لعينة عشوائية ١٠٪ من إجمالى عدد العاملين بهذا المصنع. وضع كيف يتم اختيار هذه العينة باستخدام الآلة الحاسبة.

## (ب) الطريقة الثانية (إذا كان حجم المجتمع كبيراً) :

يتم ترقيم جميع مفردات المجتمع ثم نختار العينة من هذه المفردات باستخدام خاصية الرقم العشوائى الموجود بالآلة الحاسبة العلمية مثل الموضحة بالصورة المقابلة ، ويتم ذلك بالضغط على المفاتيح التالية بالترتيب من اليسار اليمين :



فيظهر رقم عشري بين ٠.٠٠٠٠ ، ٠.٩٩٩ وفى حالة ظهور رقم عشري واحد بعد العلامة نضيف صفيرين لجعله جزءاً من ألف (٠.٢٠٠ ← ٠.٢) وفى حالة ظهور رقمين عشريين بعد العلامة نضيف صفراً على اليمين لجعله جزءاً من ألف (٠.٦٤٠ ← ٠.٦٤) ثم نأخذ تلك الأرقام بعد تجاهل العلامة العشرية ونختار المفردة الممثلة لها ومع تكرار الضغط على مفتاح [=] يتوالى ظهور الأرقام وتُسبَعِد الأرقام الأكبر من عدد مجتمع الدراسة كما يتم استبعاد الأرقام التى تم اختيارها من قبل إلى أن نصل إلى عدد العينة الذى نريده وتعتبر نسبة ١٠٪ نسبة مناسبة لإجراء أى استبيان.

وتعتبر هذه الطريقة مناسبة لاختيار عينة مكونة من ٢٥ طالباً من مدرسة بها ٩٠٠ طالب.

## مثال ٢



قام أحد المصانع بإنتاج ٢٠٠ جهاز تليفزيون  
من النوع «أ» و ٣٠٠ من النوع «ب»  
و ٥٠٠ من النوع «ج» فإذا أردنا سحب عينة  
طبقية مكونة من ٥٠ تليفزيون بحيث تكون  
ممثلة لكل الأنواع المنتجة لفحصها  
فاحسب عدد مفردات كل طبقة في العينة.

## الحل

• العدد الإجمالي للتليفزيونات = ٢٠٠ + ٣٠٠ + ٥٠٠ = ١٠٠٠ تليفزيون.

• عدد مفردات النوع «أ» في العينة =  $١٠ = ٥٠ \times \frac{٢٠٠}{١٠٠٠}$  تليفزيونات.

• عدد مفردات النوع «ب» في العينة =  $١٥ = ٥٠ \times \frac{٣٠٠}{١٠٠٠}$  تليفزيون.

• عدد مفردات النوع «ج» في العينة =  $٢٥ = ٥٠ \times \frac{٥٠٠}{١٠٠٠}$  تليفزيون.

## حاول بنفسك

مدرسة بها ٣٠٠ طالب ، ٥٠٠ طالبة أرادت عمل استبيان على عينة عددها ٢٤ طالبًا وطالبة  
تمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها. احسب عدد مفردات كل طبقة في العينة.

٥١ ٥٢ ٥٣ ٥٤ ٥٥ ٥٦ ٥٧ ٥٨ ٥٩ ٦٠

٦١ ٦٢ ٦٣ ٦٤ ٦٥ ٦٦ ٦٧ ٦٨ ٦٩ ٧٠

## الحل

∴ عدد العاملين بالمصنع = ٣٠٠ عامل

∴ عدد العينة العشوائية =  $٣٠ = ٣٠٠ \times \frac{١}{١٠}$  عاملاً

أي أننا نريد اختيار ٣٠ عاملاً لإجراء هذا الاستبيان ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية كالتالي:

١ يعطى كل عامل من العاملين بالمصنع رقمًا من ١ إلى ٣٠٠

٢ تُستخدم الآلة الحاسبة العلمية لاختيار ٣٠ رقمًا بالطريقة السابق ذكرها والتي تنحصر  
بين صفر ، ٢٠١ والأرقام العشوائية التي تظهر أكبر من ٣٠٠ يتم استبعادها.

فمثلاً: بالضغط على المفاتيح → → → بالترتيب من اليسار لليمين :

- إذا حصلنا على الكسر العشري ٠,٠٤٩ يكون رقم الشخص المختار هو ٤٩

- إذا حصلنا على الكسر العشري ٠,١٣٢ يكون رقم الشخص المختار هو ١٣٢

- إذا حصلنا على الكسر العشري ٠,١٢ يكون رقم الشخص المختار هو ١٢٠

- إذا حصلنا على الكسر العشري ٠,٤٥٣ يتم استبعاده لأن رقم ٤٥٣ خارج نطاق الأعداد  
من ١ إلى ٣٠٠ وهكذا حتى نحصل على ٣٠ رقمًا.

\* ونفرض أن الآلة الحاسبة أخرجت الأرقام

الموضحة في الجدول المقابل يكون العمال

الذين يحملون هذه الأرقام هم العينة المختارة

لإجراء هذا الاستبيان.

٢٧٢	٢٤٩	١٤١	١٢٠	١٣٢	٤٩
١٩٨	٧٤	٢١٣	٤	٢٥٦	٢٥٤
١٣	١٧٢	٤٧	١٥٦	٢	١٣١
٣٨	٩	٨٢	٨٥	٣	٨
١٠٣	١١٨	٢٧٩	٣٤	١٤	٤١



- (بور سعيد ١٢)
- ١ مصادر جمع البيانات هي ..... ، .....
  - ٢ تعتبر المقابلة الشخصية من المصادر ..... للبيانات.
  - ٣ بيانات الطلاب المسجلة فى مكتب شئون الطلاب من المصادر ..... للبيانات.
  - ٤ نشرات الجهاز المركزى للتعبئة والإحصاء من المصادر ..... للبيانات.
  - ٥ الملاحظة المباشرة من المصادر ..... للبيانات.
  - ٦ الأسلوب المناسب لفحص دم مريض هو أسلوب .....
  - ٧ الأسلوب المناسب لفحص إنتاج مصنع هو أسلوب .....
  - ٨ الأسلوب المناسب لمعرفة تعداد السكان هو أسلوب .....
  - ٩ الأسلوب المناسب لمعرفة نسبة الغياب فى إحدى المدارس هو أسلوب .....
  - ١٠ إذا كان المجتمع محل البحث مقسماً إلى أميين ويقرأون ويكتبون وحاملى المؤهلات المتوسطة وحاملى المؤهلات فوق المتوسطة وحاملى المؤهلات العليا فإن العينة المختارة لإجراء بحث ما تسمى بالعينة .....

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (الفيوم ١٢)
- ١ من المصادر الثانوية لجمع البيانات .....
    - ( أ ) المقابلة الشخصية.
    - ( ب ) الاستبيانات.
    - ( ج ) قاعدة بيانات الموظفين.
    - ( د ) الملاحظة والقياس.
  - ٢ من المصادر الأولية لجمع البيانات .....
    - ( أ ) نشرات مراكز الإحصاء.
    - ( ب ) بيانات طلاب المدرسة بالسنة الماضية.
    - ( ج ) الاستبيانات.
    - ( د ) سجلات بيانات موظفى إحدى المؤسسات.
  - ٣ يعتبر أسلوب الحصر الشامل مناسباً لـ .....
    - ( أ ) بحث مكونات رمال الصحراء الغربية.
    - ( ب ) فحص نسبة العذوبة لمياه أحد الآبار.
    - ( ج ) بحث نسبة وجود أحد المعادن فى مناطق التعدين.
    - ( د ) معرفة عدد الطلاب الحاصلين على الدرجة النهائية فى امتحان الرياضيات بالفصل.

٤ اختيار عينة من طبقات المجتمع الإحصائي تسمى بالعينة .....

(البجيرة ١٧، بوسعيد ١٦، الإسكندرية ١٤)

(i) العشوائية. (ب) الطبقة. (ج) العمدية. (د) العنقودية.

٥ مصنع به ١٢٥ عاملاً وهم ٧٥ فنياً ، ٥٠ مهندساً أخذت عينة طبقية حجمها ٥٠ فرداً تمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها فإن عدد المهندسين فى هذه العينة يساوى ..... مهندساً.

(المنوفية ١٦)

(i) ٣٠ (ب) ٢٠ (ج) ٢٥ (د) ١٥

أى من مصادر البيانات الإحصائية التالية أولية وأيها ثانوية :

١ استطلاع آراء تلاميذ فصلك عن المكان الذى يريدون أن يذهبوا إليه فى الرحلة القادمة.

٢ أن تقوم بإحصاء عدد المقاعد الموجودة فى كل فصل من فصول مدرستك.

٣ أن تقوم بعمل بحث عن أعداد الناجحين فى كل مادة من المواد الدراسية فى مدرستك فى الدور الأول العام الماضى من واقع سجلات مدرستك.

٤ أن تذهب لإحدى المؤسسات الحكومية بمحافظتك لجمع بيانات عن عدد المواليد المسجلين فى كل مكتب صحة خلال شهر مارس العام الماضى.

٥ البحث فى مواقع الإنترنت عن نتائج إحدى الفرق الرياضية فى مسابقة الدورى المصرى العام ٢٠٠٨ - ٢٠٠٩

٦ قارن بين أسلوبى الحصر الشامل والعينات مبيناً مزايا وعيوب كل منهما.

اذكر الأسلوب المناسب «الحصر الشامل أم العينات» لجمع البيانات فى كل من المجتمعات الإحصائية التالية :

١ مستوى تحصيل فصل دراسى مكون من ٢٥ طالباً.

٢ مدى صلاحية المياه بأحد الآبار للشرب.

٣ نسبة وجود البترول بأحد المواقع الاستكشافية.

٤ مدى انتشار مرض ما فى ثمار أحد المحاصيل الزراعية.

٥ تعداد المصانع بإحدى المدن الصناعية.



٦ قامت إدارة أحد المصانع باستطلاع رأى ٢٠٠ عامل لمعرفة ما يفضلون تناوله فى فترة الراحة ، وقد تم إعطاء رقم لكل عامل من ١ إلى ٢٠٠ ثم اختيار عينة تمثل ١٠٪ لسؤالهم عما يفضلون من :



- مشروبات ساخنة.
- وجبات خفيفة.
- مثلجات.

حدد باستخدام آلتك الحاسبة أرقام العمال المستهدفين فى هذه العينة.

٧ تقوم إحدى المدارس الإعدادية بدراسة عن كيفية ذهاب التلاميذ إلى المدرسة فإذا كان عدد تلاميذ المدرسة ٣٢٠ تلميذاً وتم إعطاء كل تلميذ رقماً من ١ إلى ٣٢٠ واختيار ١٠٪ منهم كعينة لسؤالهم عن طريقة الوصول للمدرسة ما بين :



• تاكسى.



• أتوبيس عام.



• سيراً على الأقدام.



• سيارة خاصة.



• دراجة.

حدد أرقام العينة باستخدام الآلة الحاسبة.



٨ ترغب إدارة أحد الفنادق فى معرفة آراء ٣٠٠ نزيل بالفندق فى مستوى الخدمة المقدمة لهم ، فقامت بإعطاء كل نزيل رقماً من ٢٠١ إلى ٥٠٠ ، واختيار ١٠٪ منهم كعينة عشوائية لسؤالهم عن مستوى الخدمة. حدد باستخدام آلتك الحاسبة أرقام النزلاء المستهدفين فى هذه العينة.

٩ إذا كان هناك في إحدى الكليات الجامعية ٤٠٠٠ طالب بالسنة الأولى ، ٣٠٠٠ طالب بالسنة الثانية ، ٢٠٠٠ طالب بالسنة الثالثة ، ١٠٠٠ طالب بالسنة الرابعة ، وأردنا سحب عينة طبقية حجمها ٥٠٠ طالب تمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها ، فاحسب عدد مفردات كل طبقة في العينة.

«٢٠٠ ، ١٥٠ ، ١٠٠ ، ٥٠»

١٠ أحد مصانع السيارات يقوم بإنتاج ٣ موديلات من السيارات في العام وتعدادها هو ٣٠٠ سيارة من الموديل الأول ، ٥٠٠ من الموديل الثاني ، ٢٠٠ من الموديل الثالث ، فإذا أرادت إدارة المصنع أخذ عينة تقدر بـ ٥٪ من الإنتاج الإجمالي لها تمثل فيها كل موديل حسب حجم إنتاجه.

• حدد عدد مفردات العينة الكلي.

• حدد عدد مفردات كل طبقة في العينة على حدة.

«٥٠٠ ، ١٥٠ ، ٢٥٠ ، ١٠٠»

١١ يراد سحب عينة عشوائية طبقية تمثل فيها كل طبقة حسب حجمها من مجتمع مكون من ٥٠٠٠ مفردة ومقسم إلى طبقتين تعداد الطبقة الأولى منهما ١٥٠٠ مفردة فإذا كانت المفردات التي تمثل الطبقة الثانية بالعينة ١٤٠ مفردة.

«٢٠٠»

١٢ يراد سحب عينة عشوائية طبقية تمثل فيها كل طبقة حسب حجمها من مجتمع مكون من ٤٠٠٠ مفردة ، ومقسم إلى ثلاث طبقات بيانها كالتالي :

رقم الطبقة	١	٢	٣
عدد مفردات الطبقة	١٢٠٠٠	٢٠٠٠٠	٨٠٠٠

فإذا كان عدد مفردات الطبقة الأولى في العينة ٢٤٠ مفردة ، أوجد حجم العينة كلها. «٨٠٠»

١٣ مجتمع به ٢٠٠٠ مفردة مقسمة إلى ٤ طبقات يراد سحب عينة تمثل فيها كل طبقة حسب حجمها فقام الباحث بتصميم الجدول التالي :

رقم الطبقة	١	٢	٣	٤	الإجمالي
عدد مفردات الطبقة	٥٠٠	٧٠٠	.....	٤٥٠	٢٠٠٠
عدد المفردات التي تمثل الطبقة في العينة	.....	.....	٧	.....	.....

«٢٥٠ ، ١٠٠ ، ١٤٠ ، ٩٠ ، ٤٠»

أكمل هذا الجدول.



في الحالة السابقة واضح أن المجموعتين مختلفتان ، وبالرغم من ذلك وجدنا أن لهما نفس الوسط الحسابي والوسيط والمنوال ، وهذا لا يعني أن المجموعتين بالضرورة متماثلتان .  
لذلك فإن مقاييس النزعة المركزية وحدها غير قادرة على وصف مجموعة من التوزيعات التكرارية والبيانات الإحصائية وصفاً كاملاً ، لذلك نحتاج بجانب مقاييس النزعة المركزية التي تعتمد على تعيين قيمة واحدة تتمركز حولها باقى البيانات إلى نوع آخر من المقاييس يعتمد على تعيين درجة تجانس (تقارب) أو تشتت (تباعد) البيانات عن بعضها البعض .  
فمثلاً فى المثال السابق :

درجات المجموعة ١ متقاربة فتنحصر مفرداتها بين ٢٦ ، ٣٥ درجة بينما  
درجات المجموعة ٢ متباعدة فتنحصر مفرداتها بين ٨ ، ٤٩ درجة  
، أى أن درجات المجموعة ٢ أكثر تشتتاً من درجات المجموعة ١

وتعرف هذه المقاييس بمقاييس التشتت وسوف ندرس منها هنا المدى والانحراف المعياري .  
(التشتت لأى مجموعة من القيم :

يُقصَد به التباعد أو الاختلاف بين مفرداتها ، ويكون التشتت صغيراً إذا كان الاختلاف بين المفردات قليلاً ، ويكون التشتت كبيراً إذا كان الاختلاف بين المفردات كبيراً (أى إذا كانت الفروق بين القيم كبيرة) ، كما يكون التشتت صغيراً إذا تساوت جميع المفردات .  
أى أن : التشتت لمجموعة من القيم هو مقياس درجة تباعد هذه القيم وهو يعبر عن مدى تجانس المجموعات .

### مقاييس التشتت

#### المدى (أبسط مقاييس التشتت)

يُعرف مدى مجموعة من المفردات بأنه الفرق بين أكبر مفردة وأصغر مفردة فى المجموعة .  
أى أن : المدى = أكبر مفردة - أصغر مفردة

فمثلاً :

\* إذا كانت قيم المجموعة ١ هي ٦٠ ، ٥٨ ، ٦٢ ، ٦١ ، ٥٩ فإن : المدى = ٦٢ - ٥٨ = ٤  
\* إذا كانت قيم المجموعة ٢ هي ٧٢ ، ٧٨ ، ٤٦ ، ٦٥ ، ٣٩ فإن : المدى = ٧٨ - ٣٩ = ٣٩

ولذلك يقال إن المجموعة ٢ أكثر تشتتاً من المجموعة ١



### التشتت

درست سابقاً بعض المقاييس الإحصائية التي عُرفت باسم مقاييس النزعة المركزية كالوسط الحسابي والوسيط والمنوال ، ونعلم أن كلاً منها يعطى وصفاً للتوزيعات التكرارية والبيانات الإحصائية من خلال تعيين قيمة عديدة واحدة تتجمع حولها باقى القيم .  
فى بعض الحالات لا يكون كافياً استخدام مقاييس النزعة المركزية وحدها لإعطاء وصف واضح للبيانات ، ولتوضيح ذلك ندرس الحالة الآتية :  
مجموعتان من التلاميذ تتكون كل منهما من ٥ تلاميذ ، أُعطيت كل مجموعة اختباراً نهايته العظمى ٥٠ درجة فكانت درجات التلاميذ كالتالى :

المجموعة ١ : ٣٥ ، ٣٥ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٢٩  
المجموعة ٢ : ٣٣ ، ٣٥ ، ٤٩ ، ٣٥ ، ٨



#### تذكر أن

الوسط الحسابي = مجموع قيم المفردات / عدد هذه المفردات  
المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الأكثر شيوعاً بين هذه القيم .  
الوسيط لمجموعة من القيم هو القيمة التي تتوسط مجموعة القيم بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً .

عند حساب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لدرجات التلاميذ فى كل مجموعة على حدة نجد النتائج الموضحة فى الجدول التالى :

	الوسط الحسابي	الوسيط	المنوال
المجموعة ١	٣٢	٣٥	٣٥
المجموعة ٢	٣٢	٣٥	٣٥



### مميزات المدى

طريقة سهلة وبسيطة وتعطى فكرة سريعة عن تباعد وتقارب المفردات ويُعتبر أبسط وأسهل طرق قياس التشتت.

### عيوب المدى

١ لا يعكس أثر جميع المفردات لأن حسابه يعتمد على أكبر وأصغر مفردة فقط (أى أن حسابه يعتمد على مفردتين فقط مع إهمال باقى المفردات) وبالتالي لا يعطى صورة صادقة لتشتت المجموعة.

٢ يتأثر كثيراً بالقيم المتطرفة ، فمثلاً مدى مجموعة القيم : ٢١ ، ٢٢ ، ٦١ ، ٢٤ ، ٢٦ هو (٢١ - ٦١ = ٤٠) بينما عند استبعاد المفردة ٦١ منها فإن المدى يصبح (٢٦ - ٢١ = ٥) أى  $\frac{1}{8}$  المدى السابق لذلك فإن مقياس المدى هو مقياس تقريبي لا يعتمد عليه.

### ٢ الانحراف المعياري

هو أهم وأدق مقاييس التشتت وأوسعها انتشاراً ، ويمكن حسابه عن طريق : أخذ الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى ويرمز له بالرمز  $\sigma$  وتقرأ (سيجما)

### أولاً حساب الانحراف المعياري لمجموعة من المفردات

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

حيث  $\bar{x}$  تشير إلى مفردة من المفردات.  
 $\bar{x}$  وتقرأ ( $\bar{x}$  بار) تشير إلى الوسط الحسابى للمفردات.  
 $n$  تشير إلى عدد المفردات ،  $\sum$  تشير إلى عملية الجمع.

### مثال ١

احسب الانحراف المعياري لمجموعة القيم : ٨ ، ٩ ، ٧ ، ٦ ، ٥

### الحل

١ نوجد الوسط الحسابى للقيم ( $\bar{x}$ ) =  $\frac{\sum x}{n} = \frac{٥+٦+٧+٩+٨}{٥} = ٧$

٢ نكون الجدول المقابل :

س	س - $\bar{x}$	(س - $\bar{x}$ ) <sup>٢</sup>
٨	١ = ٧ - ٨	١
٩	٢ = ٧ - ٩	٤
٧	٠ = ٧ - ٧	٠
٦	١ - = ٧ - ٦	١
٥	٢ - = ٧ - ٥	٤
المجموع		١٠

٣ نقوم بحساب الانحراف المعياري كما يلى :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{١٠}{٥}} = \sqrt{٢} \approx ١.٤١$$

### ١ كاول بنفسك

إذا كانت : ٢٥ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٢٨ ، ٣٠ تمثل درجات أحد التلاميذ فى اختبار الجبر فى ستة شهور مختلفة أوجد : ١ الوسط الحسابى. ٢ الانحراف المعياري.

### ثانياً حساب الانحراف المعياري لتوزيع تكرارى

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot k}{\sum k}}$$

حيث :  $\bar{x}$  تمثل القيمة أو مركز المجموعة ،  $k$  تكرار القيمة أو المجموعة ،  $\sum k$  مجموع التكرارات ،  $\bar{x}$  الوسط الحسابى =  $\frac{\sum (x \cdot k)}{\sum k}$



# حساب الانحراف المعياري لتوزيع تكرارى بسيط

مثال ٢

الجدول الآتى يبين توزيع أعمار ٢٠ شخصاً بالسنين :

العمر	١٥	٢٠	٢٢	٢٣	٢٥	٣٠	المجموع
عدد الأشخاص	٢	٣	٥	٥	١	٤	٢٠

أوجد الانحراف المعياري للأعمار.

الحل

١ نوجد الوسط الحسابى للأعمار  
(  $\bar{x}$  ) وذلك باستخدام  
الجدول المقابل :

العمر (س)	عدد الأشخاص (ك)	س × ك
١٥	٢	٣٠
٢٠	٣	٦٠
٢٢	٥	١١٠
٢٣	٥	١١٥
٢٥	١	٢٥
٣٠	٤	١٢٠
المجموع	٢٠	٤٦٠

$$\therefore \text{الوسط الحسابى } (\bar{x}) = \frac{\text{مجموع (س × ك)}}{\text{مجموع ك}} = \frac{٤٦٠}{٢٠} = ٢٣ \text{ سنة.}$$

٢ تكون الجدول التالى :

س	ك	س - $\bar{x}$	(س - $\bar{x}$ ) <sup>٢</sup>	(س - $\bar{x}$ ) <sup>٢</sup> × ك
١٥	٢	٨ - = ٢٣ - ١٥	٦٤	١٢٨
٢٠	٣	٣ - = ٢٣ - ٢٠	٩	٢٧
٢٢	٥	١ - = ٢٣ - ٢٢	١	٥
٢٣	٥	٠ - = ٢٣ - ٢٣	٠	٠
٢٥	١	٢ - = ٢٣ - ٢٥	٤	٤
٣٠	٤	٧ - = ٢٣ - ٣٠	٤٩	١٩٦
المجموع	٢٠			٣٦٠

٣ نقوم بحساب الانحراف المعيارى كما يلى :

$$\text{الانحراف المعيارى } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مجموع (س - } \bar{x} \text{)}^2 \times \text{ك}}{\text{مجموع ك}}} = \sqrt{\frac{٣٦٠}{٢٠}} = \sqrt{١٨} = ٤,٢٤ \text{ سنة.}$$

١٦٨

## ٢ كاول بنفسك

التوزيع التكرارى التالى يوضح عدد أيام غياب الطلاب فى أحد الفصول :

عدد أيام الغياب	٠	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الطلاب	٥	٧	٧	٥	٦	٣٠

احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لعدد أيام الغياب.

## حساب الانحراف المعياري لتوزيع تكرارى ذى مجموعات

مثال ٣

فيما يلى التوزيع التكرارى للحافز الأسبوعى لعدد ١٠٠ عامل  
فى أحد المصانع :



الحوافز بالجنيه	-٣٥	-٤٥	-٥٥	-٦٥	-٧٥	-٨٥
عدد العمال	١٠	١٤	٢٠	٢٨	٢٠	٨

أوجد الانحراف المعيارى لهذا التوزيع.

تذكر أن

$$\text{مركز المجموعة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{٢}$$

١ نوجد الوسط الحسابى للحوافز (  $\bar{x}$  ) وذلك باستخدام الجدول التالى :

المجموعات	مراكز المجموعات (س)	التكرارات (ك)	س × ك
-٣٥	٤٠	١٠	٤٠٠
-٤٥	٥٠	١٤	٧٠٠
-٥٥	٦٠	٢٠	١٢٠٠
-٦٥	٧٠	٢٨	١٩٦٠
-٧٥	٨٠	٢٠	١٦٠٠
-٨٥	٩٠	٨	٧٢٠
المجموع		١٠٠	٦٥٨٠

$$\therefore \text{الوسط الحسابى } (\bar{x}) = \frac{\text{مجموع (س × ك)}}{\text{مجموع ك}} = \frac{٦٥٨٠}{١٠٠} = ٦٥,٨ \text{ جنيه.}$$

١٦٩

## استخدام الآلة الحاسبة في حساب الانحراف المعياري

يمكن استخدام الآلة الحاسبة CASIO [fx-82 ES, fx-85 ES, fx-500 ES, fx-95 ES Plus, fx-991 ES Plus] في حساب الانحراف المعياري والخطوات التالية توضح كيفية حل المثال السابق (المثال ٢) باستخدام الحاسبة:

سوف نستخدم هنا الآلة الحاسبة (fx-95 ES Plus)

### خطوة (١)

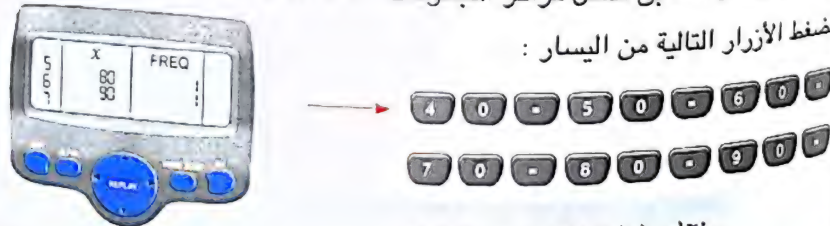
وقبل إدخال بيانات المثال السابق يجب أولاً ضبط نظام الآلة بضغط المفاتيح التالية من اليسار:



فتظهر لنا شاشة على الشكل

### خطوة (٢)

نقوم بإدخال القيم (س) في حالة التوزيع التكراري البسيط أو مراكز المجموعات (س) في حالة التوزيع التكراري ذي المجموعات في العمود الأول (x) وبالنسبة للمثال السابق ندخل مراكز المجموعات ٤٠، ٥٠، ٦٠، ٧٠، ٨٠، ٩٠ بضغط الأزرار التالية من اليسار:



فتظهر لنا شاشة على الشكل

٢ تكون الجدول التالي:

س	ك	س - س	(س - س)²	(س - س)² × ك
٤٠	١٠	٤٠ - ٦٥,٨ = -٢٥,٨	٦٦٥,٦٤	٦٦٥٦,٤
٥٠	١٤	٥٠ - ٦٥,٨ = -١٥,٨	٢٤٩,٦٤	٣٤٩٤,٩٦
٦٠	٢٠	٦٠ - ٦٥,٨ = -٥,٨	٣٣,٦٤	٦٧٢,٨
٧٠	٢٨	٧٠ - ٦٥,٨ = ٤,٢	١٧,٦٤	٤٩٣,٩٢
٨٠	٢٠	٨٠ - ٦٥,٨ = ١٤,٢	٢٠١,٦٤	٤٠٣٢,٨
٩٠	٨	٩٠ - ٦٥,٨ = ٢٤,٢	٥٨٥,٦٤	٤٦٨٥,١٢
المجموع	١٠٠			٢٠٠٣٦

٣ نقوم بحساب الانحراف المعياري بالتعويض في القانون التالي:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^2}{ن}} = \sqrt{\frac{٢٠٠٣٦}{١٠٠}} = ١٤,١٥ \text{ جنيه.}$$

### ملاحظات

- الانحراف المعياري يتأثر بكافة القيم ولا يتأثر فقط بالقيمتين الصغرى والكبرى كالمدى، لذلك فهو أكثر تعبيراً من المدى عن مقدار تشتت المجموعة.
- الانحراف المعياري له نفس وحدة القياس المستخدمة في البيانات المعطاة.
- القيم الأكثر تجانساً تكون أقل تشتتاً ويكون الانحراف المعياري لها أصغر.
- إذا كان الانحراف المعياري = صفر فمعنى ذلك أن كل قيم المفردات متساوية وهي حالة التجانس التام (التشتت المنعدم).

### حاول بنفسك

احسب:

المجموعات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
التكرار	١١	٩	٧	٥	٣	٢	١	٠	٠	٠

- الوسط الحسابي.
- الانحراف المعياري.
- للتوزيع التكراري المقابل.

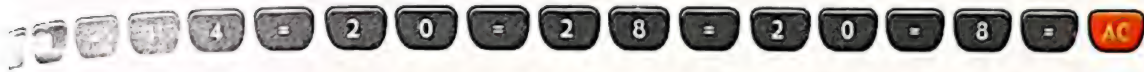


## خطوة (٣)

استخدم الأزرار  للانتقال للعمود الثاني (FREQ)

ثم أدخل التكرارات : ١٠ ، ١٤ ، ٢٠ ، ٢٨ ، ٢٠ ، ٨

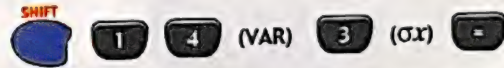
وذلك بضغط الأزرار من اليسار كالتالي :



بذلك نكون قد أدخلنا بيانات المثال السابق على الآلة الحاسبة.

## خطوة (٤)

لإيجاد قيمة الانحراف المعياري نقوم بالضغط على الأزرار التالية من اليسار :



فتظهر لنا شاشة على الشكل  
 $\therefore$  الانحراف المعياري  $\sigma = 14, 15$

- ١٠ (تكرار)  
 ١٤ (تكرار)  
 ٢٠ (تكرار)  
 ٢٨ (تكرار)  
 ٢٠ (تكرار)  
 ٨ (تكرار)

# تمارين 10

على التشتت



اختبار  
تفاعلي



أسئلة كتاب الوزارة

أكمل ما يأتي :

- ١ من مقاييس التشتت ..... ، ..... (سوهاج ١١)
- ٢ أبسط مقاييس التشتت هو ..... (دمياط ١١)
- ٣ لأي مجموعة من القيم إذا تساوت جميع المفردات فإن التشتت يساوي ..... (دمياط ١١)
- ٤ إذا كان الانحراف المعياري لتسعة من القيم هو ٣ فإن :  $\mu - s$  : مح  $\sqrt{s}$  لهذه القيم هو ..... (سوهاج ١١)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ الفرق بين أكبر المفردات وأصغرها لمجموعة من المفردات يسمى ..... (بوسعيد ١٩، الشرقية ١٨، سوهاج ١٨)
- (أ) المدى. (ب) الوسط الحسابي. (ج) الوسيط. (د) الانحراف المعياري.
- ٢ الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي (القليوبية ٢٠، الفيوم ١٩، بوسعيد ١٨، كفر الشيخ ١٨) يسمى ..... (ب) الوسط الحسابي. (أ) المدى. (ج) الانحراف المعياري. (د) المنوال.
- ٣ الوسط الحسابي لمجموعة القيم : ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ يساوي ..... (الفيوم ١٨، الإسكندرية ١٧، ش. سيناء ١٧)
- (أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٤ (د) ١٢
- ٤ المدى لمجموعة القيم : ٢٣ ، ٢٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ١٧ هو ..... (القاهرة ١٥)
- (أ) ٨ (ب) ١٨ (ج) ١٩ (د) ٢٣
- ٥ إذا كانت ٦٧ هي أكبر مفردات مجموعة ما وكان المدى يساوي ٢٧ فإن أصغر مفردات هذه المجموعة هي ..... (المنيا ١٦)
- (أ) ٦٧ (ب) ٤٠ (ج) ٢٧ (د) ٩٤

١٧٣



(الأقصر ١٦، دهباط ١٣)

٦ القيمة الأكثر تكرارًا لمجموعة من البيانات هي .....

(أ) الوسيط. (ب) المدى. (ج) المنوال. (د) المتوسط الحسابي.

٧ إذا كان الوسط الحسابي للأعداد : ٣ - ٣، ١ - ٢، ١ + ٢، ٢ + ٣ = ..... (الإسكندرية ١١)

(أ) ٥ - (ب) ١٠ (ج) ٥ (د)  $\frac{1}{5}$ ٨ إذا كان المدى للقيم : ٦ + ٦، ٦ - ٦، ٦ + ٥، ٦ - ٢ هو ١٤ حيث  $\exists \neq$  (الشرقية ٢٠)

فإن : ٦ = .....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٩ إذا كان مدى القيم : ٢، ٧، ٩، ٦ هو ٨ حيث  $9 < 0$  (الشرقية ١٤)

فإن : ٩ = .....

(أ) ٤ (ب) ٩ (ج) ١ - (د) ١٠

١٠ أي من القيم الآتية للعدد ٩ تجعل مدى مجموعة القيم : ٥٣، ٩، ٥٨، ٥٧، ٦٠ (القطرية ١٦)

٥٥ يساوي ٩ ؟

(أ) ٦٣ (ب) ٦١ (ج) ٥١ (د) ٥٠

(الإسكندرية ٢٠، السويدي ١٩)

١١  $\frac{\text{مجموع قيم المفردات}}{\text{عدد هذه القيم}} = \dots\dots\dots$ 

(أ) المدى. (ب) الانحراف المعياري.

(ج) الوسط الحسابي. (د) المنوال.

١٢ إذا كان : ٢ س + ٢ ص = ١٠، س  $\exists$  ح، ص  $\exists$  ح (السويدي ١٦)

فإن الوسط الحسابي بين س، ص هو .....

(أ)  $\frac{2}{5}$  (ب)  $\frac{5}{3}$  (ج) ٥ (د) ٢

(القليبية ١٥)

١٣ أكثر المجموعات الآتية تشتتًا هي المجموعة .....

(أ) ٢٨، ١٧، ٣٠، ٣٦، ٢٠ (ب) ٢٠، ١٩، ٢٩، ٣٧، ٤٣

(ج) ٣١، ٣٥، ٢٦، ٣٧، ٤١ (د) ٢٥، ٣٩، ١٩، ٥، ٢٧

(المنيا ١٨، دمياط ١٤)

١٤ أكثر مقاييس التشتت انتشاراً وأدقها .....

- (أ) المدى.  
(ب) الوسط الحسابي.  
(ج) الانحراف المعياري.  
(د) الوسيط.

(الأقصر ٢٠، ح. سيناء ١٧)

١٥ إذا كانت جميع المفردات متساوية في القيمة فإن .....

- (أ)  $\bar{x} - s < 0$   
(ب)  $\bar{x} - s > 0$   
(ج)  $\sigma = 0$   
(د)  $\bar{x} = s$

١٦ إذا كان :  $\text{محر} (\bar{x} - s)^2 = ٤٨$  لمجموعة من القيم عددها يساوي ١٢

(المنوفية ١٩، القاهرة ١٧)

فإن :  $\sigma = \dots\dots\dots$

- (أ) -٤ (ب) -٢ (ج) ٢ (د) ٤

٢ أكمل الجدول التالي ثم أجب :

المجموعة ب	المجموعة أ	
٨٠، ٦٠، ٥٥، ٥٠، ٣٥، ٢٠	٥٨، ٥٥، ٥٢، ٥٠، ٤٥، ٤٠	القيم
$\dots = \frac{\dots + \dots + \dots + \dots + ٣٥ + ٢٠}{٦}$	$\dots = \frac{\dots + \dots + \dots + \dots + ٤٥ + ٤٠}{٦}$	الوسط الحسابي
.....	.....	الوسيط
$\dots = \dots - \dots$	$\dots = \dots - \dots$	المدى
.....	.....	الانحراف المعياري

أي المجموعتين أكثر تجانساً ؟

٣ احسب الانحراف المعياري لكل من البيانات التالية :

(بوسعيد ٢٠، المنوفية ١٩، الغربية ١٨، المنوفية ١٧) ٩، ٣  
(دمياط ٢٠، الأقصر ١٩) ٧، ١

١ ١٦، ٣٢، ٥، ٢٠، ٢٧

٢ ٧٢، ٥٣، ٦١، ٧٠، ٥٩

٣ ١٥، ١٢، ٩، ٢٧، ٦

٤ ٢٢، ٢٠، ٢٠، ٢٠، ١٨



٥ أى المجموعات التالية أكثر تشتتاً ؟ (باستخدام الانحراف المعياري)

المجموعة (أ) : ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١

المجموعة (ب) : ٢١ ، ٢٠ ، ١١ ، ١٩

المجموعة (ج) : ٢٩ ، ٣٠ ، ٣٠ ، ٣٥

٦ احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل من البيانات التالية :

١ ٧٣ ، ٥٤ ، ٦٢ ، ٧١ ، ٦٠

(قنا ٢٠ ، أسبوط ١٧) ٦٤ ، ٦٠ ، ٦٠

٢ ١٣ ، ١٤ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢٢ لأقرب ثلاثة أرقام عشرية. (الشرقية ١٧) ١٧ ، ٢٨٦

٣ ٦٥ ، ٦١ ، ٧٠ ، ٦٤ ، ٧٠ ، ٧٦ ، ٧٠

٦٨ ، ٦٠

٤ ٢٣ ، ١٢ ، ١٧ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٦ ، ٨ ، ٩ ، ٣٧ ، ١٠

١٦ ، ١٢

٧ القيم التالية تمثل درجات خمسة طلاب في أحد الاختبارات : ٨ ، ٩ ، ٦ ، ١٢ ، ١٠ أوجد :  
١ الوسط الحسابي لدرجات الطلاب.  
٢ الانحراف المعياري لدرجات الطلاب.

(الدقهلية ١٧) ٩ ، ١٢

٨ الجدول المقابل يبين درجات الحرارة على بعض المدن :

١ احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجة الحرارة العظمى.  
٢ احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجة الحرارة الصغرى.

المدينة	عظمى	صغرى
الإسماعيلية	٢٥	١١
السويس	٢٦	١٢
العريش	٢٤	١٠
نخل	٢٤	٦
طابا	٢٢	٧
الطور	٢٦	١٦
الغردقة	٢٧	١٥
رفح	٢٦	١١

٢٠ ، ٢٠ ، ١١ ، ١٠ ، ٢٥

التوزيع التكرارى التالى يبين عدد أطفال بعض الأسر فى إحدى المدن الجديدة :

(المنوفية ٢٠، الإسكندرية ١٩، البحيرة ١٦)

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦

« ١، ٢ »

احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لعدد الأطفال.

فيما يلى التوزيع التكرارى لعدد الوحدات التالفة التى وجدت فى ١٠٠ صندوق فى

(سوهاج ١٨، البحيرة ١٧، البحيرة ١٤)

الوحدات المصنعة :

عدد الوحدات التالفة	صفر	١	٢	٣	٤	٥
عدد الصناديق	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩

« ١، ٤ »

أوجد الانحراف المعيارى للوحدات التالفة.

التوزيع التكرارى الآتى يبين عدد الأهداف التى سجلها ٣٠ لاعباً من ٥ ضربات جزاء لكل منهم

فى أحد التدريبات :

عدد الأهداف التى تم تسجيلها	صفر	١	٢	٣	٤	٥
عدد اللاعبين	٢	٤	٥	٨	٧	٤

« ١، ٤، ٢، ٩ »

أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لعدد الأهداف المسجلة.

فيما يلى توزيع تكرارى يبين أعمار ١٠ أطفال : (القاهرة ٢٠، قنا ١٩، الجيزة ١٨، الإسكندرية ١٧)

العمر بالسنوات	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

« ١، ٧ »

احسب الانحراف المعيارى للعمر بالسنوات.



١٣ الجدول التالي يبين التوزيع التكرارى لعدد الطلاب الفائزين في المسابقة الفنية من مدرسة بها عشرون فصلاً :

عدد الطلاب الفائزين	صفر	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
عدد الفصول	١	٣	٥	٦	٣	٢	٢٠

أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعياري لعدد الطلاب.

١٤ الجدول التالي يمثل توزيعاً تكرارياً ذي مجموعات لدرجات الحرارة في بعض المدن العالية :

مجموعات الدرجات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥
التكرار	٧	٩	١١	١٥	٨

أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعياري لدرجات الحرارة.

١٥ للتوزيع التكرارى التالى احسب الوسط الحسابى والانحراف المعياري : (الغريبة ١٧، قنا ١٦)

المجموعات	صفر -	-٤	-٨	-١٢	-١٦ - ٢٠	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٢	٩	٢٥

١٦ الجدول التالي يمثل الأجر اليومي لمجموعة من العمال بأحد المصانع :

مجموعات الأجر	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠
عدد العمال	١٠	١٢	٨	٦	٣	١

أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعياري للأجر.

١٧ التوزيع التكرارى التالى يبين كمية البنزين التى تستهلكها مجموعة من السيارات :

عدد الكيلو مترات لكل لتر	-٥	-٧	-٩	-١١	-١٣	١٥ - ١٧	المجموع
عدد السيارات	٣	٦	١٠	١٢	٥	٤	٤٠

أوجد الانحراف المعياري لعدد الكيلو مترات لكل لتر.

النوع التكرارى التالى يبين قيمة فاتورة الكهرباء لـ ٢٠٠ مشترك :

قيمة الفاتورة بالجنيه	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	-٥٥	المجموع
عدد المشتركين (التكرار)	١٩	٥٠	٨٥	٢٥	١٥	٦	٢٠٠

أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لقيم الفواتير. « ٢٩,٢٥ ، ١١,٥ »

### للمتفوقين

الجدولان التكراريان التاليان يمثلان توزيع درجات تلاميذ الفصلين أ ، ب فى الصف الثالث الإعدادى فى أحد الاختبارات :

مجموعات الدرجات	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	٤٠-٥٠	المجموع
عدد التلاميذ	٢	٥	١١	١٥	٧	٤٠

فصل أ

مجموعات الدرجات	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	٤٠-٥٠	المجموع
عدد التلاميذ	٢	٣	١٨	٧	١٠	٤٠

فصل ب

١- مثل كلاً من التوزيعين بالمضلع التكرارى على شكل واحد.

٢- أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لكل من التوزيعين التكراريين.

« ١١,٣٠ ، ١٠,٧ ، ٣٠ »

٣- أى الفصلين أكثر تجانساً فى مستوى التحصيل ؟



## ★ مصادر جمع البيانات :

• مصادر أولية (ميدانية) : وهى المصادر التى يحصل منها الباحث على البيانات بشكل مباشر.

• مصادر ثانوية (تاريخية) : وهى المصادر التى يحصل منها الباحث على البيانات التى تم تجميعها وتسجيلها من قبل بواسطة آخرين.

## ★ أساليب جمع البيانات :

• أسلوب الحصر الشامل : ويقوم على جمع البيانات حول الظاهرة محل الدراسة من جميع مفردات المجتمع الإحصائى ، ويستخدم لحصر جميع مفردات المجتمع.

• أسلوب العينات : ويقوم على جمع البيانات حول الظاهرة محل الدراسة من عينة ممثلة للمجتمع كله وإجراء البحث عليها ، ثم تعميم النتائج على المجتمع كله.

## ★ العينات :

• العينة هى جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله.

• العينة غير العشوائية (العمدية) : هى عينة يتم فيها اختيار مفردات بعينها من مفردات المجتمع الإحصائى دون غيرها بحيث تناسب أهداف البحث.

• العينة العشوائية البسيطة : هى عينة تستخدم مع المجتمعات المتجانسة الغير مقسمة بطبيعتها إلى فئات أو طبقات.

• العينة العشوائية الطبقية : هى عينة تستخدم فى حالة المجتمعات الإحصائية غير المتجانسة المقسمة بطبعتها إلى مجموعات نوعية تختلف فى الصفات.

• عدد مفردات الطبقة فى العينة =  $\frac{\text{عدد مفردات الطبقة الكلى}}{\text{عدد مفردات المجتمع الكلى}} \times \text{عدد مفردات العينة}$

«مع تقريب الناتج لأقرب وحدة»

## ★ التشتت :

• التشتت هو مقياس يعبر عن مدى تجانس المجموعات.

• المدى لمجموعة من المفردات هو الفرق بين أكبر مفردة وأصغر مفردة فى المجموعة.

## أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو .....

- (أ) المدى. (ب) الوسط الحسابي.  
(ج) الوسيط. (د) الانحراف المعياري.

٢ إذا كان :  $\text{محر} = (\bar{x} - s)^2 = 36$  لمجموعة من القيم عددها ٩ فإن :  $\sigma = \dots\dots\dots$

- (أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ١٨ (د) ٢٧

٣ اختيار عينة من طبقات المجتمع الإحصائي تسمى بالعينة .....

- (أ) العشوائية. (ب) الطبقيّة. (ج) العمدية. (د) العنقودية.

٤ المدى لمجموعة القيم : ٥ ، ١٤ ، ٤ ، ٣٧ ، ١٥ ، ١٦ ، ٧ هو .....

- (أ) ٣٠ (ب) ٣٣ (ج) ٣٢ (د) ٢٢

٥ الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يسمى .....

- (أ) المدى. (ب) الوسط الحسابي.  
(ج) الوسيط. (د) الانحراف المعياري.

٦ الانحراف المعياري للكميات : ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٥ يساوي .....

- (أ) صفر (ب) ٥ (ج) ٦٢ (د) ٢



٢ احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم الآتية :

٢٧ ، ٢٠ ، ٥ ، ٣٢ ، ١٦

٣ إذا كان بيان عدد الأفراد في ٥٠ أسرة كما يلي :

٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	عدد الأفراد
٤	٥	٩	١٢	٨	٧	٥	عدد الأسر

أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعدد الأفراد.

٤ التوزيع التكراري الآتي يبين درجات ٢٠ طالبًا في أحد الاختبارات :

-٨	-٦	-٤	-٢	صفر-	المجموعات
٥	٥	٦	٣	١	التكرار

احسب الانحراف المعياري.

# مشروع بحثي

## على الوحدة الثالثة

### أهداف المشروع

- جمع البيانات وتنظيمها في جداول تكرارية ذات مجموعات.
- حساب المدى لمجموعة من المفردات.
- حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لتوزيع تكراري ذي مجموعات.
- تقدير دور الإحصاء في الحياة العملية.

### المطلوب

« يعتبر الانحراف المعياري أهم وأدق مقاييس التشتت وأوسعها انتشاراً »

في ضوء ذلك قم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

1. اختر اثنين من مقاييس التشتت وتكلم عنهما موضحاً مميزات وعيوب كل منهما.
2. سجل درجات أصدقائك بالفصل في أحد امتحانات مادة الرياضيات، وفي أحد امتحانات مادة الدراسات الاجتماعية، ثم قم بما يلي :
3. أوجد المدى لدرجات فصلك في كل مادة من المادتين.
4. كون الجدول التكراري ذي المجموعات لدرجات مادة الرياضيات، ومن هذا الجدول احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات فصلك في مادة الرياضيات.
5. كون الجدول التكراري ذي المجموعات لدرجات مادة الدراسات الاجتماعية، ومن هذا الجدول احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات فصلك في مادة الدراسات الاجتماعية.
6. اذكر المادة التي يكون مستوى تحصيل فصلك فيها أكثر تجانساً.



## مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

نق الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(الإسنادية ١٦)

.....  $\supset \{2\}$

$\{7, 3\}$  (د)

$]7, 3[$  (ج)

$[7, 3[$  (ب)

$(7, 3)$  (أ)

(مطوية ١٧٤)

.....  $= \{7, 2\} - [7, 2]$

$\{0\}$  (د)

$]7, 2[$  (ج)

$\emptyset$  (ب)

$[6, 1)$  (أ)

(الوادي الجديد ٢٠)

العدد التالي في النمط :  $\sqrt{48}, \sqrt{27}, \sqrt{12}, \sqrt{3}$  هو .....

$\sqrt{90}$  (د)

$\sqrt{60}$  (ج)

$\sqrt{75}$  (ب)

$\sqrt{50}$  (أ)

(الأقصر ١٧)

$2.162$  (د)

$2.16$  (ج)

$2$  (ب)

$1$  (أ)

إذا كانت :  $[3, 2] = [0, 5] \cap [5, 1]$  فإن :  $5 =$  .....

$1-$  (د)

$9$  (ج)

$\frac{1}{5}$  (ب)

$8$  (أ)

عندما يزداد طول ضلع مربع بنسبة  $10\%$  فإن مساحته تزداد بنسبة .....

$21$  (د)

$20$  (ج)

$15$  (ب)

$10$  (أ)

نسبة مساحة منطقة مربعة طول ضلعها  $5$  سم إلى مساحة منطقة مربعة أخرى طول ضلعها  $2$  سم كنسبة .....

(بن سويف ١٧)

$1 : 4$  (د)

$4 : 1$  (ج)

$5 : 2$  (ب)

$2 : 1$  (أ)

٨ إذا كان : ف عددًا فرديًا فإن العدد الفردي التالي له هو ..... (ج. سينا، ١٩، الجيدة ١١)

(أ)  $f^2$  (ب)  $f + f^2$  (ج)  $f + 1$  (د)  $f + 2$

٩ إذا كانت : م تمثل عددًا سالبًا فأى من الآتى يمثل عددًا موجبًا ؟

(أ)  $m^2$  (ب)  $m^2$  (ج)  $2m$  (د)  $\frac{m}{2}$

١٠ نصف العدد  $2^{102}$  هو .....

(أ)  $102$  (ب)  $2^{101}$  (ج)  $192$  (د)  $101$

١١ إذا كانت : (س - ٣) صفر = ١ فإن : س  $\exists$  .....

(أ)  $S$  (ب)  $S - \{2\}$  (ج)  $S - \{4\}$  (د)  $S - \{1\}$

١٢ ..... =  $1000 \left( \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \right) 1000 \left( \frac{1 - \sqrt{2}}{2} \right)$

(أ) صفر (ب) ١ (ج)  $\frac{1 - 1000}{4}$  (د)  $1000 \cdot 4$

١٣ ..... =  $s^3 + s^3 + s^3$

(أ)  $9s$  (ب)  $s^{23}$  (ج)  $3s + 1$  (د)  $3s + 2$

١٤ ..... =  $02 + 02 + 02 + 02$

(أ)  $72$  (ب)  $62$  (ج)  $42$  (د)  $202$

١٥ إذا كان : س - ص = ٥ ، س + ص =  $\frac{1}{5}$

فإن : س<sup>٢</sup> - ص<sup>٢</sup> = .....

(أ)  $\frac{1}{25}$  (ب) ١ (ج) ٢٥ (د) ٥

١٦ إذا كان : س + ص = ص = ص - ص = ٥

فإن : س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup> = س<sup>٢</sup> = .....

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (ج) ٢٠ (د) ٢٥

١٧ إذا كان : (س - ص)<sup>٢</sup> = ٢٠ ، س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup> = ١٠

فإن : س ص = .....

(أ) ١٠ (ب) ٥ (ج) -٥ (د) ٢٠



١٠ إذا كان  $1 > x > 2$ ،  $x \in \mathbb{R}$  فإن:  $(3 - x - 1) \exists$  ..... (الجينة ٢٠)

- (أ)  $[1, 2]$  (ب)  $[1, 2]$  (ج)  $[1, 2]$  (د)  $\{1, 2\}$

١١ مجموعة حل المتباينة  $5 - 3 < x < 11$  في  $\mathbb{R}$  هي ..... (أ)  $[1, 2]$  (ب)  $[1, 2]$  (ج)  $[1, 2]$  (د)  $[1, 2]$

١٢ مجموع الجذرين التربيعيين للعدد  $\frac{1}{4}$  هو ..... (أ)  $[\frac{1}{2}, \infty)$  (ب)  $[\frac{1}{2}, \infty)$  (ج)  $[\frac{1}{2}, \infty)$  (د)  $[\frac{1}{2}, \infty)$

١٣ أربعة أمثال العدد  $2^8$  هو ..... (أ)  $2^8$  (ب)  $2^8$  (ج)  $2^8$  (د)  $2^8$

١٤ إذا كان  $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ ،  $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = y$  فإن:  $(x + y)^2 =$  ..... (أ)  $8$  (ب)  $9$  (ج)  $12$  (د)  $12$

١٥ إذا كان  $2 = x = \frac{1}{8}$  فإن:  $\frac{1}{x} =$  ..... (أ)  $\frac{1}{3}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{1}{3}$

١٦ إذا كان عدد صفحات كتاب هو ٥٦ صفحة، كم صفحة يظهر بها الرقم ٥ في ترقيم صفحات الكتاب؟

- (أ) ٦ (ب) ٧ (ج) ١٢ (د) ١٣

١٧ طريق طوله ١٢ كم وضعنا على جانب واحد منه أعمدة إنارة من بدايته حتى نهايته وكانت المسافة بين كل عمودين  $\frac{1}{4}$  كيلو متر فإن عدد الأعمدة يساوي .....

- (أ) ١٢ (ب) ٢٤ (ج) ٢٥ (د) ٢٣

١٨ العدد الذي يقع بين ٠,٧ و ٠,٨ هو ..... (أ)  $0,75$  (ب)  $0,75$  (ج)  $0,75$  (د)  $0,75$

٢٧ مربع ضعف العدد (نصف) هو .....

- (أ) ٢ (ب)  $\frac{1}{8}$  (ج) ١ (د)  $\frac{1}{4}$

٢٨ إذا كان ثلاثة أمثال عدد = ٤٥ ، فإن :  $\frac{1}{5}$  هذا العدد يساوى .....

- (أ) ٩ (ب) ٥ (ج) ٣ (د) ١٥

٢٩ إذا كان :  $\frac{5}{4} = \frac{5}{س} + \frac{5}{4}$  فإن : س = .....

- (أ)  $\frac{5}{4}$  (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٢

٣٠ ..... =  $\{1-, 3-\} \cap [3, 1-]$

- (أ)  $\emptyset$  (ب)  $\{3-\}$  (ج)  $\{1-\}$  (د)  $\{3\}$

٣١ ..... =  $]7, 2[- [7, 2]$

- (أ)  $\emptyset$  (ب)  $\{2\}$  (ج)  $\{7\}$  (د)  $\{7, 2\}$

٣٢ ص - ط = .....

- (أ)  $\emptyset$  (ب) ط (ج) ص (د) ح

٣٣ المقدار :  $(س - 2)^2 - س^2$  من الدرجة .....  
(أ) الأولى.  
(ب) الثانية.

٣٤ مجموعة حل المعادلة :  $س - 1 = |1 - س|$  فى ط هى .....

- (أ) (١، ٢) (ب) ٢ (ج)  $\{2\}$  (د)  $\{2-\}$

٣٥ إذا كان :  $١٧ = ٨ + س$  فإن :  $١٧ = ١١ + س$  .....  
(أ) ٨ (ب) ١١ (ج) ١٤ (د) ١٧



# حساب المثلثات والهندسة

ثانياً



(د) ٢

(د) ٩ (المنوية ٢٠)

(د) ٥ (المنوية ٢٠)

(د) ٣ (أسبوط ١٨)

(د) ٧, ٢ (بني سويف ١٨)

(د) ٣ (تدريية ١٨، الأقصر ١٧)

(د) ٤

(د) ٢٠ (آقر الشيخ)

(د) ٤ (الرابعة)

(د) ١٨ (السويك)

(د) ٢ (٢-)

(د) ١٧ (الإسماعيلية ١٩)

(د) ١٧

١٩٠

حساب المثلثات

4 الوحدة

٢٣٠

الهندسة التحليلية

5 الوحدة

٣٠٣

مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية.

## حساب المثلثات



## دروس الوحدة :

- الدرس 1 النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة.
- الدرس 2 النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا.

مشروع بحثي على الوحدة الرابعة



يمكنك حل  
الامتحانات  
التفاعلية على  
الدروس من خلال  
مسح QR code  
الخاص بكل امتحان

## أهداف الوحدة :

- بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :
- يتعرف النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة.
- يتعرف النسب المثلثية الأساسية للزوايا التي قياساتها  $30^\circ$  ،  $60^\circ$  ،  $45^\circ$ .
- يوجد النسب المثلثية الأساسية لزاوية معلومة.
- يوجد قياس زاوية بمعرفة إحدى نسبها المثلثية.
- يستخدم الآلة الحاسبة لإيجاد النسب المثلثية الأساسية.

## معلومة إثرائية

حساب المثلثات هو فرع من فروع الرياضيات ، وهو أحد فروع علم الهندسة العامة ، ويتناول دراسة الزوايا والمثلثات والتوابع المثلثية مثل الجيب وجيب التمام . يعتبر قدماء المصريين أول من عمل بقواعد حساب المثلثات إذ استخدموها في بناء الأهرامات وبناء معابدهم ، ولحساب المثلثات تطبيقات كثيرة منها حساب المسافات والزوايا في إنشاء المباني والطرق ، وفي صناعة الموتورات وأجهزة التلفزيون وملاعب الكرة ، وكذلك في حساب المسافات الجغرافية والفلك وأنظمة الاستكشاف بالأقمار الصناعية.



حل آخر باستخدام الآلة الحاسبة العلمية :

نضغط على مفاتيح الآلة بالتتابع من اليسار إلى اليمين كالتالي :

$$2 \quad 2 \quad 0.000 \quad 3 \quad 6 \quad 0.000 \quad 4 \quad 8 \quad 0.000 \quad = \quad 0.000$$

فنجد الناتج : ٢٢,٦١٣٣٣٣٣

نحول ٠,١٨° إلى دقائق كالتالي : ٠,١٨ × ٦٠ = ١٠,٨

نحول ٠,٨° إلى ثواني كالتالي : ٠,٨ × ٦٠ = ٤٨

أي أن : ٠,١٨° = ١٠,٨' ٤٨"

حل آخر باستخدام الآلة الحاسبة العلمية :

نضغط على مفاتيح الآلة بالتتابع من اليسار إلى اليمين كالتالي :

$$4 \quad 5 \quad 0 \quad 1 \quad 8 \quad = \quad 0.000$$

فنجد الناتج : ٤٨' ١٠" ٤٥"

مثال ٢

إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متتامتين ٧ : ٩ فأوجد القياس الستيني لكل منهما.

الحل

تذكر أن

- مجموع قياسى الزاويتين المتتامتين = ٩٠°
- مجموع قياسى الزاويتين المتكاملتين = ١٨٠°
- مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

نفرض أن قياسى الزاويتين : ٧ س ، ٩ س

$$\therefore ٧ س + ٩ س = ٩٠$$

$$\therefore ١٦ س = ٩٠$$

$$\therefore س = \frac{٩٠}{١٦} = ٥,٦٢٥$$

$$\therefore \text{قياس الزاوية الاولى} = ٧ \times ٥,٦٢٥ = ٣٩,٣٧٥ = ٣٩^\circ ٢٢' ٤٠''$$

$$\therefore \text{قياس الزاوية الثانية} = ٩ \times ٥,٦٢٥ = ٥٠,٦٢٥ = ٥٠^\circ ٣٧' ٤٠''$$

حاول بنفسك

إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين ٥ : ١١ فأوجد القياس الستيني لكل منهما.



الدرس

1

## النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

تمهيد

\* سبق أن درست وحدات القياس الستيني للزاوية وهى :

الدرجة ويرمز لها بالرمز ° ، الدقيقة ويرمز لها بالرمز ' ، الثانية ويرمز لها بالرمز ''

فمثلاً : الزاوية التى قياسها ٢٢ درجة ، ٣٦ دقيقة ، ٤٨ ثانية تُكتب ٢٢° ٣٦' ٤٨''

العلاقة بين الدرجات والدقائق والثواني :

$$١^\circ = ٦٠'$$

$$\text{أى أن : } ١^\circ = ٦٠ \times ٦٠ = ٣٦٠٠''$$

مثال ١

١ اكتب بالدرجات : ٢٢° ٣٦' ٤٨''  
٢ اكتب بالدرجات والدقائق والثواني : ٥٠° ٣٧' ٤٠''

الحل

تذكر أن

١ نحول الدقائق إلى درجات كالتالي : ٣٦' = ٠,٦°  
٢ نحول الثواني إلى درجات كالتالي : ٤٨'' = ٠,٠١٣°

$$\text{أى أن : } ٢٢^\circ ٣٦' ٤٨'' = ٢٢^\circ + ٠,٦^\circ + ٠,٠١٣^\circ = ٢٢,٦١٣^\circ$$

## النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

النسبة المثلثية للزاوية الحادة :

هي نسبة بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية التي تقع فيه هذه الزاوية.

ويوجد ثلاث نسب مثلثية أساسية للزاوية الحادة وهي :

١ جيب الزاوية :

وتكتب اختصاراً (جا) وتساوى

طول الضلع المقابل للزاوية  
طول الوتر

٢ جيب تمام الزاوية :

وتكتب اختصاراً (مجا) وتساوى

طول الضلع المجاور للزاوية  
طول الوتر

٣ ظل الزاوية :

وتكتب اختصاراً (ظا) وتساوى

طول الضلع المقابل للزاوية  
طول الضلع المجاور للزاوية

أى أنه :

إذا كان  $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $B$  فإن :

بالنسبة لزاوية  $A$

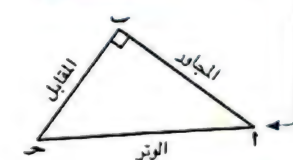


١  $\text{جا } A = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{BC}{AC}$

٢  $\text{مجا } A = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{AC}$

٣  $\text{ظا } A = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{BC}{AB}$

بالنسبة لزاوية  $C$



١  $\text{جا } C = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{AC}$

٢  $\text{مجا } C = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{BC}{AC}$

٣  $\text{ظا } C = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AB}{BC}$

فمثلاً : في الشكل المقابل :

إذا كان  $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $B$

وكان :  $AB = 3$  سم ،  $BC = 4$  سم ،  $AC = 5$  سم

١  $\text{جا } A = \frac{3}{5}$

٢  $\text{مجا } A = \frac{4}{5}$

٣  $\text{ظا } A = \frac{3}{4}$

١  $\text{جا } C = \frac{4}{5}$

٢  $\text{مجا } C = \frac{3}{5}$

٣  $\text{ظا } C = \frac{4}{3}$

مثال ٢

في الشكل المقابل :

$\Delta ABC$  مثلث قائم الزاوية في  $A$  حيث :

$AB = 9$  سم ،  $AC = 12$  سم

١ أوجد كلاً من :  $\text{جا } A$  ،  $\text{مجا } A$  ،  $\text{ظا } A$

٢ أثبت أن :  $\text{جا } A + \text{مجا } A + \text{ظا } A = 1$

تذكر نظرية فيثاغورس

الحل

$\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $A$  :  $\angle A = 90^\circ$

$\therefore (AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$  (فيثاغورس)

$\therefore (9)^2 + (12)^2 = (BC)^2$

$\therefore BC = 15$  سم

١  $\text{جا } A = \frac{AB}{BC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$  ،  $\text{مجا } A = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

٢  $\text{ظا } A = \frac{AB}{AC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$  ،  $\text{مجا } A = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

٣  $\text{جا } A + \text{مجا } A + \text{ظا } A = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \frac{3}{4} = 1$



مثال ٤

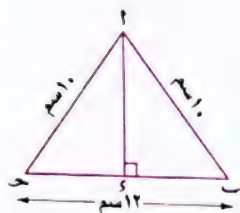
رسم ۱۵۱ ح یقطعها فی ۵

١ أوجد قيمة :  $\text{حـ} + \text{مـ} + \text{حـ}$

٢ اوجد قيمة : طا (د ح ٤٢)

٣ بين أن:  $ح + ح + ح < ١$  ثم أوجد قيمة:  $ح + ح + ح$

واستنتج أن :  $ما^2 ح + ح^2 ما > ما ح + ح ما$



$\therefore \overline{a} \perp \overline{b} , \overline{a} = \overline{b} \therefore$  متتصف  $\overline{a}$

$\therefore \text{جی} = \text{ح} = 6 \text{ سم}$

في  $\Delta$   $\angle$   $\alpha$  :  $\therefore \angle$   $\beta$  (د)  $\therefore \alpha = 90^\circ$

$$\therefore {}^2(59) - {}^2(19) = {}^2(5) \text{ (فیثاغورس)}$$

$$78 = 36 - 1 \dots = {}^r(59) \therefore$$

$$\frac{2}{5} = \frac{7}{10} = \frac{5}{10} = \text{مأح} \quad , \quad \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{5}{5} = \text{مأب} \quad \therefore$$

$$\frac{V}{O} = \frac{r}{O} + \frac{e}{O} = \text{مناح} + \text{ماب} \therefore$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{59}{89} = (59 \div 89) \text{ ط } 2$$

$$\frac{r}{0} = \text{مناح} , \quad \frac{e}{0} = \frac{1}{10} = \frac{59}{100} = \text{مناح} \therefore \text{2}$$

$$\therefore \text{مأح} + \text{مأح} < 1 \quad \therefore \text{مأح} + \text{مأح} = \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5} > 1$$

$$1 = \frac{9}{20} + \frac{17}{20} = \frac{2}{10} + \frac{17}{10} = \frac{19}{10} = 1\frac{9}{10}$$

$$\therefore \text{مأ}^{\text{ح}} + \text{ح}^{\text{أ}} > \text{مأ}^{\text{ح}} + \text{ح}^{\text{ب}}$$

،، ملاحظات

في المثال السابق لاحظ أن :

۱) ماب = مباح =  $\frac{4}{5}$  ، ماح = مباح =  $\frac{3}{5}$

وبملاحظة أن:  $\psi(D) + \psi(D^c) = 90^\circ$  (زاويتان متتامتان).

يمكن أن نستنتج أن :-

جيب أى زاوية حادة يساوى جيب تمام الزاوية المتمة لها.

أي أنه : إذا كان :  $90 = (1)u + (-1)v$

فإن:  $\text{ما} ١ = \text{ما} ٢$   $\text{ما} ٢ = \text{ما} ١$

**والعكس صحيح أى أنه :**

إذا كانت  $\angle$  ،  $\angle$  زاويتين حادتين وكان :  $\angle = \angle$  مما

فإن:  $\psi(1) + \psi(-1) = 0$

$$\frac{\frac{1}{\text{م}}}{\frac{1}{\text{م}^2}} = \text{م} \quad \therefore \quad \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \text{م} \quad , \quad \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} \quad \therefore \quad \frac{r}{s} = \frac{a}{b} \quad , \quad \frac{r}{s} = \frac{\frac{r}{\frac{s}{d}}}{\frac{s}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

وبصفة عامة يكون : ظل الزاوية =  $\frac{\text{جيب الزاوية}}{\text{جيب تمام الزاوية}}$

## ٢ حاورہ بے غصہ

س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه : س ص = ٤ سم ، س ع = ٥ سم

١) أوجد قيمة: ٢ ما س ما س

٢ أثبت أن :  $\text{ماس مناع} + \text{مئاس مناع} = ١$





# تمارين 1

## على النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة



أسئلة كتاب الوزارة

أكمل ما يأتي :

١  $\sin 8^\circ 28' = \dots\dots\dots$  (بالدرجات)

٢  $\cos 56^\circ 18' = \dots\dots\dots$  (بالدرجات والدقائق والثواني)

٣ في الشكل المقابل :

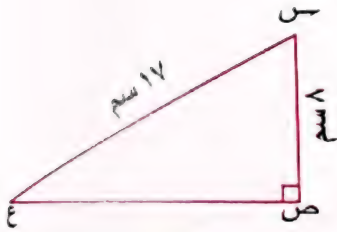
س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه :

س ص = ٨ سم ، س ع = ١٧ سم فإن :

(أ)  $\sin = \dots\dots\dots$  ،  $\cos = \dots\dots\dots$

(ب)  $\sin = \dots\dots\dots$  ،  $\cos = \dots\dots\dots$

(ج)  $\sin = \dots\dots\dots$  ،  $\cos = \dots\dots\dots$



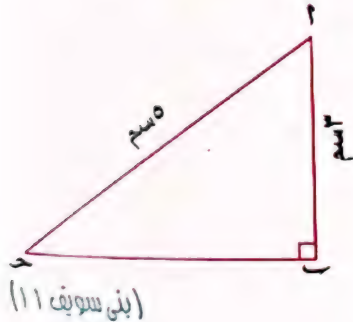
٤ في الشكل المقابل :

$\Delta ABC$  قائم الزاوية في ب

،  $AB = 3$  سم

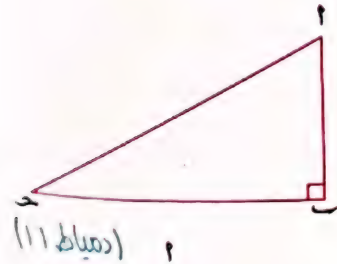
،  $BC = 5$  سم

فإن :  $\sin A \times \cos A = \dots\dots\dots$



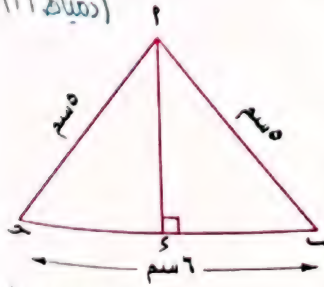
٥ في الشكل المقابل :

$\sin A = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$



٦ في الشكل المقابل :

$\sin A = \dots\dots\dots$



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(الإسماحيلية ١٢)

١) لأي زاوية حادة  $\alpha$  يكون  $\tan \alpha = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  (ب)  $\sin \alpha + \cos \alpha$  (ج)  $\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha}$  (د)  $\sin \alpha + \sin \alpha$

٢) إذا كان  $\sin \alpha : \cos \alpha = \frac{3}{5}$  ، ص قياسي زاويتين متتامتين وكان  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$

(الجينة ٢٠ ، البجدة ١٨ ، الجينة ١٧)

فإن  $\sin \alpha = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{4}{5}$  (ب)  $\frac{3}{5}$  (ج)  $\frac{3}{4}$  (د)  $\frac{5}{3}$

٣) لأي زاويتين حادتين  $\alpha$  ،  $\beta$  إذا كان  $\sin \alpha = \sin \beta$

فإن  $\sin \alpha + \sin \beta = \dots\dots\dots$

- (أ)  $30^\circ$  (ب)  $60^\circ$  (ج)  $90^\circ$  (د)  $180^\circ$

٤) إذا كان  $\sin \alpha = 70^\circ$  حيث  $\sin \alpha$  قياس زاوية حادة فإن  $\sin \alpha = \dots\dots\dots$

(القليوبية ١٨)

- (أ)  $60^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $10^\circ$  (د)  $20^\circ$

٥) في  $\Delta ABC$  إذا كان  $\sin \alpha = 85^\circ$  ،  $\sin \beta = \sin \gamma$

(الدقهلية ١٩ ، البجدة ١٧ ، المنوفية ١٦)

فإن  $\sin \alpha + \sin \beta = \dots\dots\dots$

- (أ)  $30^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $50^\circ$  (د)  $60^\circ$

(المنوفية ١٧)

٦) في  $\Delta ABC$  القائم الزاوية في  $\gamma$  يكون  $\sin \alpha + \sin \beta = \dots\dots\dots$

- (أ)  $2 \sin \alpha$  (ب)  $2 \sin \beta$  (ج)  $2 \sin \gamma$  (د)  $2 \sin \alpha$

٧) في المثلث  $ABC$  القائم الزاوية في  $\alpha$

(الشرقية ١٨)

يكون جيب تمام الزاوية  $\beta$  : جيب الزاوية  $\gamma$  يساوي  $\dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{3}{5}$  (ب)  $\frac{4}{5}$  (ج)  $\frac{3}{4}$  (د)  $1$

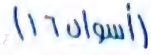
(الدقهلية ١٦)

٨) في المثلث  $ABC$  و القائم الزاوية في  $\gamma$  ، أي العلاقات التالية خطأ ؟

- (أ)  $\sin \alpha \times \sin \beta = 1$  (ب)  $\sin \alpha = \sin \beta$

- (ج)  $\sin \alpha = \sin \beta$  (د)  $\sin \alpha = \sin \gamma$





Δ ۲ حقائق الزاوية في  $\Delta$  ،  $\overline{AM}$  متوسط

..... = ما ح :

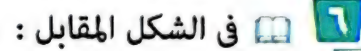
(ج) ۲/۰

$$\frac{0}{2} \quad (2)$$

فأوجد القياس الستيني لكل منهما.

121702

فأوجد القياس الستيني لكل زاوية.



٢٠ سم = ٢ سم، ١٥ سم = ١ سم

٧ س ص ع مثلث قائم الزاوية في ع ، س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

٢- مثلث قائم الزاوية في ب فيه :  $ب-ح = ٤$  سم ،  $ا-ح = ٥$  سم

استنتج أن :  $٢٢ - ٢٢ = ٢٢ - ٢٢ = ١ - ١$

١  
أح مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان  $أب : أ ح = ٣ : ٥$

فأوجد : النسب المثلثية الأساسية للزاوية  $\alpha$

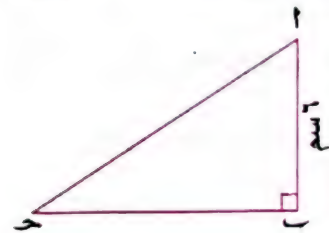
(140/201)

س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فإذا كان : ص ع = ٢ س ص  
فأوجد قيمة كل من : ط ا ع ، ط ا س ، م ا ع ، م ا س

«  $\frac{1}{5}$  ،  $\frac{2}{5}$  ، ٢ ،  $\frac{1}{5}$  »

س ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان : ب ع = ٢ ب ح

فأوجد : النسب المثلثية الأساسية للزاوية ح (أسوان ١٩ ، الدقهلية ١٨ ، الإسكندرية ١٥)



في الشكل المقابل :

س ب ح مثلث قائم الزاوية في ب

س ب = ٦ سم ، ط ا ح =  $\frac{3}{4}$

أوجد : ١ طول كل من : س ح ، ب ح

(المنوفية ١٦ ، الإسماعيلية ١٢) « ٨ سم ، ١٠ سم ،  $\frac{7}{5}$  »

٢ م ا ب + م ا ح



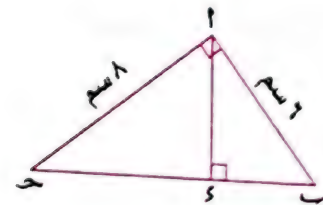
في الشكل المقابل :

س ب ح ، س ب = ١٧ سم

س ح = ١٥ سم ، س ب = ١٠ سم

أوجد قيمة : ٣ ط ا ح + م ا ب

(الإسماعيلية ١٤) «  $\frac{12}{5}$  »



في الشكل المقابل :

س ب ح ، س ب = ٩٠° ، س ب ح

فإذا كان : س ب = ٦ سم ، س ح = ٨ سم

أوجد : ١ ط ا (س ب ح)

٢ م ا (س ب ح) + م ا (س ب ح)

(الغربية ١٦) «  $\frac{7}{5}$  ،  $\frac{3}{4}$  »



في الشكل المقابل :

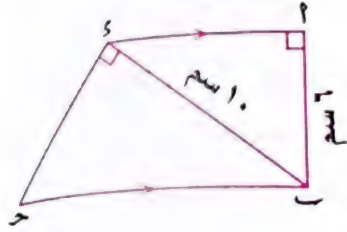
س ب ح حاد الزوايا

س ب = ٨ سم ، س ب ح

أوجد قيمة : ٢ م ا ب + م ا ح

(الشرقية ١٧) « ٨ سم »





(القطعية ١٧) ، ٧.٥ سم ، ٢

١٦ في الشكل المقابل :

٢ حـ شبه منحرف قائم الزاوية في ٢

،  $\overline{SP} \parallel \overline{CH}$  ،  $\angle H = 90^\circ$

،  $SP = 6$  سم ،  $SH = 10$  سم

أوجد : ط (د س ح) ، طول حـ

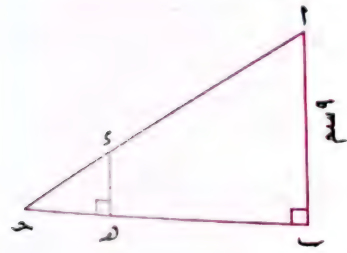
١٧ ٢ حـ شبه منحرف متساوي الساقين فيه :  $\overline{SP} \parallel \overline{CH}$  ،  $SP = 4$  سم

،  $SP = 5$  سم ،  $CH = 12$  سم أثبت أن :  $3 = \frac{5 \text{ ط (ب ح)}}{5 \text{ ط (ب ح)} + 12}$  (الوادي الجديد ١٧)

١٨ ٢ حـ شبه منحرف فيه :  $\overline{SP} \parallel \overline{CH}$  ،  $\angle H = 90^\circ$

،  $SP = 3$  سم ،  $SH = 6$  سم ،  $CH = 10$  سم

أثبت أن :  $\frac{1}{4} = \text{ط (د س ح)} - \text{ط (د س ح)}$  (الجيزة ٢٠ ، مطروح ١٨ ، المنوفية ١٧)



٥٤ سم

١٩ في الشكل المقابل :

٢ حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه :

،  $SP = 9$  سم ،  $SH = 6$  سم ،  $CH = 3$  سم

بحيث  $SH \perp CH$  ،  $SH = 6$  سم ،  $CH = 3$  سم

احسب : مساحة  $\triangle PCH$

٢٠ ٢ حـ مثلث متساوي الساقين فيه :  $SP = CH$  ،  $\frac{4}{5} = \frac{9}{4}$  ما

أوجد :  $\frac{4}{5}$  بدون استخدام الحاسبة. (البحر الأحمر ١٢)

٢١ في  $\triangle PCH$  القائم الزاوية في ح أثبت أن :  $1 < \text{ط (ب ح)} + \text{ط (ب ح)}$

٢٢ ٢ حـ مثلث قائم الزاوية في ب ،  $SP = 6$  ،

أوجد قيمة :  $\text{ط (ب ح)} + \text{ط (ب ح)}$

(تفرا الشيخ ١٣)

٢٣ ٢ حـ مثلث قائم الزاوية في ب ،  $SP = 7$  ،  $PH = 24$  ،

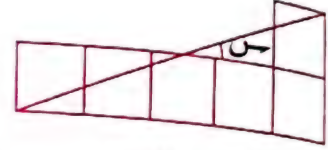
أوجد قيمة :  $1 - \text{ط (ب ح)}$

إذا علم أن الأشكال التالية مكونة من مربعات متطابقة فأوجد المطلوب أسفل كل شكل :



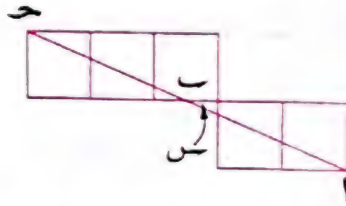
٢

أوجد : ط س



١

أوجد : ط س



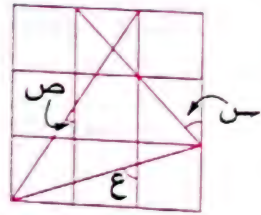
٤

إذا كانت : ٢ ، ب ، ح على استقامة واحدة  
أوجد : ط س



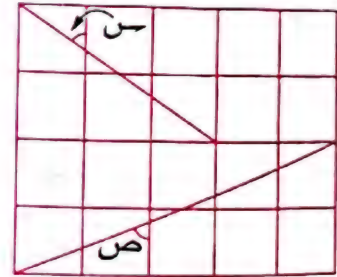
٣

أوجد : م س



٦

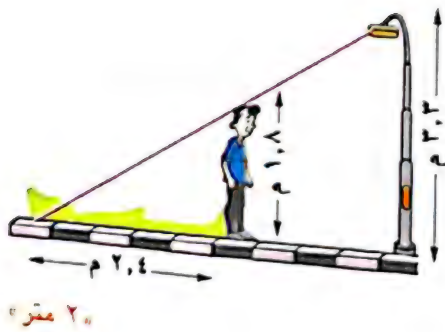
أوجد : ط س + ط ص - ط ع



٥

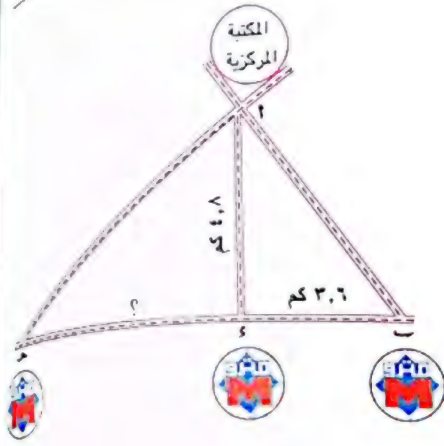
أوجد : ط س +  $\frac{١}{ط ص}$

### تطبيقات حياتية



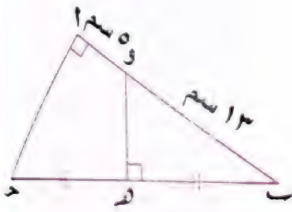
١ رجل طوله ١,٨ متر يقف أمام عمود إنارة طوله ٣,٢ متر ، فإذا وُجد أن طول ظل الرجل الناتج عن إنارة العمود هو ٢,٤ متر فأوجد بُعد قدم الرجل عن قاعدة العمود.





٢٦ يراد إنشاء محطة مترو في إحدى المحافظات بين محطتين بحيث تبعد عن إحداها مسافة ٣,٦ كم ، وتكون أقصر مسافة بينها وبين المكتبة المركزية بالمحافظة ٤,٨ كم فإذا علمت أن الطريقين بين المكتبة المركزية ومحطتي المترو ، ح متعامدان ، فأوجد بطريقتين مختلفتين المسافة بين محطة المترو المراد إنشاؤها ومحطة المترو ح

### للمتفوقين



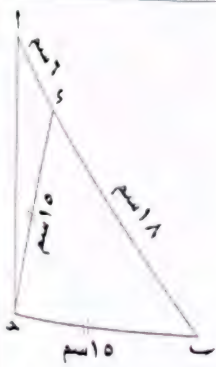
(دمياط ١٧)

٢٧ في الشكل المقابل :

و (د) = ٩٠° ، و  $\overline{AH} \perp \overline{BC}$  ، ه منتصف  $\overline{BC}$

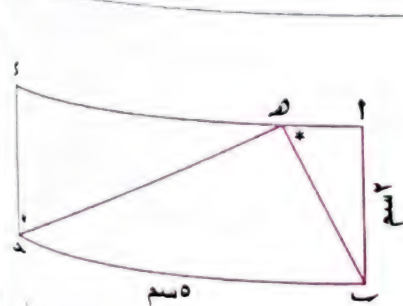
، و ٢ = ٥ سم ، و ١٣ = ١٢ سم

أوجد بالبرهان : ط أ



٢٨ من الشكل المقابل :

أوجد : ط أ (د ب ح)



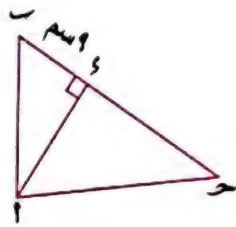
٢٩ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل فيه : ٢ ه > ١ ه د

، ٢ = ٢ سم ، ١ = ٥ سم

، و (د أ ه ب) = و (د ه ح د)

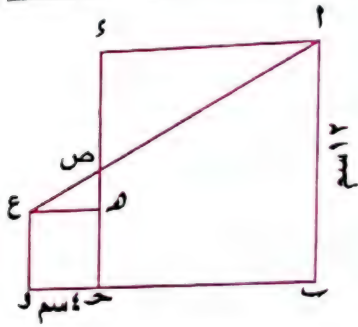
أوجد : ط أ (د ح ه د)



في الشكل المقابل :  
 ا ب ح مثلث ، و  $\exists$  ح بحيث  $\overline{1-4} \perp \overline{2-3}$  ،  $9 = 1-2$  سم  
 فإذا كان : ما (د ب ٤) = ما (د ح ٤) =  $\frac{3}{5}$   
 فأوجد : مساحة  $\Delta$  ا ب ح

« ١٥٠ سم<sup>٢</sup> »

في أي مثلث ا ب ح قائم الزاوية في ب أثبت أن : ما<sup>٢</sup> ٢ + ما<sup>٢</sup> ح = ١



في الشكل المقابل :

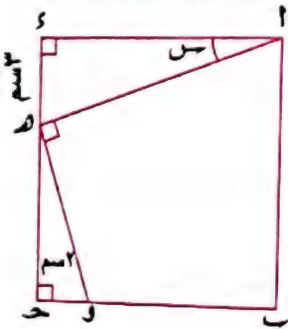
ا ب ح د مربع ، ه ح و ع مربع

١٢ = ا ب سم

٤ = ح و سم

أوجد : ط (د ا ع ه)

«  $\frac{1}{4}$  »



في الشكل المقابل :

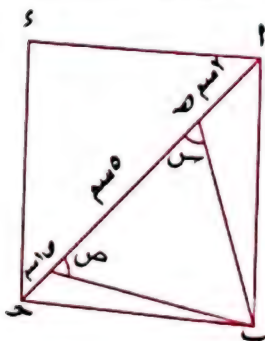
ا ب ح د مربع ، ه  $\exists$  ح و ، و  $\exists$  ح

، ا ه  $\perp$  ه و ، ٣ = ه د سم

، و ح = ٢ سم

أوجد : ط ا س

«  $\frac{1}{4}$  »



في الشكل المقابل :

ا ب ح د مربع فيه : ه  $\exists$  ح و ، و  $\exists$  ح

بحيث ا ه = ٢ سم ، ه و = ٥ سم

، و ح = ١ سم

أوجد قيمة : ط ا س + ط ا ص

«  $\frac{3}{3}$  »

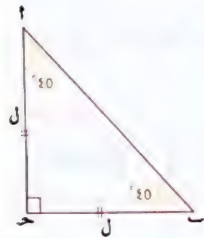
٢٠٧



ومن  $\Delta ABC$  يمكننا إيجاد النسب المثلثية الأساسية للزاويتين اللتين قياساهما  $30^\circ$  ،  $60^\circ$  كالآتي :

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{AB} = 30^\circ$	مما $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{AB} = 30^\circ$	$\frac{1}{2} = \frac{BC}{AB} = 30^\circ$
$\sqrt{3} = \frac{BC}{AC} = 60^\circ$	مما $\frac{1}{2} = \frac{BC}{AC} = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{AC} = 60^\circ$

### النسب المثلثية الأساسية للزاوية التي قياسها $45^\circ$



في الشكل المقابل :

$\Delta ABC$  متساوي الساقين حيث :

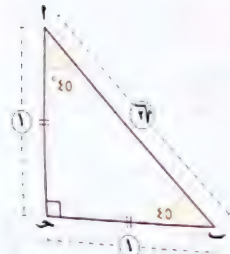
$$AB = BC = ل \text{ وحدة طول ، } \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle B = 45^\circ$$

وبتطبيق نظرية فيثاغورس لإيجاد طول  $AB$  نجد أن :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = ل^2 + ل^2 = 2ل^2$$

$$AB = \sqrt{2}ل$$



$$\text{أي أن : } AB : BC : AC = \sqrt{2}ل : ل : ل = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

ومن  $\Delta ABC$  يمكننا إيجاد النسب المثلثية الأساسية للزاوية التي قياسها  $45^\circ$  كالآتي :

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BC}{AB} = 45^\circ$	مما $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BC}{AB} = 45^\circ$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BC}{AB} = 45^\circ$
---	---	---



### النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا

#### النسب المثلثية الأساسية للزاويتين اللتين قياساهما $30^\circ$ ، $60^\circ$

في الشكل المقابل :

$\Delta ABC$  مثلث قائم الزاوية في  $C$  فيه :

$$\angle A = 30^\circ ، \angle B = 60^\circ$$

ولذلك يُسمى  $\Delta ABC$  «مثلث ثلاثيني ستيني»

وفيه يكون : طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها  $30^\circ$  يساوي نصف طول الوتر

$$\text{أي أن : } AB = \frac{1}{2} AC$$

وبفرض أن : طول  $AB = ل$  وحدة طول فإن : طول  $AC = 2ل$  وحدة طول

وبتطبيق نظرية فيثاغورس لإيجاد طول  $BC$  نجد أن :



$$BC^2 = AC^2 - AB^2 = (2ل)^2 - ل^2 = 3ل^2$$

$$BC = \sqrt{3}ل$$

$$\text{أي أن : } AB : BC : AC = ل : \sqrt{3}ل : 2ل = 1 : \sqrt{3} : 2$$

\* والجدول التالي يلخص لنا النسب المثلثية الأساسية للزوايا التي قياساتها  $30^\circ$  ،  $60^\circ$  ،  $45^\circ$  :

قياس الزاوية	$30^\circ$	$60^\circ$	$45^\circ$
النسبة المثلثية			
ما	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
منا	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
طا	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1

مثال ١

أوجد قيمة : ما  $30^\circ$  منا  $60^\circ$  + ما  $30^\circ$  طا  $45^\circ$  - 10 منا  $45^\circ$

الحل

$$\text{المقدار} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \times 10 - 1 \times 0 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$$

$$1 = 0 - 0 + 1 = \frac{1}{2} - 0 + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$$

مثال ٢

اثبت أن : ما  $60^\circ$  + ما  $45^\circ$  + ما  $30^\circ$  = ما  $30^\circ$  طا  $60^\circ$  - ما  $60^\circ$

الحل

$$\text{الطرف الأيمن} = \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{2}{2}$$

$$\text{الطرف الأيسر} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \frac{1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2}{2} = \frac{1}{2} - 1 + \frac{2}{2} = \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \frac{1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

∴ الطرفان متساويان.

حاول بنفسك ١

١ أوجد قيمة : 0 منا  $60^\circ$  + ما  $30^\circ$  طا  $45^\circ$  - ما  $60^\circ$  + ما  $30^\circ$

٢ اثبت أن : 2 ما  $30^\circ$  طا  $45^\circ$  = 4 منا  $60^\circ$  طا  $30^\circ$

مثال ٣

أوجد قيمة من التي تحقق أن :

١ من ما  $30^\circ$  منا  $45^\circ$  = 30 منا  $30^\circ$

٢ 2 ما من = طا  $60^\circ$  - 2 طا  $45^\circ$  حيث من زاوية حادة.

الحل

١ ∴ من ما  $30^\circ$  منا  $45^\circ$  = 30 منا  $30^\circ$  ∴ من  $\times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

∴ من = 3

٢ ∴ 2 ما من = طا  $60^\circ$  - 2 طا  $45^\circ$

∴ 2 ما من = 1 × 2 -  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

∴ من = 30

حاول بنفسك ٢

أوجد قيمة من التي تحقق أن :

١ من منا  $30^\circ$  = طا  $60^\circ$

٢ طا من = 2 طا  $30^\circ$  - 1 طا  $45^\circ$  حيث من زاوية حادة.

استخدام حاسبة الجيب

أولاً إيجاد النسب المثلثية الأساسية لزاوية معلومة

\* في حاسبة الجيب توجد ثلاثة مفاتيح :  $\sin$  ،  $\cos$  ،  $\tan$

١ المفتاح  $\sin$  ويعني الجيب (ما)

٢ المفتاح  $\cos$  ويعني جيب التمام (منا)

٣ المفتاح  $\tan$  ويعني الظل (طا)

وباستخدام هذه المفاتيح يمكن إيجاد النسب المثلثية الأساسية لأي زاوية معلوم قياسها.





### مثال ٥

أوجد  $\theta$  في كل مما يأتي حيث  $\theta$  قياس زاوية حادة :

١ ما  $\theta = ٠.٨$       ٢ ما  $\theta = ٠.٧١٥٢$       ٣ ط  $\theta = ١.٥١٥٦$

الحل

١ نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتي من اليسار :



$\therefore \theta = ٤٨^\circ ٧'$

٢ نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتي من اليسار :



$\therefore \theta = ٤٤^\circ ٢٠'$

٣ نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتي من اليسار :



$\therefore \theta = ٥٦^\circ ٣٤'$

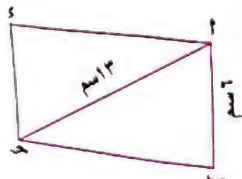
### حاول بنفسك ٤

باستخدام حاسبة الجيب أوجد  $\theta$  حيث  $\theta$  قياس زاوية حادة :

١ ما  $\theta = ٠.٣٩٤٥$       ٢ ما  $\theta = ٠.٣٨٢٤$

### مثال ٦

في الشكل المقابل :



أوجد  $\theta$  مستطيل فيه :  $٦ = \text{سم } \theta$  ،  $١٣ = \text{سم } \theta$  ،  $١٤ = \text{سم } \theta$  (د ح ب)

٢ مساحة المستطيل  $\theta$  ح د لأقرب رقم عشري واحد.

### مثال ٤

باستخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة كل مما يأتي مقربًا الناتج لأربعة أرقام عشرية :

١ ما  $\theta = ٢٦^\circ$       ٢ ما  $\theta = ٧٢^\circ ٢٥'$       ٣ ط  $\theta = ٥٠.٤٦٢٥$

الحل

١ استخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتي من اليسار :



$\therefore \theta = ٠.٥٨٧٨$

٢ استخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتي من اليسار :



$\therefore \theta = ٠.٢٩٩٣$

٣ استخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتي من اليسار :



$\therefore \theta = ١.٢٢٥٠$

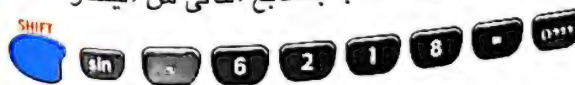
### حاول بنفسك ٣

باستخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة كل مما يأتي مقربًا الناتج لثلاثة أرقام عشرية :

١ ما  $\theta = ٣٥^\circ ١٢'$       ٢ ط  $\theta = ٥٨.٢٤$

### ثانيًا إيجاد قياس زاوية إذا علمت إحدى نسبها المثلثية

\* إذا قيل إن : ما  $\theta = ٠.٦٢١٨$  فإن  $\theta$  هو قياس الزاوية التي جيبها  $٠.٦٢١٨$  ، ولإيجاد قيمة هذه الزاوية فإننا نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع التالي من اليسار :



فنجد أن قياس الزاوية يساوي تقريبًا  $٣٨^\circ ٢٦'$

## الحل

∴ أ ب ح د مستطيل ∴ و (د ب) = ٩٠°

$$\text{في } \triangle أ ب ح : م أ (د ب ح) = \frac{ب ح}{أ ب} = \frac{٦}{١٣}$$

وباستخدام حاسبة الجيب :

$$\therefore \text{و (د ب ح)} = ٢٧ \text{ } ٢٩ \text{ } ١١^\circ$$

$$، \therefore م أ (د ب ح) = \frac{ب ح}{أ ب}$$

$$\therefore م أ ٢٧ \text{ } ٢٩ \text{ } ١١^\circ = \frac{ب ح}{١٣}$$

$$\therefore ب ح = ١٣ \times م أ ٢٧ \text{ } ٢٩ \text{ } ١١^\circ$$

$$\therefore \text{مساحة المستطيل أ ب ح د} = أ ب \times ب ح = ٦ \times ١٣ \times م أ ٢٧ \text{ } ٢٩ \text{ } ١١^\circ$$

(المطلوب ثانياً)

$$\approx ٦٩,٢ \text{ سم}^2$$

## لاحظ أنه

يمكن أيضاً إيجاد طول ب ح باستخدام  
نظرية فيثاغورس في  $\triangle أ ب ح$

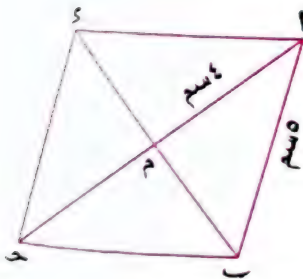
## حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

أ ب ح د معين قطراه متقاطعان في م

فإذا كان : أ ب = ٥ سم ، أ م = ٤ سم

فأوجد : (١) و (د ب ح) (٢) مساحة المعين أ ب ح د



١) ١٨٠° (٢) ١٨٠°

٢) ١٨٠° (٣) ١٨٠°

٣) ١٨٠°

٤) ١٨٠°

٥) ١٨٠°

٦) ١٨٠°

٧) ١٨٠° (٨) ١٨٠°

٩) ١٨٠°

١٠) ١٨٠°

١١) ١٨٠°



# تمارين 2

على النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا



اختبار  
تفاعلي



أسئلة كتاب الوزارة

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد كلاً مما يأتي :

٢  $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$

١  $\sin 45^\circ - \cos 45^\circ$

٤  $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ + \tan 60^\circ$

٢  $\sin 45^\circ - \cos 60^\circ + \tan 45^\circ$

٦  $4 \sin 30^\circ \tan 60^\circ$

٥  $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ$

٧  $\tan 60^\circ - 2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ$

(ش. سيناء ١٧)

٨  $\sin^2 60^\circ - \tan 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

(أسبوط ١٧)

٩  $2 \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sqrt{2} \sin 45^\circ$

١٠  $(\sin 30^\circ - \cos 60^\circ)(\sin 60^\circ + \cos 30^\circ)$

(الإسماعيلية ١٧)

١١  $\frac{\sin 30^\circ}{\cos 60^\circ} - \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

(الغربية ١٧)

١٢  $\frac{\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ + \tan^2 45^\circ}{\sin 30^\circ \cos 60^\circ - \tan 60^\circ}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت كلاً مما يأتي :

١  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$

(ش. سيناء ٢٠، الجيزة ١٩، سوهاج ١٨)

٢  $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$

(ج. سيناء ٢٠، ش. سيناء ١٩، بورسعيد ١٨)

٣  $2 \sin 30^\circ \cos 60^\circ = 1$

(الشرقية ١٥)

٤  $\sin^2 30^\circ - \cos^2 60^\circ = 0$

(ج. سيناء ١٩، الفيوم ١٨، الإسكندرية ١٧)

٥  $\frac{2 \sin 30^\circ}{\sin^2 30^\circ - 1} = \tan 60^\circ$

(الإسكندرية ٢٠، دمياط ١٩، مطروح ١٧)

٦  $\sin^2 45^\circ = \cos^2 45^\circ$

(السويس ١٧، المنيا ١٤، كفر الشيخ ١١)

(الأقصر ١٧)

$$\text{٧} \quad \text{ما } ٣٠^\circ = ٩ \text{ ما } ٦٠^\circ - \text{طا } ٤٥^\circ$$

$$\text{٨} \quad \text{طا } ٤٥^\circ = \frac{\text{ما } ٣٠^\circ \text{ ما } ٤٥^\circ + \text{ما } ٤٥^\circ \text{ ما } ٦٠^\circ}{\text{ما } ٤٥^\circ \text{ ما } ٦٠^\circ + \text{ما } ٦٠^\circ \text{ ما } ٤٥^\circ}$$

$$\text{٩} \quad \text{ما } ٣٠^\circ = \sqrt{\frac{\text{ما } ٦٠^\circ - ١}{٢}}$$

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : ما س =  $\frac{1}{٢}$  حيث س زاوية حادة فإن : و (د س) = ..... (القاهرة ١٣)

(أ)  $٩٠^\circ$  (ب)  $٦٠^\circ$  (ج)  $٤٥^\circ$  (د)  $٣٠^\circ$

٢ إذا كانت : ما س =  $\frac{1}{٢}$  حيث س زاوية حادة فإن : و (د س) = ..... (القاهرة ٢٠)

(أ)  $٩٠^\circ$  (ب)  $٦٠^\circ$  (ج)  $٤٥^\circ$  (د)  $٣٠^\circ$

٣ إذا كانت : طا س =  $\frac{1}{\sqrt{٣}}$  حيث س زاوية حادة فإن : طا ٢ س = ..... (البحر الأحمر ١٩، الغربية ١٨)

(أ)  $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$  (ب)  $\sqrt{٢}$  (ج)  $\sqrt{٣}$  (د) ٣

٤ إذا كانت : ما س =  $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$  حيث س قياس زاوية حادة فإن : ما ٢ س = ..... (البحر الأحمر ١٩، الغربية ١٨)

(أ) ١ (ب)  $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$  (ج)  $\frac{1}{٢}$  (د)  $\frac{1}{\sqrt{٢}}$

٥ إذا كان : ٢ ما س = طا  $٦٠^\circ$  حيث س قياس زاوية حادة

فإن : و (د س) = ..... (سوهاج ١١)

(أ)  $٣٠^\circ$  (ب)  $٤٥^\circ$  (ج)  $٦٠^\circ$  (د)  $٤٠^\circ$

٦ إذا كان : طا ٣ س =  $\sqrt{٣}$  حيث ٣ س زاوية حادة

فإن : و (د س) = ..... (ش. سيناء ٢٠، الإسماعيلية ١٥)

(أ)  $٢٠^\circ$  (ب)  $٣٠^\circ$  (ج)  $٤٥^\circ$  (د)  $٦٠^\circ$

٧ إذا كان : ما ٢ س =  $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$  فإن : س = ..... (الجيزة ١١)

(أ)  $٢٠^\circ$  (ب)  $٣٠^\circ$  (ج)  $٤٥^\circ$  (د)  $٦٠^\circ$



٨ إذا كان :  $\frac{1}{4} = \frac{s}{4}$  حيث  $\frac{s}{4}$  زاوية حادة فإن :  $s$  (د س) = .....  
 (أ)  $30^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $120^\circ$

٩ إذا كان :  $\frac{1}{4} = (s + 10)^\circ$  حيث  $(s + 10)^\circ$  زاوية حادة فإن :  $s$  = .....  
 (أ)  $30^\circ$  (ب)  $40^\circ$  (ج)  $50^\circ$  (د)  $70^\circ$

(الفصل ١١)

١٠ إذا كان :  $\frac{1}{4} = (5 - s)$  حيث  $s$  زاوية حادة فإن :  $s$  = .....  
 (أ)  $45^\circ$  (ب)  $35^\circ$  (ج)  $25^\circ$  (د)  $15^\circ$

(الأقسام ٢٠، الغربية ١٦)

١١ إذا كان :  $\frac{1}{4} = (s + 5)^\circ$  حيث  $(s + 5)^\circ$  قياس زاوية حادة فإن :  $s$  = .....  
 (أ)  $30^\circ$  (ب)  $40^\circ$  (ج)  $50^\circ$  (د)  $70^\circ$

(الدخيلة ١١)

فإن :  $s$  = .....  
 (أ)  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (د)  $1$

١٢ إذا كانت :  $s$  ،  $v$  زاويتين متتامتين بحيث  $s : v = 1 : 2$

فإن :  $s + v$  = .....  
 (أ)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{1}{8}$  (ج)  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$  (د)  $1$

(البجبة ١٥)

١٣ في  $\Delta ABC$  إذا كان  $\angle C = 90^\circ$  :  $\angle B$  :  $\angle A = 3 : 4 : 5$

فإن :  $\sin A$  = .....  
 (أ)  $0$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج)  $1$  (د)  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

(الغربية ١٦)

١٤ في المثلث القائم الزاوية المتساوي الساقين يكون ظل زاويته الحادة

مساوياً .....  
 (أ)  $3\sqrt{2}$  (ب)  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$  (ج)  $1$  (د)  $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

(الدخيلة ١٦)

١٥ إذا كان مثلث قائم الزاوية في  $\angle A$  فيه :  $\angle B = 1$

فإن :  $\angle C - \angle A - \angle B$  = .....  
 (أ) صفر (ب)  $1$  (ج)  $2$  (د)  $\frac{1}{2}$

(البجبة الأخيرة ١٦)

١٦ إذا كانت النقطة (٤، ٦) تحقق المعادلة:  $\text{ص} = \text{س} \text{ ما } ٢٠^\circ + \text{ح}$

فإن:  $\text{ح} = \dots\dots\dots$

(المنوفية ١٦)

٢ (د)

٨ (ج)

٦ (ب)

٤ (أ)

٤ أوجد قيمة  $\text{س}$  في كل مما يأتي :

١  $\text{س} \text{ ما } ٤٥^\circ = \text{طا } ٦٠^\circ$

(سوهاج ١٧)

٢  $\text{س} \text{ ما } ٢٠^\circ \text{ ما } ٤٥^\circ = \text{ما } ٦٠^\circ$

(أسبوط ٢٠، الإسكندرية ١٩، ش. سيناء ١٦)

٣  $\text{س} \text{ ما } ٤٥^\circ \text{ ما } ٤٥^\circ \text{ طا } ٦٠^\circ = \text{طا } ٤٥^\circ - \text{ما } ٦٠^\circ$

(٢)

٤  $\text{س} = ٤ \text{ ما } ٢٠^\circ \text{ طا } ٣٠^\circ = \text{ما } ٢٠^\circ \text{ طا } ٤٥^\circ$

(السويس ٢٠، الفيوم ١٩، الإسكندرية ١٧)

٥ أوجد قيمة  $\text{س}$  في كل مما يأتي :

١  $\text{طاس} = ٤ \text{ ما } ٢٠^\circ \text{ ما } ٦٠^\circ$  حيث  $\text{س}$  زاوية حادة. (الجيزة ٢٠، الغربية ١٩، دمياط ١٨)

٢  $\text{ماس} = \text{ما } ٦٠^\circ \text{ ما } ٢٠^\circ - \text{ما } ٦٠^\circ \text{ ما } ٢٠^\circ$  حيث  $\text{س} > ٩٠^\circ$ . (القاهرة ١٧)

٣  $٢ \text{ ماس} = \text{ما } ٢٠^\circ \text{ ما } ٦٠^\circ + \text{ما } ٢٠^\circ \text{ ما } ٦٠^\circ$  حيث  $\text{س}$  زاوية حادة. (الجيزة ١٨)

٤  $٦ \text{ ماس} \text{ ما } ٤٥^\circ \text{ ما } ٤٥^\circ = ١ - \text{ما } ٦٠^\circ$  حيث  $\text{س} > ٩٠^\circ$ . (٢١ ٢١ ٢١)

٥  $\text{ماس} = \frac{\text{ما } ٦٠^\circ \text{ ما } ٢٠^\circ}{\text{طا } ٤٥^\circ \text{ ما } ٤٥^\circ}$  حيث  $\text{س}$  زاوية حادة. (الدقهلية ١٨)

٦  $\text{ما } ٢٠^\circ = (\text{س} + ٦^\circ)$  حيث  $\text{س} + ٦^\circ$  زاوية حادة. (١٨)

٧  $٣ \text{ ماس} \text{ طا } ٣٠^\circ = \text{طا } ٤٥^\circ \text{ ما } ٢٠^\circ$  حيث  $\text{س}$  زاوية حادة. (المنوفية ٢٠)

٦ أوجد  $\text{هـ}$  في كل مما يأتي حيث  $\text{هـ}$  قياس زاوية حادة :

١  $\text{ما } ٤٥^\circ = \text{ما } \text{هـ} \text{ طا } ٣٠^\circ$

٢  $\text{ما } \text{هـ} \text{ ما } ٦٠^\circ = ٣ \text{ ما } ٤٥^\circ \text{ ما } ٤٥^\circ$

٣  $٣ \text{ طا } \text{هـ} - ٤ \text{ ما } ٢٠^\circ = ٨ \text{ ما } ٦٠^\circ$

(بنى سويف ١٩، المنوفية ١٧، دمياط ١٦)

(بنى سويف ١٨)



إذا كان :  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$  حيث  $\theta$  زاوية حادة

أوجد :  $\sin \theta = \frac{1}{3\sqrt{2}}$  +  $\cos \theta = \frac{2}{3}$  (2 س)

(دعيا ١٣) ١٠

إذا كان :  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  ما  $\cos \theta$  حيث  $\theta$  قياس زاوية حادة.

فأوجد قيمة :  $\sin \theta + \cos \theta$

(القليوبية ٢٠) ٣٧

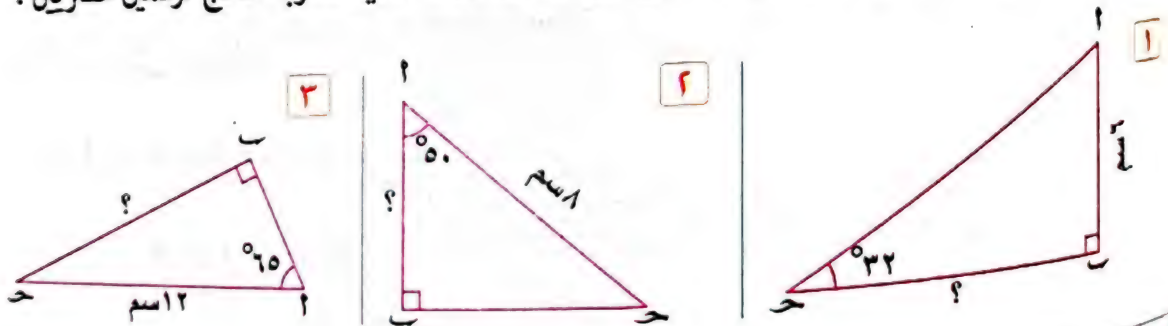
أكمل الجدولين الآتيين حيث الزوايا المستخدمة زوايا حادة :

قياس الزاوية النسبة المثلثية	٣٠°	.....	.....
ما	.....	.....	.....
حما	.....	$\frac{1}{2}$	.....
طا	.....	.....	١

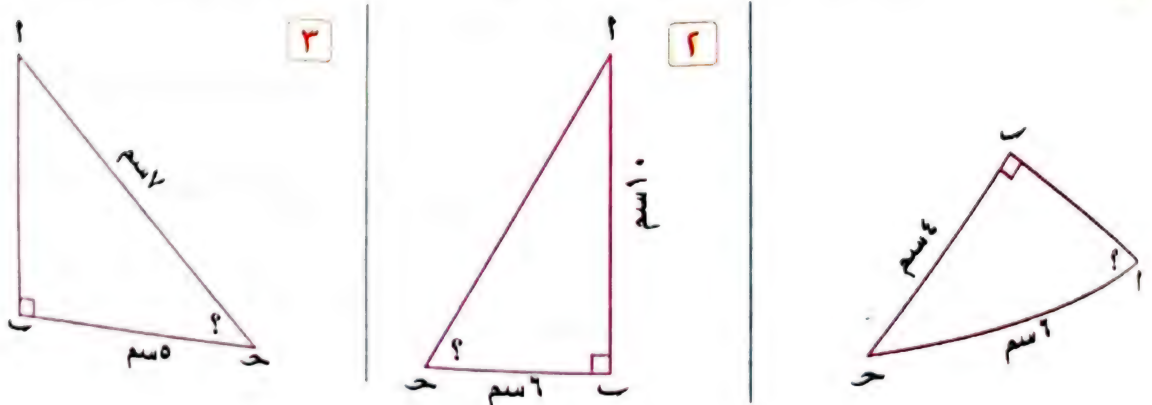
بدون استخدام الآلة الحاسبة.

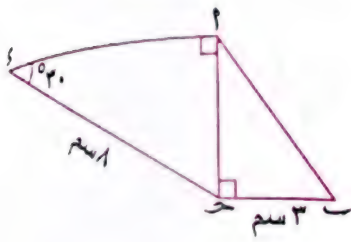
باستخدام الآلة الحاسبة.

أوجد طول الضلع المشار إليه بالعلامة (؟) في كل من الأشكال الآتية مقرباً الناتج لرقمين عشرين :



في كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) بالدرجات والدقائق والثواني :





في الشكل المقابل :

$$\angle 1 = 30^\circ, \angle 2 = 90^\circ, \angle 3 = ?$$

$$a = 3 \text{ سم}, b = 4 \text{ سم}, c = ?$$

أوجد : ١ طاب

٢ (د ب ٤)

(الشفية ١٨)  $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$  سم

١٢ م ح مثلث متساوي الساقين فيه :  $a = b = c = 7$  سم ،  $\angle 1 = 10^\circ$  سم

أوجد : ١ (د ب)

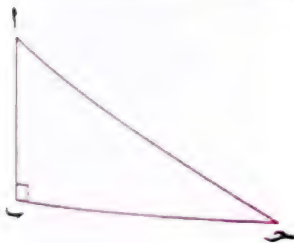
٢ مساحة  $\triangle abc$

(الشفية ١٨)  $\frac{1}{2} \times 7 \times 7 = 24.5$  سم

١٤ م ح مثلث متساوي الساقين فيه :  $a = b = c = 12.6$  سم

،  $\angle 1 = 84^\circ$  أوجد لأقرب رقم عشري واحد طول  $a$

سم ٢.٥٥



في الشكل المقابل :

$\triangle abc$  قائم الزاوية في  $b$

$$\angle 1 = 30^\circ, \angle 2 = 90^\circ, \angle 3 = ?$$

أوجد قيمة المقدار :  $a^2 + b^2$

(الشفية ١٢)  $\frac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100$  سم

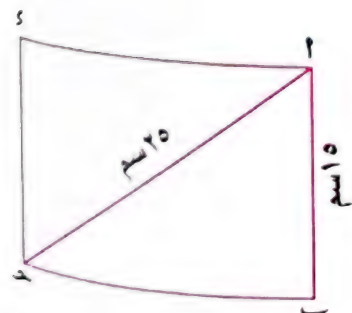
في الشكل المقابل :

$\triangle abc$  مستطيل فيه :

$$a = 15 \text{ سم}, b = 25 \text{ سم}$$

أوجد : ١ (د ب ٤)

٢ مساحة المستطيل  $abc$




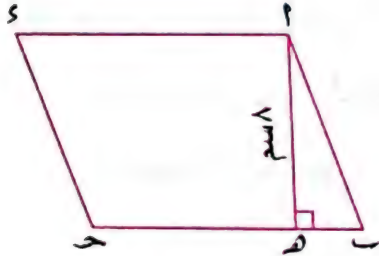
(الفيوم ٢٠، قنا ١٧، الإسكندرية ١٦)  $\frac{1}{2} \times 15 \times 25 = 187.5$  سم



المحور المستطيل طول قطره  $\overline{AC} = 24$  سم ،  $\angle C = 25^\circ$   
أوجد : طول  $\overline{AB}$

« ۲۱, ۸ سم »

 في الشكل المقابل :



۱) متوازی اضلاع مساحتہ ۹۶ سم<sup>۲</sup>  
 ب: م = م: ح = ۱: ۳،  $\overline{A} \perp \overline{B}$ ،  $\overline{A} = ۸$  سم  
 اوجد: ۱) طول  $\overline{A}$  ۲)  $\angle C$  (د)

٣ طول  $\overline{AB}$  لأقرب رقم عشري واحد. (استخدم أكثر من طريقة)

« ۱۲ سم ، ۴۸ ۲۶ ۶۹ ° ، ۸،۵ سم »

في الشكل المقابل :



۱- بحر شبه منحرف متساوی الساقین فیہ :

ا ب = ۹ = ۵ ح = ۵ سم ، ح = ۱۱ سم

أوجد: ١)  $\cos$  (د)،  $\sin$  (د)،  $\tan$  (د) ٢) مساحة شبه المنحرف  $ABCD$  (مطهر ١٢)

« ٤٨٧ ٥٣ ، ١٢٦ ٥٢ ١٢ ، ٢٢ سم »

اسمى شبيه منحرف فيه:  $\overline{sp} // \overline{sc}$  ،  $\overline{sc} = 90^\circ$


فإذا كان:  $١٢ = ب$  سم ،  $١٦ = س$  سم ،  $٢٥ = ح$  سم

أوجد: ١ طول  $\overline{AC}$  ٢  $\angle C$  (د ح)

« ١٥ سم ، ٨٤٧٠٠ ،  $\frac{\lambda}{20}$  »

۳ ما (دء حب) - طا (دء حب)

## تطبيقات حياتية

 سلم  $\overline{AB}$  طوله ٦ أمتار يستند طرفه العلوى  $\text{A}$  على حائط رأسى وطرفه  $\text{B}$  على أرض أفقية ، فإذا كانت  $\text{H}$  هى مسقط  $\text{A}$  على سطح الأرض ، وكان قياس زاوية ميل السلم على سطح الأرض  $60^\circ$  فأوجد طول  $\overline{AH}$

٢٢ يسير شخص في طريق منحدر يميل على سطح الأرض الأفقى بزاوية قياسها  $22^\circ$  فإذا سار مسافة ٥٠٠ متر فما مقدار ارتفاعه عن سطح الأرض لأقرب متر ؟

«١٨٧ متراً»

٢٣ بسبب الرياح كُسر الجزء العلوى لشجرة فصنع مع الأرض زاوية قياسها  $60^\circ$  ، إذا كانت نقطة تلاقى قمة الشجرة بالأرض تبعد عن قاعدة الشجرة مسافة ٤ أمتار ، أوجد طول الشجرة لأقرب متر.

«١٤٣ (الفويص)» «١٥ متراً»

### للمتفوقين



٢٤ أوجد قيمة  $\theta$  حيث  $\theta$  زاوية حادة إذا كان :

$$\sin \theta \times \tan \theta = \frac{1}{4}$$

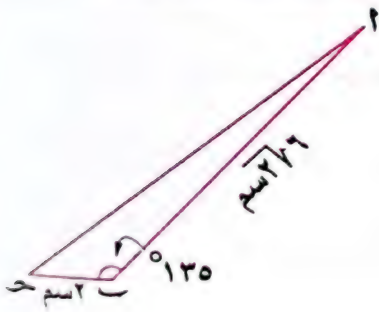
٢٥ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\angle C = 135^\circ$

$$AC = 6\sqrt{2} \text{ سم}$$

$$BC = 2 \text{ سم}$$

أوجد :  $\angle A$

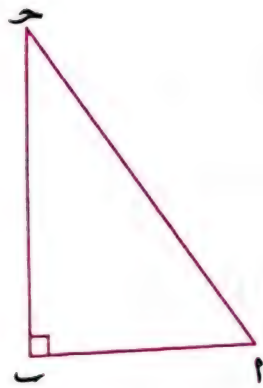


« $\frac{3}{4}$ »



## النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

❖ إذا كان  $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $B$  فإن :



$$\frac{AB}{AC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \sin A$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \cos A$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \tan A$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \cot A$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} = \csc A$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} = \sec A$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \tan A$$

❖ إذا كانت :  $\Delta ABC$  ،  $\Delta DEF$  زاويتين متتامتين فإن :

$$\sin A = \cos B , \quad \cos A = \sin B$$

والعكس صحيح أي أنه :

إذا كانت :  $\Delta ABC$  ،  $\Delta DEF$  زاويتين حادتين

وكان :  $\sin A = \cos B$  أو  $\cos A = \sin B$  فإن :  $\angle A + \angle B = 90^\circ$

## النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45^\circ$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ$$

$$1 = \tan 45^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$$

$$\frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$\frac{1}{2} = \sin 30^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

## أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ لأي زاوية حادة  $\alpha$  يكون  $\tan \alpha = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  (ب)  $\sin \alpha \cos \alpha$  (ج)  $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$  (د)  $\sin \alpha + \cos \alpha$

٢ إذا كانت :  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$  حيث  $\alpha$  قياس زاوية حادة. فإن :  $\sin \alpha = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (ب)  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$  (ج) ١ (د)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

٣  $\alpha$  ح مثلث قائم الزاوية في  $\beta$  حيث :  $\alpha = 30^\circ$   $\beta = 50^\circ$  فإن :  $\tan \alpha = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{2}{5}$  (ب)  $\frac{5}{3}$  (ج)  $\frac{3}{4}$  (د)  $\frac{4}{3}$

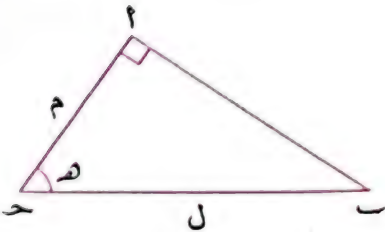
٤ إذا كان :  $\sin \alpha = (\alpha + 10^\circ) = \frac{1}{2}$  فإن :  $\cos \alpha = (75^\circ - \alpha) = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (ج)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (د) ١

٥ إذا كان :  $\sin \alpha = \sin \beta$  مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في  $\gamma$  فإن :  $\tan \alpha = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (ب)  $\sqrt{3}$  (ج) ١ (د)  $\frac{1}{3}$

٦ في الشكل المقابل :

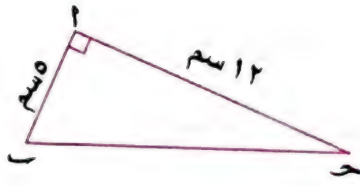


إذا كان طول  $\overline{\beta\alpha}$  هو  $\overline{\alpha\beta}$  هو  $\overline{\alpha\beta}$

فأي من المعادلات الآتية يمكن استخدامه لإيجاد  $\alpha$  ؟

- (أ)  $\frac{m}{\sin \alpha} = l$  (ب)  $\frac{m}{\cos \alpha} = l$  (ج)  $m = l \sin \alpha$  (د)  $m = l \cos \alpha$





٢ (١) في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه :  $\angle 1 = 90^\circ$

،  $12 \text{ سم} = \text{ب}$  ،  $5 \text{ سم} = \text{ا}$

أثبت أن :  $\text{م} \angle \text{ح} = \text{م} \angle \text{ب} - \text{م} \angle \text{ا} = \text{صفر}$

(ب) أوجد قيمة ح :

١  $\text{ح} = 30^\circ = 30^\circ \text{ م} \angle \text{ا} + 30^\circ \text{ م} \angle \text{ب}$

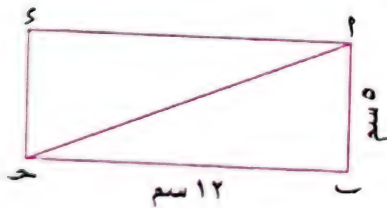
٢  $2 \text{ م} \angle \text{ح} = 60^\circ - 2 \text{ م} \angle \text{ا} = 40^\circ$  حيث ح زاوية حادة.

٣ (١) أ ب ح د شبه منحرف متساوي الساقين فيه :

$\overline{\text{ا}} \parallel \overline{\text{د}}$  ،  $4 \text{ سم} = \text{ا} = \text{ب}$  ،  $5 \text{ سم} = \text{ب} = \text{د}$  ،  $12 \text{ سم} = \text{ح}$

أوجد قيمة :  $\frac{\text{ط} \angle \text{م} \angle \text{ح}}{\text{م} \angle \text{ا} + \text{م} \angle \text{د}}$

(ب) أوجد قيمة :  $\frac{\text{م} \angle \text{ا} + 30^\circ \text{ م} \angle \text{د} + 40^\circ \text{ م} \angle \text{ب}}{\text{م} \angle \text{ا} + 40^\circ \text{ م} \angle \text{ب} + 60^\circ \text{ م} \angle \text{د}}$



٤ (١) في الشكل المقابل :

إذا كان أ ب ح د مستطيل فيه :

أ ب = 5 سم ، ب ح = 12 سم

أوجد : ١ طول أ ح

٢ قيمة ه ط (د ح) - 12 م (د ا ح)

(ب) بسبب الرياح كسر الجزء العلوي لشجرة فصنع مع الأرض زاوية قياسها  $30^\circ$  ، إذا كانت نقطة تلاقي قمة الشجرة بالأرض تبعد عن قاعدة الشجرة مسافة 2 أمتار ، أوجد طول الشجرة لأقرب متر.

٥ (١) إذا كان :  $\angle \alpha$  ح مثلث قائم الزاوية في  $\triangle$  وكان :  $\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$  أوجد :  $\angle \gamma$  (٢)

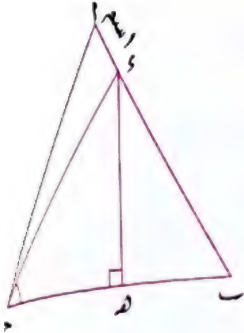
(ب) في الشكل المقابل :

$\angle \alpha$  ح مثلث متساوي الأضلاع ، طول ضلعه ٥ سم

،  $\angle \alpha \in \angle \beta$  بحيث  $\angle \alpha = 180^\circ$  سم

، رسم  $\angle \alpha \perp \angle \beta$

أوجد :  $\angle \alpha$  (د و ح)



### النموذج الثاني

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $\angle \alpha = (180^\circ + \angle \beta)$  حيث  $\angle \beta$  زاوية حادة فإن :  $\angle \gamma = \dots$

(١)  $60^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $30^\circ$  (د)  $15^\circ$

٢ إذا كان :  $\angle \alpha = 30^\circ$   $\angle \beta$  حيث  $\angle \beta$  زاوية حادة فإن :  $\angle \gamma = \dots$

(١)  $15^\circ$  (ب)  $30^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $90^\circ$

٣ إذا كانت :  $\angle \beta$  زاوية حادة ،  $\angle \alpha = 180^\circ - \angle \beta$  فإن :  $\angle \gamma = \dots$

(١)  $60^\circ$  (ب)  $90^\circ$  (ج)  $45^\circ$  (د)  $30^\circ$

٤ إذا كان :  $\angle \alpha$  ،  $\angle \beta$  زاويتين متتامتين بحيث  $\angle \alpha : \angle \beta = 2 : 1$  فإن :  $\angle \alpha + \angle \beta = \dots$

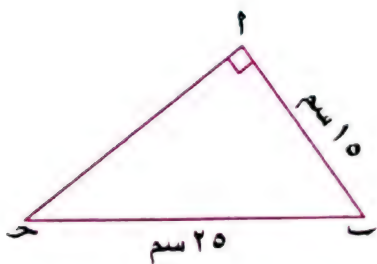
(١)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج)  $\frac{3}{2}$  (د)  $1$

٥ إذا كان :  $\angle \alpha = 70^\circ$  ،  $\angle \beta = \angle \alpha$  في  $\triangle$   $\angle \alpha$  ح فإن :  $\angle \gamma = \dots$

(١)  $50^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $70^\circ$  (د)  $65^\circ$



## امتحانات الوحدة



في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه :  $\angle C = 90^\circ$

،  $AB = 20$  سم ،  $BC = 25$  سم

فإن :  $AC = \dots\dots\dots$

(د)  $\frac{3}{4}$

(ج)  $\frac{4}{3}$

(ب)  $\frac{4}{5}$

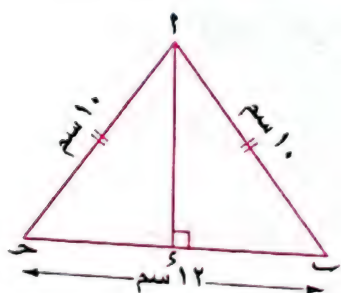
(أ)  $\frac{3}{5}$

(أ) أوجد قيمة  $\sin$  بالدرجات إذا كان :

ط  $\sin = \frac{4}{5}$  ما  $30^\circ$  ما  $30^\circ$  حيث  $0^\circ < \sin < 90^\circ$

(ب) إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متتامتين هي 3 : 5

فأوجد قياس كل منهما بالدرجات والدقائق.



(أ) في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه :  $AB = AC = 10$  سم

،  $BC = 12$  سم ،  $AD \perp BC$

أوجد قيمة كل من :

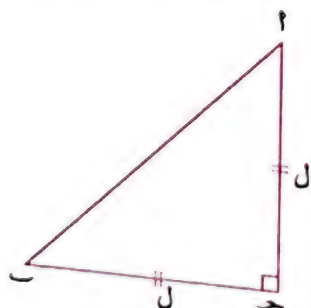
٣ ما  $(90^\circ - \angle C)$

٢  $\angle C$

١ ما  $\angle A$

(ب) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :

$$\sin 60^\circ - \sin 45^\circ = \sin 60^\circ + \sin 30^\circ$$



(أ) في الشكل المقابل :

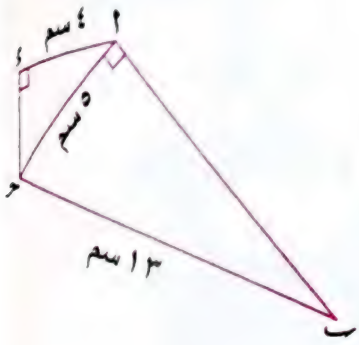
أ ب ح مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في ح

وطول كل من ساقيه 1 وحدة طول أوجد :

١ النسب بين أطوال أضلاع المثلث أ ب ح : ب ح : أ ب

٢ ط  $\sin$  ، ما  $\angle A$

(ب) في الشكل المقابل :



$$\angle A = 90^\circ, \angle B = 90^\circ$$

$$AC = 4 \text{ سم}, BC = 5 \text{ سم}, AB = 13 \text{ سم}$$

احسب قيمة كل من :

$$1) \angle A + \angle B$$

$$2) \angle C + \angle D + \angle E$$

٥ (أ)  $\angle A$  ح مثلث قائم الزاوية في ب

$$1) \text{ أثبت أن : } \angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$2) \text{ إذا كان : } \angle A = 50^\circ, \angle B = 13^\circ$$

أوجد :  $\angle C$

(ب) أوجد بدون استخدام الآلة الحاسبة :

$$45^\circ \text{ ح } 45^\circ + 3^\circ \text{ ح } 30^\circ - 60^\circ \text{ ح } 30^\circ$$



# مشروع بحثي

## على الوحدة الرابعة

### أهداف المشروع

- إيجاد قياس زاوية بمعرفة إحدى نسبها المثلثية.
- استخدام نظرية فيثاغورث.
- الربط بين الرياضيات والرياضة.
- الربط بين الرياضيات والتاريخ.
- الربط بين الرياضيات والعلوم.

### المطلوب

« تُعد لعبة كرة القدم من الألعاب الجماعية ذات الشعبية المرتفعة حول العالم ، واللعبة الأكثر ممارسة فى غالبية الدول »  
فى ضوء ذلك قُم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

- تكلم عن تاريخ نشأة لعبة كرة القدم، وكيف تطورت عبر العصور.
  - اذكر أبعاد ملعب كرة القدم ، وأبعاد المرمى ، وأبعاد منطقة الجزاء.
  - كم تبعد نقطة الجزاء عن خط المرمى ؟
  - إذا قام أحد اللاعبين بتسديد الكرة من نقطة الجزاء باتجاه المرمى فأصابت الكرة العارضة العلوية فى منتصفها تمامًا ، وبفرض أن الحركة تحركت فى مسار خط مستقيم احسب ما يأتى :
- ١ المسافة التى قطعتها الكرة لترتطم بالعارضة.
  - ٢ قياس الزاوية التى صنعها مسار الكرة مع الأرض.
  - ٣ الفترة التى ينتمى إليها قياس الزاوية التى يصنعها مسار الكرة مع الأرض فى هذه الحالة لتسجل هدفًا.
  - ٤ السرعة المتوسطة التى تحركت بها الكرة إذا ارتطمت بالعارضة بعد ٠,٤ ثانية من لحظة ركلها بقدم اللاعب.



## الهندسة التحليلية



### دروس الوحدة :

- الدرس 1 البعد بين نقطتين.
  - الدرس 2 إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة.
  - الدرس 3 ميل الخط المستقيم.
  - الدرس 4 معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات.
- مشروع بحثي** على الوحدة الخامسة



يمكنك حل  
الامتحانات  
التفاعلية على  
الدروس من خلال  
مسح QR code  
الخاص بكل امتحان

### أهداف الوحدة :

- بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادراً على أن :
- يوجد البعد بين نقطتين في المستوى الإحداثي المتعامد.
- يوجد إحداثي منتصف قطعة مستقيمة.
- يعرف ميل الخط المستقيم.
- يوجد ميل الخط المستقيم بمعلومية قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.
- يعرف العلاقة بين ميلي مستقيمين متوازيين.
- يعرف العلاقة بين ميلي مستقيمين متعامدين.
- يوجد ميل المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات بمعلومية معادلة المستقيم.
- يوجد معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات.
- يستخدم ميل المستقيم في حل بعض المشكلات الحياتية.



أنت أنت :

البعد بين النقطتين م ، ن يساوي  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

وتعلم أنت :  $(x_1 - x_2)^2 = (x_2 - x_1)^2$

وبالمثل :  $(y_1 - y_2)^2 = (y_2 - y_1)^2$

وعلى هذا فإن : البعد بين النقطتين م ، ن يساوي أيضًا  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

وصيغة عامة :

البعد بين أي نقطتين  $\sqrt{\text{مربع فرق السينات} + \text{مربع فرق الصادات}}$

مثال ١

إذا كانت أ (٦ ، ٣) ، ب (٤ ، ١) فأوجد : طول  $\overline{AB}$

الحل

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(6 - 4)^2 + (3 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

حل آخر :

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4 - 6)^2 + (1 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

مثال ٢

إذا كان البعد بين النقطتين أ (٢ ، ١) ، ب (٣ ، ١) يساوي ٥ وحدة طول فأوجد قيمة ؟

الحل

$$5 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \therefore$$

$$25 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

$$9 = (x_1 - 2)^2$$

$$20 = 16 + (y_1 - 1)^2 \therefore$$



الدرس

1

## البعد بين نقطتين

\* بفرض أن م (س<sub>١</sub> ، ص<sub>١</sub>) ، ن (س<sub>٢</sub> ، ص<sub>٢</sub>) نقطتان في نفس المستوى

فن هندسة الشكل المقابل نجد أن :

$$MN = L = B - A = V_2 - V_1$$

$$\text{وبصفة عامة : } |V_2 - V_1| = L$$

$$\text{وبالمثل : } L = M - O = S_2 - S_1$$

$$\text{وبصفة عامة : } |S_2 - S_1| = M$$

∴ ∆ م ن ل قائم الزاوية في ل

$$\therefore (M)^2 = (L)^2 + (N)^2$$

$$\therefore (M)^2 = (S_2 - S_1)^2 + (V_2 - V_1)^2$$

$$\therefore M = \sqrt{(S_2 - S_1)^2 + (V_2 - V_1)^2}$$

وبأخذ الجذر التربيعي للطرفين :  $2 \pm = 1 - 22 \therefore$

$$2 = 2 \therefore$$

$2 = 1 - 22$  ومنها  $2 = 22$

$$1 = 2 \therefore$$

$2 = 1 - 22$  ومنها  $2 = 22$

### حاول بنفسك ١

إذا كانت  $A(0, 2)$  ،  $B(1, 1)$  فأوجد طول  $\overline{AB}$

### مثال ٢

إذا كان  $A$  ح محيط  $\Delta$  حيث  $A(0, 0)$  ،  $B(4, 3)$  ،  $C(-4, 3)$

أوجد محيط  $\Delta ABC$

### الحل

$\therefore$  محيط  $\Delta ABC = AB + BC + CA$

$$AB = \sqrt{(0-4)^2 + (0-3)^2} = 5$$

$$BC = \sqrt{(4-(-4))^2 + (3-3)^2} = 8$$

$$CA = \sqrt{(0-(-4))^2 + (0-3)^2} = 5$$

$$\therefore \text{محيط } \Delta ABC = 5 + 8 + 5 = 18$$

بناءً على الملاحظة الجانبية السابقة

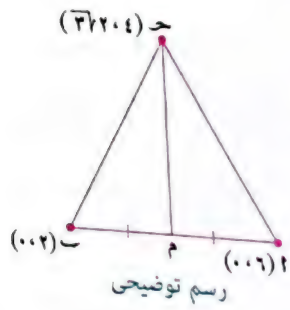
$$AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\therefore \text{محيط } \Delta ABC = 5 + 5 + 8 = 18$$

### مثال ٣

أثبت أن  $\Delta ABC$  ح متساوي الأضلاع حيث :  $A(0, 6)$  ،  $B(2, 0)$  ،  $C(4, 2)$  ثم أوجد مساحته.

$$AB = \sqrt{(0-2)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



$$AB = \sqrt{(0-2)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(2-4)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(4-0)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{(0-2)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$\therefore \Delta ABC$  ح متساوي الأضلاع

بفرض أن  $M$  منتصف القاعدة  $BC$   $\therefore \overline{AM} \perp \overline{BC}$

$\therefore$  باستخدام نظرية فيثاغورس نجد أن :

$$\text{الارتفاع } AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{40 - 2} = \sqrt{38}$$

$$\therefore \text{مساحة } \Delta ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AM = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{38} = \sqrt{76}$$

### حاول بنفسك ٢

أثبت أن  $\Delta ABC$  ح متساوي الساقين حيث :  $A(2, 3)$  ،  $B(9, 0)$  ،  $C(1, 1)$

### ملاحظة ١

لإثبات أن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة يمكن إيجاد البعد بين كل نقطتين من هذه النقاط ثم إثبات أن أكبر بعد يساوي مجموع البعدين الآخرين.

### مثال ٥

أثبت أن النقط :  $A(7, 2)$  ،  $B(4, 3)$  ،  $C(16, 1)$  تقع على استقامة واحدة.

### الحل

$$AB = \sqrt{(7-4)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$



$$\therefore \text{مساحة المثلث } ABC = \frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 10 \text{ وحدة مربعة.}$$

### حاول بنفسك ٣

إذا كانت:  $A(1, -1)$  ،  $B(2, 3)$  ،  $C(6, 0)$  ،  
أثبت أن:  $\triangle ABC$  قائم الزاوية في  $B$  ثم أوجد مساحته.

### ملاحظة ٣

إذا كان:  $ABC$  شكلاً رباعياً:

- ١ إثبات أن  $ABC$  متوازي أضلاع نثبت أن:  $AB = DC$  ،  $BC = AD$
- ٢ إثبات أن  $ABC$  معين نثبت أن:  $AB = BC = CD = DA$
- ٣ إثبات أن  $ABC$  مستطيل نثبت أن:  $AB = DC$  ،  $BC = AD$  ،  $\angle A = \angle C$  ،  $\angle B = \angle D$
- ٤ إثبات أن  $ABC$  مربع نثبت أن:  $AB = BC = CD = DA$  ،  $\angle A = \angle C$  ،  $\angle B = \angle D$

### مثال ٧

إذا كان:  $A(3, 2)$  ،  $B(0, -5)$  ،  $C(7, 0)$  ،  $D(8, -9)$  ،  
أثبت أن:  $ABCD$  متوازي أضلاع.

### الحل

$$\begin{aligned} \therefore AB &= \sqrt{(3-0)^2 + (2+5)^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58} \text{ وحدة طول} \\ BC &= \sqrt{(7-0)^2 + (0+5)^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74} \text{ وحدة طول} \\ CD &= \sqrt{(8-7)^2 + (-9-0)^2} = \sqrt{1+81} = \sqrt{82} \text{ وحدة طول} \\ DA &= \sqrt{(8-3)^2 + (-9-2)^2} = \sqrt{25+121} = \sqrt{146} \text{ وحدة طول} \\ \therefore AB &= CD ، BC = DA \therefore ABCD \text{ متوازي أضلاع.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(3-0)^2 + (2+5)^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58} \text{ وحدة طول} \\ BC &= \sqrt{(7-0)^2 + (0+5)^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74} \text{ وحدة طول} \\ CD &= \sqrt{(8-7)^2 + (-9-0)^2} = \sqrt{1+81} = \sqrt{82} \text{ وحدة طول} \\ DA &= \sqrt{(8-3)^2 + (-9-2)^2} = \sqrt{25+121} = \sqrt{146} \text{ وحدة طول} \\ \therefore AB &= CD ، BC = DA \therefore ABCD \text{ متوازي أضلاع.} \end{aligned}$$

### ملاحظة ٢

لإثبات أن النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  هي رؤوس مثلث يمكن إيجاد  $AB$  ،  $BC$  ،  $AC$  ثم إثبات أن مجموع طولي أصغر ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث.  
لتعيين نوع المثلث  $ABC$  حسب زواياه حيث  $AC$  أطول الأضلاع:

- نقارن بين  $(\angle A)$  ،  $(\angle B)$  ،  $(\angle C)$  كما يلي:
- ١ إذا كان:  $(\angle A) < (\angle B) + (\angle C)$  فإن المثلث منفرج الزاوية في  $B$
- ٢ إذا كان:  $(\angle A) = (\angle B) + (\angle C)$  فإن المثلث قائم الزاوية في  $B$
- ٣ إذا كان:  $(\angle A) > (\angle B) + (\angle C)$  فإن المثلث حاد الزوايا.

### مثال ٦

أثبت أن المثلث الذي رؤوسه:  $A(3, 2)$  ،  $B(-4, 1)$  ،  $C(2, -1)$  قائم الزاوية وأوجد مساحته.

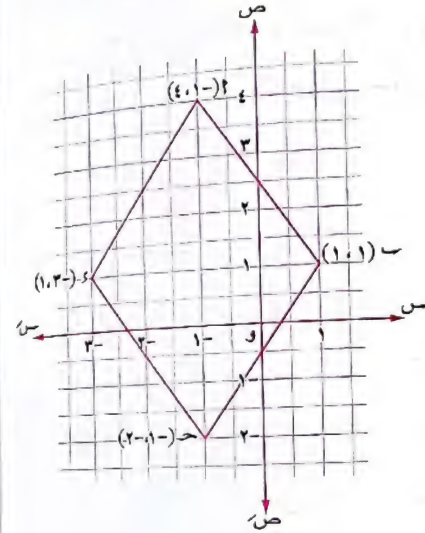
### الحل

$$\begin{aligned} \therefore AB &= \sqrt{(3+4)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} \text{ وحدة طول} \\ BC &= \sqrt{(-4-2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} \text{ وحدة طول} \\ AC &= \sqrt{(3-2)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \text{ وحدة طول} \\ \therefore AB^2 &= 50 ، BC^2 = 40 ، AC^2 = 10 \\ \therefore AB^2 &= BC^2 + AC^2 \therefore \text{المثلث } ABC \text{ قائم الزاوية في } C \end{aligned}$$

مثال ٨

أثبت أن النقط:  $أ(١، ١)$  ،  $ب(١، ١)$  ،  $ج(١، ١)$  ،  $د(١، ١)$  هي رؤوس معين ومثله بياناً ثم أوجد مساحته.

الحل



$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \\ \overline{BC} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \\ \overline{CD} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \\ \overline{DA} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \end{aligned}$$

الشكل  $أ$   $ب$   $ج$   $د$  معين

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \\ \overline{BC} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \\ \overline{CD} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \\ \overline{DA} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \end{aligned}$$

حاول بنفسك

أثبت أن النقط:  $أ(١، ١)$  ،  $ب(١، ١)$  ،  $ج(١، ١)$  ،  $د(١، ١)$  هي رؤوس مستطيل ثم احسب مساحته.

ملاحظة ٤

محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودي عليها من منتصفها. أي نقطة على محور تماثل قطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها والعكس صحيح. أي أنه: إذا كانت هناك نقطة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة فإن هذه النقطة تقع على محور هذه القطعة المستقيمة.



فمثلاً:  
في الشكل المقابل:  
إذا كان:  $أ = ب$   
فإن:  $ج$  محور تماثل  $أ ب$

مثال ٩

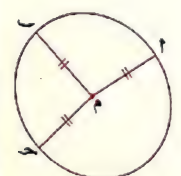
إذا كان:  $أ(١، ١)$  ،  $ب(١، ١)$  ،  $ج(١، ١)$  ،  $د(١، ١)$  فأثبت أن: النقطة  $ج(١، ١)$  تقع على محور تماثل  $أ ب$

الحل

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \\ \overline{BC} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \\ \overline{CD} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \\ \overline{DA} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2} = 0 \end{aligned}$$

$ج$  محور تماثل  $أ ب$

ملاحظة ٥



• لإثبات أن ثلاث نقاط مثل  $أ$  ،  $ب$  ،  $ج$  تقع على دائرة واحدة وليكن مركزها  $م$  نثبت أن:  $أ م = ب م = ج م$   
• إذا كانت  $أ \in$  الدائرة  $م$  فإن:  
طول نصف قطر الدائرة (نق)  $أ م =$   
• تذكر أن: \* محيط الدائرة  $2\pi ر$  \* مساحة الدائرة  $\pi ر^2$  نق



## مثال ١٠

أثبت أن النقط ٢:  $(-2, 6)$  ، ب  $(0, 8)$  ، ح  $(-8, 4)$  تقع على الدائرة التي مركزها م  $(-6, 4)$  وأوجد مساحتها حيث  $\pi \approx 3,14$

## الحل

$$\therefore \text{م} ٢ = \sqrt{(-2+6)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ وحدة طول}$$

$$\text{م} ، ب = \sqrt{(0+6)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ وحدة طول}$$

$$\text{م} ، ح = \sqrt{(-8+6)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4} = 2 \text{ وحدة طول}$$

$$\therefore \text{م} ٢ = \text{م} ، ب = \text{م} ، ح$$

$\therefore$  النقط ٢ ، ب ، ح تقع على الدائرة م التي طول نصف قطرها  $\sqrt{20}$  وحدة طول

$\therefore$  مساحة الدائرة م  $= \pi \text{ نق}^2 \approx 3,14 \times (\sqrt{20})^2 \approx 62,8$  وحدة مربعة.

## حاول بنفسك ٥

أثبت أن النقط ٢:  $(-2, 0)$  ، ب  $(0, 1)$  ، ح  $(6, -6)$  تمر بها دائرة مركزها م  $(2, -3)$  ثم أوجد محيط الدائرة بدلالة  $\pi$

١. أثبت أن النقط ٢ ، ب ، ح تمر بدائرة مركزها م  $(2, -3)$  ، حيث  $\pi \approx 3,14$  ، وأوجد مساحتها.
٢. أثبت أن النقط ٢ ، ب ، ح تمر بدائرة مركزها م  $(2, -3)$  ، حيث  $\pi \approx 3,14$  ، وأوجد محيطها.
٣. أثبت أن النقط ٢ ، ب ، ح تمر بدائرة مركزها م  $(2, -3)$  ، حيث  $\pi \approx 3,14$  ، وأوجد محيطها.
٤. أثبت أن النقط ٢ ، ب ، ح تمر بدائرة مركزها م  $(2, -3)$  ، حيث  $\pi \approx 3,14$  ، وأوجد محيطها.
٥. أثبت أن النقط ٢ ، ب ، ح تمر بدائرة مركزها م  $(2, -3)$  ، حيث  $\pi \approx 3,14$  ، وأوجد محيطها.



أوجد طول  $\overline{AB}$  في كل من الحالات الآتية :

- |                        |                         |
|------------------------|-------------------------|
| ١) $A(2, 1), B(6, 4)$  | ٢) $A(1, -2), B(-5, 0)$ |
| ٣) $A(7, 2), B(-5, 3)$ | ٤) $A(5, -2), B(0, 3)$  |
| ٥) $A(0, 15), B(0, 6)$ | ٦) $A(0, 6), B(-8, 0)$  |

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) البعد بين النقطتين  $A(3, 4), B(-1, 4)$  هو ..... وحدة طول. (الإسماعيلية ١٧)

- (أ) ١٦ (ب) ٩ (ج) ٥ (د) ٤

٢) البعد بين النقطة  $A(3, 1)$  ونقطة الأصل هو ..... وحدة طول. (سوهاج ١٨)

- (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

٣) إذا كان البعد بين النقطتين  $A(4, 0), B(0, 1)$  هو وحدة طول واحدة

فإن :  $AB = \dots\dots\dots$  (الغربية ٢٠)

- (أ) ١ (ب)  $1 -$  (ج) صفر (د) ٢

٤) طول نصف قطر الدائرة التي مركزها  $A(7, 4)$  وتمر بالنقطة  $B(3, 1)$  يساوي .....

- (أ) ٥ (ب)  $5 -$  (ج) ٢,٥ (د) ٢٥

٥) إذا كان :  $AB$  حى مربع وكان :  $A(3, 5), B(4, 2)$

فإن مساحة المربع  $ABCD = \dots\dots\dots$  وحدة مساحة.

- (أ)  $10\sqrt{2}$  (ب) ١٠ (ج)  $4\sqrt{10}$  (د) ٤٠

٦) إذا كان :  $AB$  حى معين وكان :  $A(-1, 7), B(-3, 1)$

فإن محيط المعين  $ABCD = \dots\dots\dots$  وحدة طول.

- (أ) ٤٠ (ب)  $4\sqrt{52}$  (ج)  $8\sqrt{10}$  (د)  $2\sqrt{10}$



٧ في مستوى إحداثي متعامد النقطة التي تبعد عن نقطة الأصل مسافة ٢ وحدة طول  
يمكن أن تكون .....

- (١) (٢) (ب) (٢ ، ٠) (ج) (٥ ، ٣-) (د)

8. بعد النقطة  $(-5, -2)$  عن محور الصادات يساوى ..... وحدة طول. (الغريبة ١٦)

- 0 (ج)                      ۲ (د)                      ۲- (ب)                      0- (ا)

٩ البعد بين النقطة (٥ ، ٦) ومحور السينات هو ..... وحدة طول. (السويص ١٧)

- $\sqrt[3]{x}(x)$        $3(x)$        $\sqrt[5]{x}(x)$        $0(i)$

١٠ بعد النقطة (ل ، ٤) عن محور الصادات يساوى ..... حيث  $ل \in \mathbb{R}$  (دمياط ١٨)

- (ا) ٤ (ب) ٤ (ج) ٤ (د) ١

11) البعد بين المستقيمين :  $ص - 3 = 0$  ،  $ص + 2 = 0$  .

يساوى ..... وحدة طول.

- ۱ (i)      ۲ (ب)      ۵ (ج)      ۳ (د)

١٢ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة طول ، فأى من النقاط الآتية تنتمى للدائرة ؟

- (١) (٢، ١) (ب) (٢-، ١) (ج) (١، ٣٢) (د) (١، ٢٢)

إذا كانت:  $٢(١, ٣)$  ،  $١(٢, ١)$  ،  $٥(٤, ٥)$  ،  
فأثبت أن:  $٢٢ = ٢٢$

11/20/11

٤ أثبت أن النقط: ٢ (٣، ٤) ، ٣ (١، ١) ، ٤ (٣-، ٥-) تقع على استقامة واحدة.

(الفيلم ١٧، كفر الشيخ ١٥، أسبوط ١١)

إذا كانت:  $(2, 2)$

٦ يبين أي مجموعات النقط التالية تقع على استقامة واحدة :

(القاهرة ٠٨)

١ أ (٤، ١) ، ب (٣، ٢) ، ج (٣، ١٦) ، د (١٦، ٣)

٢ أ (٧، ٠) ، ب (٣، ٦) ، ج (٢٢، ٩) ، د (٩، ٢٢)

٣ أ (١، ٤) ، ب (٣، ١٤) ، ج (٥، ٦) ، د (٥، ٦)

٧ يبين نوع المثلث أ ب ج حيث أ (٢، ٤) ، ب (٣، ١) ، ج (٤، ٥)

(البجيرة ٢٠، دهباط ١٩، الجيرة ١٧، الوادي الجديد ١٦)

بالنسبة لأطوال أضلاعه.

٨ يبين نوع كل مثلث من المثلثات الآتية بالنسبة لزاوياه :

١ أ (٢، ١) ، ب (٤، ٢) ، ج (٧، ٥) ، د (٥، ٧)

٢ أ (٣، ٥) ، ب (١، ١) ، ج (٥، ٥) ، د (٥، ٥)

٣ أ (٤، ٤) ، ب (٣، ١) ، ج (٢، ٤) ، د (٤، ٢)

٤ أ (٠، ٠) ، ب (٦، ٠) ، ج (٠، ٨) ، د (٨، ٠)

٥ أ (١، ١) ، ب (٢، ١) ، ج (٣، ٢) ، د (٢، ٣)

٩ أثبت أن المثلث الذي رؤوسه النقط أ (٥، ٥) ، ب (١، ٧) ، ج (١٥، ١٥)

(قنا ١٦، المنوفية ١٤) « ١٢٠ وحدة مربعة »

قائم الزاوية في ب ثم أوجد مساحته.

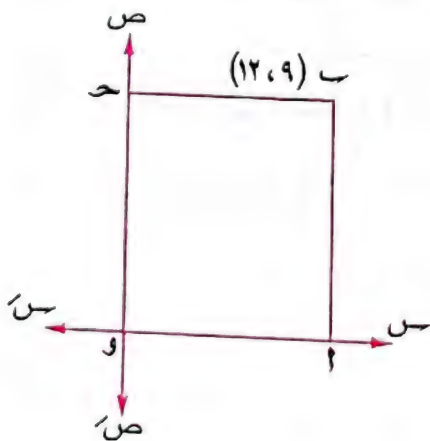
١٠ إذا كانت النقط أ (٥، ٠) ، ب (٧، ٢) ، ج (٣، ٣) ثلاث نقط في مستوى

إحداثي متعامد فأثبت أن :  $\Delta$  أ ب ج متساوي الأضلاع وأوجد مساحته. « ٤٣ وحدة مربعة »

١١ في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب ج ح و مستطيل

فأوجد : طول أ ح



« ١٥ وحدة طول »



١٢ في كل مما يأتي أثبت أن النقط  $أ$ ،  $ب$ ،  $ح$ ،  $د$  رؤوس متوازي أضلاع:

١  $أ(١، ١-)$ ،  $ب(٥، ٠)$ ،  $ح(٦، ٥)$ ،  $د(٢، ٤)$  (السويصة ١١)

٢  $أ(٤، ٢-)$ ،  $ب(٣-، ٥)$ ،  $ح(١، ٧)$ ،  $د(٨، ٠)$  (سوهاج ١٠.٨)

١٣ أثبت أن النقط:  $أ(١، ٠)$ ،  $ب(٥، ٤)$ ،  $ح(٨، ١)$ ،  $د(٤، ٣-)$

هي رؤوس لمستطيل ثم احسب طول قطره. (سوهاج ١٠.٩) «٣١٥ وحدة طول»

١٤ أثبت أن النقط:  $أ(٣، ٣)$ ،  $ب(٣، ٠)$ ،  $ح(٠، ٠)$ ،  $د(٠، ٣)$  الواقعة

في مستوى إحداثي متعامد هي رؤوس مربع واحسب طول قطره ومساحته. (الأقصر ١٠.٩)

«٣١٣ وحدة طول» ٩ وحدات مربعة

١٥  $أ$   $ب$   $ح$   $د$  شكل رباعي فيه:  $أ(٣، ٥)$ ،  $ب(٢-، ٦)$ ،  $ح(١-، ١)$

،  $د(٤، ٠)$  أثبت أن الشكل  $أ$   $ب$   $ح$   $د$  معين ثم أوجد مساحته. (قنا ١١.٩) «٣٤ وحدة مربعة»

١٦ أثبت أن النقط:  $أ(٥، ٢-)$ ،  $ب(٣، ٣)$ ،  $ح(٢-، ٤)$  ليست على استقامة

واحدة، وإذا كانت  $د(٤، ٩-)$  فاثبت أن الشكل  $أ$   $ب$   $ح$   $د$  متوازي أضلاع. (بوسعيد ١١.٧)

١٧  $أ$   $ب$   $ح$   $د$  شكل رباعي فيه:  $أ(٤، ٢)$ ،  $ب(٠، ٣-)$ ،  $ح(٥، ٧-)$

،  $د(٩، ٢-)$  أثبت أن الشكل  $أ$   $ب$   $ح$   $د$  مربع. (المنوفية ٢٠، القاهرة ١٩، البحيرة ١١.٧)

١٨ أثبت أن النقط:  $أ(١-، ٣)$ ،  $ب(٦، ٤-)$ ،  $ح(٢-، ٢)$  تقع على دائرة

واحدة مركزها  $م(٢، ١-)$  ثم أوجد محيط الدائرة حيث  $٣,١٤ = \pi$

(أسوان ٢٠، الإسكندرية ١٩، القليوبية ١٨، ش.سيناء ١٦، القاهرة ١٥) «٣١,٤ وحدة طول»

١٩ إذا كان بُعد النقطة (س، ٥) عن النقطة (٦، ١) يساوي  $\sqrt{٢٥}$  وحدة طول

فأوجد قيمة: س

أوجد قيمة  $p$  في كل من الحالتين الآتيتين :

١ إذا كان البعد بين النقطتين  $(7, p)$  ،  $(-2, 3)$  يساوي ٥  
(الفصول ٢٠، المنيا ١٩، الإسكندرية ١٨، مطروح ١٧) «١، ٥-»

٢ إذا كان البعد بين النقطتين  $(7, p)$  ،  $(3 - 2p, 1 - 5)$  يساوي ١٣  
«٢، ١-»

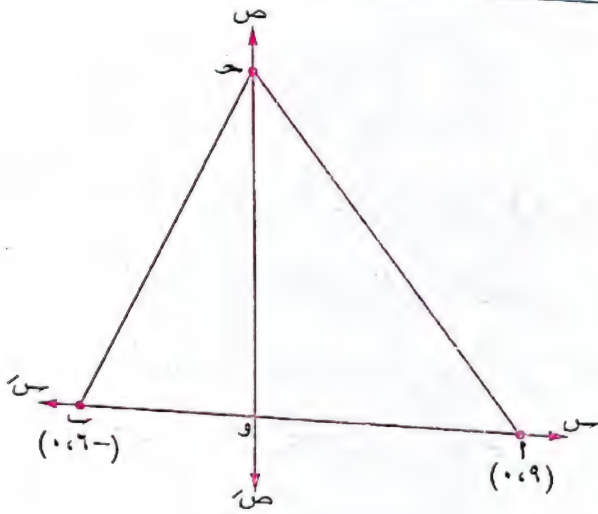
إذا كانت :  $p(3, 3)$  ،  $p(2, 3)$  ،  $p(1, 5)$  وكانت  $p = p$   
(البحيرة ١٩، البحيرة ١٧، البحيرة ١٥، بوسعيد ١٤) «١، ٥»

فأوجد قيمة :  $p$

في الشكل المقابل :

إذا كان :  $p = p$

فأوجد : طول  $HO$



«١٢ وحدة طول»

إذا كان محور تماثل  $HO$  يمر بالنقطة  $p(6, m)$  حيث  $p(1, 3)$  ،  $p(7, 3-)$   
(الدقهلية ١٦) «١٠»

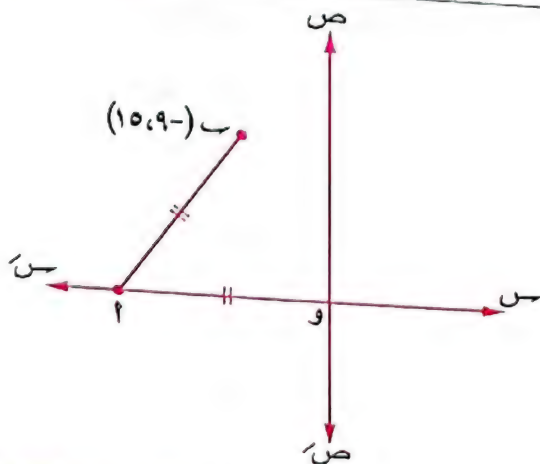
أوجد قيمة :  $m$

في الشكل المقابل :

إذا كانت  $p \in$  محور السينات

، وكان  $p = p$

أوجد : طول  $HO$



«١٧ وحدة طول» (الدقهلية ١٨)



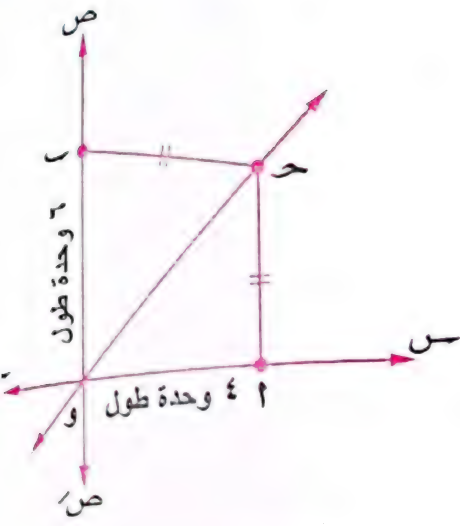
١  $\exists$  س س  $\exists$  ب ،  $\exists$  ص ص  $\exists$  بحيث :

و ١ = ٤ وحدة طول ، و ١ = ٦ وحدة طول

، والمستقيم و ح يمثل الدالة د : د (س) = س

بحيث ١ ح = ١ ح

أوجد : إحداثي النقطة ح



### تطبيق حياتي

٢٦ إذا كان منزل باسم يبعد عن الطريق الرئيسي

١ كم ويبعد عن طريق السكة الحديد ٩ كم ، منزل

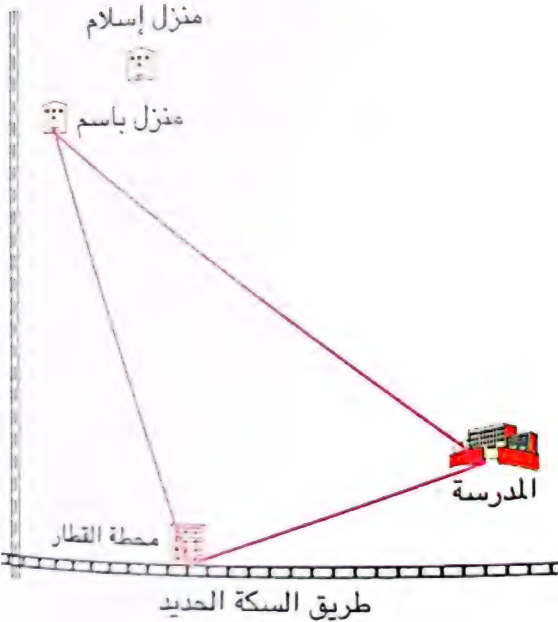
إسلام يبعد عن الطريق الرئيسي ٣ كم ويبعد

عن طريق السكة الحديد ١٠ كم وتبعد المدرسة

عن الطريق الرئيسي ١٠ كم وتبعد عن طريق

السكة الحديد ٢ كم وتبعد محطة القطار عن

الطريق الرئيسي ٤ كم



١ أيهما أقرب إلى المدرسة : منزل باسم أم منزل إسلام ؟

٢ هل طريق (المدرسة - محطة القطار) عمودي على طريق (منزل باسم - محطة القطار) ؟  
اذكر السبب.

### للمتفوقين

إذا كانت النقط : ١ (٤ ، ٢) ، ٢ (س ، ٢) ، ٣ (٥ ، ٣) ثلاث نقط في مستوى  
إحداثي متعامد فأوجد قيمة س التي تحقق أن  $\Delta$  ١ ٢ ٣ قائم الزاوية في ٢  
ثم احسب مساحته.

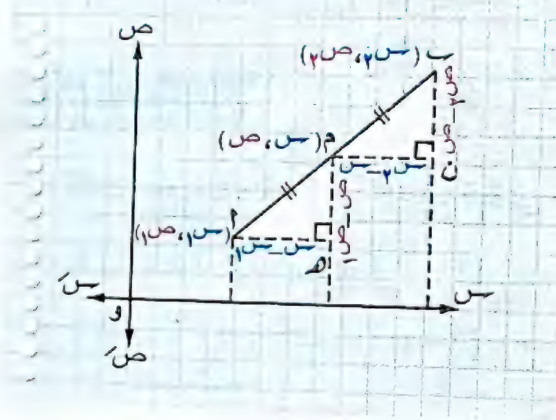
« صفر أ ، ٧ ، ١٢ وحدة مربعة أ ، ١٢ ، ٥ وحدة مربعة »



الدرس

2

## إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة



إذا كانت :  $A(1, 1)$  ،  $B(3, 3)$

نظمين في مستوى إحداثي متعامد

كانت  $M$  منتصف  $AB$  حيث  $M(x, y)$

من هندسة الشكل نجد أن :

$AM = MN$  ،  $\Delta MNB$  متطابقان.

$\therefore AM = MN$

$\therefore 1 - x = 3 - x$

$\therefore 1 + x = 3$

$\therefore \frac{1 + x}{2} = 2$

$AM = MN$

$1 - x = 3 - x$

$1 + x = 3$

$\therefore \frac{1 + x}{2} = 2$

$$\therefore \left( \frac{1 + x}{2}, \frac{1 + y}{2} \right) = M$$

نمثلة : إذا كانت :  $A(1, 1)$  ،  $B(3, 3)$  ،  $M$  منتصف  $AB$

$$\text{فإن : } M = \left( \frac{(1) + (3)}{2}, \frac{(1) + (3)}{2} \right) = (2, 2)$$



مثال 1

إذا كانت ح: (١٠، ٤) هي نقطة منتصف  $\overline{AB}$  حيث  $A(٤، ٢)$  فأوجد نقطة ب

الحل

بفرض أن ب(س، ص)،  $\therefore$  ح منتصف  $\overline{AB}$

$$\therefore (١٠، ٤) = \left( \frac{(٢-) + س}{٢}, \frac{٤ + ص}{٢} \right)$$

$$\therefore \frac{٤ + ص}{٢} = ١٠ \quad \therefore ٢٠ = ٤ + ص$$

$$\therefore ١٦ = ص \quad \therefore \frac{٢ - ص}{٢} = ٤ -$$

$$\therefore ٨ = ٢ - ص \quad \therefore ٦ = ص$$

$$\therefore ب = (١٦، ٦)$$

حاول بنفسك ١

إذا كانت ح منتصف  $\overline{AB}$  فأوجد قيمتي س، ص في كل مما يأتي :

١)  $A(٥، ٢)$  ،  $B(٣، ٢-)$  ، ح(س، ص)

٢)  $A(٤، ١)$  ،  $B(٦، ١-)$  ، ح(٢، ص)

ملاحظة ١

إذا كان  $\overline{AB}$  قطرًا في دائرة مركزها م، فإن م هي نقطة منتصف  $\overline{AB}$

مثال 2

إذا كان  $\overline{AB}$  قطرًا في الدائرة م حيث  $A(٤، ١-)$  ،  $B(٢، ٧)$  أوجد إحداثيي نقطة م ومن ثم أوجد محيط الدائرة ومساحتها.

الحل

$\therefore \overline{AB}$  قطر في الدائرة م

$\therefore$  م منتصف  $\overline{AB}$

$$\therefore \text{نقطة م} = \left( \frac{(٢-) + ٧}{٢}, \frac{(١-) + ٧}{٢} \right) = (٣، ١)$$

$$\therefore \text{نق} = م = \sqrt{(١-٤)^2 + (٣-١)^2} = \sqrt{٩ + ١٦} = ٥$$

$$\therefore ٥ = \sqrt{٢٥} = \text{وحدة طول}$$

$\therefore$  محيط الدائرة =  $٢\pi \text{ نق} = ٢\pi \times ٥ = ١٠\pi$  وحدة طول

مساحة الدائرة =  $\pi \text{ نق}^2 = \pi \times ٥^2 = ٢٥\pi$  وحدة مربعة

طريقة أخرى لحساب طول نصف قطر الدائرة :

$$\therefore ب = \sqrt{(٢-٤)^2 + (٢-١)^2} = \sqrt{٤ + ١} = \sqrt{٥} = ١٠ \text{ وحدة طول}$$

$$\therefore \text{نق} = \frac{١}{٢} = ٥ \text{ وحدة طول}$$

ثم أكمل الحل بإيجاد محيط ومساحة الدائرة.

حاول بنفسك ٢

إذا كان  $\overline{AB}$  قطرًا في الدائرة م حيث  $A(٤، ١)$  ،  $B(٦، ٣)$  فأوجد نقطة م

مثال ٣

أثبت أن الشكل  $ABCD$  متوازي أضلاع حيث :

$$A(٤، ٣) ، B(٠، ٢) ، C(٢، ٢-) ، D(٢، ٢-)$$

الحل

$\therefore$  قطري الشكل الرباعي  $ABCD$  هما  $\overline{AC}$  ،  $\overline{BD}$

$$\therefore \text{نقطة منتصف } \overline{AC} = \left( \frac{(٢-) + ٢}{٢}, \frac{(٢-) + ٤}{٢} \right)$$

$$= (١، ٠)$$

$$\text{نقطة منتصف } \overline{BD} = \left( \frac{(٢-) + ٠}{٢}, \frac{(٢-) + ٢}{٢} \right) = (١، ٠)$$

$\therefore$  نقطة منتصف  $\overline{AC}$  هي نفسها نقطة منتصف  $\overline{BD}$

$\therefore$  القطران ينصف كل منهما الآخر.

$\therefore ABCD$  متوازي أضلاع.

مثال ٤

أثبت أن النقط:  $أ(١، ٥)$  ،  $ب(٣، ١)$  ،  $ج(٥، ٣)$  هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في  $ب$  ، ثم أوجد نقطة  $د$  التي تجعل الشكل  $أبج د$  مستطيلاً.

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \overline{أب} &= \sqrt{(١-٣)^2 + (٥-١)^2} = \sqrt{١٦ + ١٦} = \sqrt{٣٢} \text{ وحدة طول} \\ \overline{بج} &= \sqrt{(٣-٥)^2 + (١-٣)^2} = \sqrt{٤ + ٤} = \sqrt{٨} \text{ وحدة طول} \\ \overline{أج} &= \sqrt{(١-٥)^2 + (٥-٣)^2} = \sqrt{١٦ + ٤} = \sqrt{٢٠} \text{ وحدة طول} \end{aligned}$$

$$\therefore (\overline{أب})^2 + (\overline{بج})^2 = ٣٢ + ٨ = ٤٠ = (\overline{أج})^2$$

$\therefore \Delta أبج$  قائم الزاوية في  $ب$

بفرض أن  $د(ص، س)$  بحيث يكون الشكل  $أبج د$  مستطيلاً

$\therefore \overline{أد} = \overline{بج}$  ينصف كل منهما الآخر

$\therefore$  نقطة منتصف  $\overline{أد} =$  نقطة منتصف  $\overline{بج}$

$$\therefore \text{نقطة منتصف } \overline{أد} = \left( \frac{٢+١}{٢}, \frac{٥-٥}{٢} \right) = (٢، ٠)$$

$$\text{نقطة منتصف } \overline{بج} = \left( \frac{٣+٥}{٢}, \frac{١+٣}{٢} \right) = \left( \frac{٨}{٢}, \frac{٤}{٢} \right) = (٤، ٢)$$

$$\therefore \left( \frac{٢+١}{٢}, \frac{٥-٥}{٢} \right) = \left( \frac{٣+٥}{٢}, \frac{١+٣}{٢} \right) \Rightarrow \frac{١+ص}{٢} = \frac{٨}{٢} \Rightarrow ١+ص = ٨ \Rightarrow ص = ٧$$

$$\therefore س = ١$$

$$\therefore ص = ٣ - ٤ = -١$$

$$\therefore د(٧، -١)$$

مثال ٥

أثبت أن المثلث الذي رؤوسه النقط:  $أ(٤، ١)$  ،  $ب(١، ٣)$  ،  $ج(١، ٥)$  متساوي الساقين وأوجد مساحته.

الحل

$$\therefore \overline{أب} = \sqrt{(٤-١)^2 + (١-٣)^2} = \sqrt{٩ + ٤} = \sqrt{١٣} \text{ وحدة طول}$$

$$\overline{بج} = \sqrt{(١-١)^2 + (٣-٥)^2} = \sqrt{٠ + ٤} = \sqrt{٤} = ٢ \text{ وحدة طول}$$

$$\overline{أج} = \sqrt{(٤-١)^2 + (١-٥)^2} = \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} \text{ وحدة طول}$$

$\therefore \Delta أبج$  متساوي الساقين

بفرض أن  $د(ص، س)$  منتصف  $\overline{أب}$

$$\therefore د = \left( \frac{٤+١}{٢}, \frac{١+٣}{٢} \right) = \left( \frac{٥}{٢}, \frac{٤}{٢} \right) = (٢.٥، ٢)$$

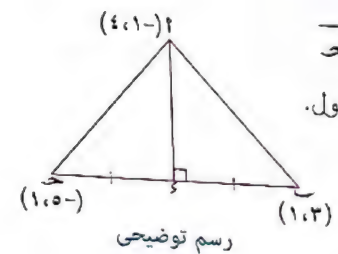
$$\therefore \overline{أد} \perp \overline{بج}$$

$$\therefore \overline{أد} = \sqrt{(٤-٢.٥)^2 + (١-٢)^2} = \sqrt{٢.٢٥ + ١} = \sqrt{٣.٢٥} \text{ وحدة طول}$$

$$\overline{بج} = ٢ \text{ وحدة طول}$$

$$\therefore \text{مساحة } \Delta أبج = \frac{١}{٢} \times \overline{أد} \times \overline{بج} = \frac{١}{٢} \times \sqrt{٣.٢٥} \times ٢ = \sqrt{٣.٢٥}$$

$$= \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٨ = ٨ \text{ وحدة مربعة}$$



رسم توضيحي

طاول بنفسك ٣

إذا كانت  $د$  منتصف  $\overline{أب}$  حيث  $أ(٣، ٢)$  ،  $ب(٤، ٧)$  وكانت  $د$  منتصف  $\overline{أج}$  حيث  $د(٥، ٣)$  فأوجد نقطة  $ج$

١.  $ج(٦، -٦)$

٢.  $ج(-١، ٨)$

٣.  $ج(١، ٥)$

٤.  $ج(-١، ٥)$

مراجعة سريعة



154

F

11

4



21

0

16

1-6

1

7

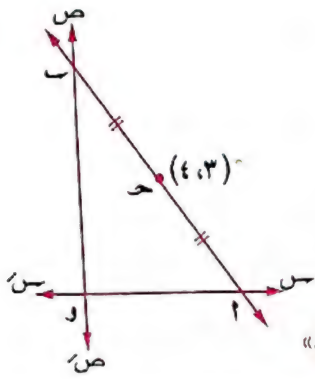


15

$$(2, 3)(1)$$





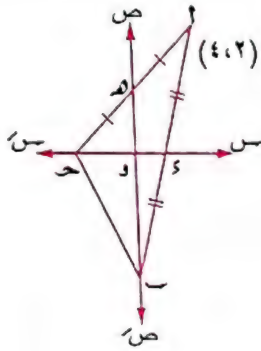


(القليوبية ٢٠، الإسكندرية ١٧) « ٢٤ وحدة طول »

في الشكل المقابل :

ح (٤، ٣) منتصف  $\overline{AB}$

أوجد : محيط المثلث  $\triangle ABC$



في الشكل المقابل :

د منتصف  $\overline{AB}$  ، ه منتصف  $\overline{AC}$

إذا كانت : د (٤، ٢)

فأوجد : طول  $\overline{BC}$  ومنها استنتج طول  $\overline{DE}$

« ٢٥ وحدة طول ، ٥ وحدة طول »

١٥  $\overline{AD}$  متوسط في  $\triangle ABC$  ، م منتصف  $\overline{AD}$  حيث م (٦، ٠) ، ب (٢، ٣) ، ح (٦، ٣) ، د (٦، ٠)

(أنظر الشبحة ١٧) « (٨، ٠) »

أوجد : إحداثي نقطة م

١٦ إذا كانت : د (١-، ١-) ، ب (٣، ٢) ، ح (٠، ٦) ، د (٤-، ٣) أربع نقط

في مستوى إحداثي متعامد أثبت أن :  $\overline{AC}$  ،  $\overline{BD}$  ينصف كل منهما الآخر. (السويس ١٩)

١٧ أثبت أن النقط : د (٢-، ٣) ، ب (٠، ٥-) ، ح (٧-، ٠) ، د (٩-، ٨)

(الفيوم ١٩)

هي رؤوس متوازي أضلاع.

١٨ إذا كانت النقط : د (٢، ٣) ، ب (٣-، ٤) ، ح (٢-، ١-) ، د (٣، ٢-)

هي رؤوس معين فأوجد :

١ إحداثي نقطة تقاطع القطرين.

٢ مساحة المعين  $\square ABCD$  (الإسكندرية ٢٠، بوسعيد ١٨، الفيوم ١٧) « (٠، ١) ، ٢٤ وحدة مربعة »

١٩  $\overline{AC}$  متوازي أضلاع فيه : د (٢، ٣) ، ب (٥-، ٤) ، ح (٣-، ٠)

أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطريه ، ثم أوجد إحداثي نقطة د

(الدقهلية ٢٠، الإسكندرية ١٩، البحيرة ١٨، أسيوط ١٧) « (١-، ١-) ، (٤، ١-) »

٢٠

أثبت أن النقط :  $أ(٠، ٦)$  ،  $ب(٢، -٤)$  ،  $ح(-٤، ٢)$  هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في  $ب$  ، ثم أوجد إحداثي نقطة  $د$  التي تجعل الشكل  $أبحد$  مستطيلاً.  
(البجدة ١٩ ، كثر الشيخ ١٤ ، أسبوط ١١) «(٠، ٦)»

٢١

أثبت أن النقط :  $أ(٣، ٥)$  ،  $ب(٢، -٣)$  ،  $ح(-٢، -٤)$  هي رؤوس مثلث منفرج الزاوية في  $ب$  ، ثم أوجد إحداثي نقطة  $د$  التي تجعل الشكل  $أبحد$  معيناً وأوجد مساحة سطحه.  
(٠، ١) ، ٢١ وحدة مربعة،

٢٢

أثبت أن النقط :  $أ(٠، ٣-)$  ،  $ب(٤، ٣)$  ،  $ح(١، ٦-)$  هي رؤوس مثلث متساوي الساقين رأسه  $أ$  ، ثم أوجد طول القطعة المستقيمة المرسومة من  $أ$  عمودية على  $بحد$   
(قنا ١٩ ، مطرو ١٨ ، المنوفية ١٦ ، القليوبية ١٢) «٢٦ وحدة طول»

٢٣

$أبحد$  مثلث حيث  $أ(١، ١)$  ،  $ب(١، ٣)$  ،  $ح(٣، ١)$   
أثبت أن :  $\Delta أبحد$  متساوي الساقين وأوجد مساحة سطحه. (الشرقية ١٨) «٢ وحدة مربعة»

٢٤

$أبحد$  متوازي أضلاع فيه :  $أ(٤، ٣)$  ،  $ب(١، ٢)$  ،  $ح(-٤، ٣-)$   
أوجد إحداثي  $د$  ، خذ  $هـ \Rightarrow أ$  حيث  $هـ = ٢أ$  ما إحداثي النقطة  $هـ$  ؟  
(٠، ٩-) ، (٢، ٣-)

٢٥

$أبحد$  شكل رباعي فيه :  $س(٣، ٢)$  ،  $ص(٣، م)$  ،  $ع(١، ١)$  ،  $ل(-٤، ٤)$  منتصفات  $أب$  ،  $أد$  ،  $بحد$  ،  $دحد$  على الترتيب.  
أوجد قيمة :  $م + ن$

«٤-»

للمتفوقين

٢٦

$أبحد$  شبه منحرف فيه :  $بحد = ٢أ$  فإذا كان :  $أ(٤، ٦)$  ،  $ب(٤، -٢)$  ،  $ح(-٢، -٤)$  فأوجد إحداثي نقطة  $د$  حيث  $بحد // أد$   
(٣، ٣) «  
(إرشاد : أكمل متوازي الأضلاع  $أبحد$  واستخدمه في إيجاد  $د$ )

٢٥٦





الدرس

3

## ميل الخط المستقيم

درست سابقاً ميل الخط المستقيم بمعلومية نقطتين عليه.

فإذا كانت  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  نقطتين في المستوى الإحداثي المتعامد بحيث

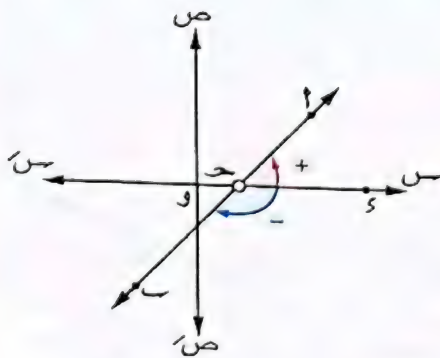
$$\text{ميل المستقيم } AB = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

وفي هذا الدرس سنتعلم كيفية إيجاد ميل المستقيم بمعلومية قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها هذا المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

ونمهد لدراسة هذا الموضوع بدراسة القياس الموجب والقياس السالب للزاوية.

### القياس الموجب والقياس السالب للزاوية

في الشكل المقابل :



إذا كان  $\alpha$  يقطع محور السينات في نقطة حـ

فإن  $\alpha$  يصنع زاويتين مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

إحداهما موجبة (أي لها قياس موجب)

مأخوذة من الاتجاه الموجب لمحور السينات

إلى المستقيم في عكس اتجاه حركة عقارب الساعة وهي  $\alpha - \pi$



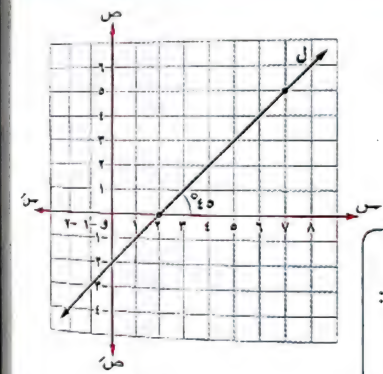
• والأخرى سالبة (أي لها قياس سالب)  
مأخوذة من الاتجاه الموجب لمحور السينات إلى المستقيم  
في نفس اتجاه حركة عقارب الساعة وهي **دعرب**

### ميل الخط المستقيم

#### تعريف



ميل الخط المستقيم هو ظل الزاوية الموجبة التي يصنعها هذا المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.  
أي أن: ميل الخط المستقيم = ط هـ  
حيث هـ قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.



فمثلاً: في الشكل المقابل:

المستقيم ل يصنع زاوية قياسها  $45^\circ$   
مع الاتجاه الموجب لمحور السينات  
فيكون: ميل المستقيم ل = ط هـ  $1 = \frac{0}{5-0}$

#### لاحظ أن

المستقيم يمر بالنقطتين:  $(0, 2)$  ،  $(5, 0)$  فيكون:  
ميل المستقيم ل =  $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{0 - 2}{5 - 0} = -\frac{2}{5}$

ملاحظة: الزاوية التي يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات تأخذ إحدى الحالات الآتية:

١ حادة	٢ منفرجة	٣ صفرية	٤ قائمة
فيكون الميل موجباً	فيكون الميل سالباً	فيكون الميل صفراً	فيكون الميل غير معرف

#### مثال ١

أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها:  $124^\circ 15' 12''$

#### الحل

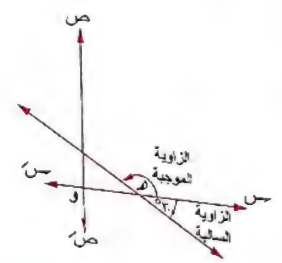
١ ميل الخط المستقيم = ط هـ  $1 = \frac{0}{5-0}$   
٢ ميل الخط المستقيم = ط هـ  $124^\circ 15' 12'' = -1.4685$

#### مثال ٢

أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان ميل المستقيم:  $1.486$

#### الحل

١  $م = ط هـ$   
 $1.486 = ط هـ$   
٢  $م = ط هـ$   
٣  $م = ط هـ$   
٤  $م = ط هـ$   
٥  $م = ط هـ$   
٦  $م = ط هـ$   
٧  $م = ط هـ$   
٨  $م = ط هـ$   
٩  $م = ط هـ$   
١٠  $م = ط هـ$   
١١  $م = ط هـ$   
١٢  $م = ط هـ$   
١٣  $م = ط هـ$   
١٤  $م = ط هـ$   
١٥  $م = ط هـ$   
١٦  $م = ط هـ$   
١٧  $م = ط هـ$   
١٨  $م = ط هـ$   
١٩  $م = ط هـ$   
٢٠  $م = ط هـ$   
٢١  $م = ط هـ$   
٢٢  $م = ط هـ$   
٢٣  $م = ط هـ$   
٢٤  $م = ط هـ$   
٢٥  $م = ط هـ$   
٢٦  $م = ط هـ$   
٢٧  $م = ط هـ$   
٢٨  $م = ط هـ$   
٢٩  $م = ط هـ$   
٣٠  $م = ط هـ$



وباستخدام الآلة الحاسبة كما يلي:  
نجد أن الآلة تعطي  $-30^\circ$   
حيث إنها مبرمجة على إيجاد الزاوية الحادة فقط سواء السالبة أو الموجبة ولكن المطلوب هو الزاوية الموجبة لذلك نوجد  $360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$   
فيكون:  $360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$



مثال ٢

أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التي يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين :

١)  $(-2, 3), (1, 4)$  ٢)  $(-2, 3), (3, 4)$

الحل

لاحظ أن الميل موجب وبالتالي تكون الزاوية حادة.

١) ∴ المستقيم ل يمر بالنقطتين :  $(-2, 3), (1, 4)$   

$$\tan \theta = \frac{4 - 3}{1 - (-2)} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \theta = (\text{د هـ}) = 60^\circ$$

لاحظ أن الميل سالب وبالتالي تكون الزاوية منفرجة.

٢) ∴ المستقيم ل يمر بالنقطتين :  $(-2, 3), (3, 4)$   

$$\tan \theta = \frac{4 - 3}{3 - (-2)} = \frac{1}{5}$$
 باستخدام الآلة الحاسبة كما يلي :



نجد أن الآلة تعطي  $11^\circ$  (وهي زاوية حادة سالبة)

فتوجد الزاوية الموجبة المنفرجة كما يلي :  $\theta = (\text{د هـ}) = 180^\circ - 11^\circ = 169^\circ$

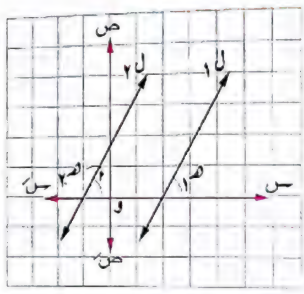
حاول بنفسك ١

١) أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها :  
 ١)  $30^\circ$  ٢)  $45^\circ$  ٣)  $120^\circ$

٢) أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان ميل المستقيم ٢,٦

٣) أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التي يصنعها المستقيم (ل) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين :  $(-1, 4), (5, -3)$

العلاقة بين ميل المستقيمين المتوازيين



في الشكل المقابل :

إذا كان ل١ ، ل٢ مستقيمين متوازيين ميلهما  $\alpha_1$  ،  $\alpha_2$  على الترتيب ويصنعان زاويتين موجبتين مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسهما  $\theta_1$  ،  $\theta_2$  على الترتيب فإن :

∴  $\alpha_1 = \alpha_2$  ∴  $\theta_1 = \theta_2$

وبالتالي نستنتج ما يلي :

إذا كانت :  $\alpha_1 // \alpha_2$  فإن :  $\alpha_1 = \alpha_2$   
 أى أنه : إذا توازى مستقيمان فإن ميليهما يكونان متساويين.

يمكن أيضًا استنتاج العكس :

إذا كانت :  $\alpha_1 = \alpha_2$  فإن :  $\alpha_1 // \alpha_2$   
 أى أنه : إذا تساوى ميل مستقيمين فى المستوى كان المستقيمان متوازيين.

مثال ٤

أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين  $(2, 3), (1, 6)$  يوازي المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $135^\circ$

الحل

∴ ميل المستقيم الأول  $\alpha_1 = \frac{3 - 6}{2 - 1} = -3$   
 ميل المستقيم الثانى  $\alpha_2 = \tan 135^\circ = -1$  ∴  $\alpha_1 \neq \alpha_2$   
 ∴ المستقيمان متوازيان.



## العلاقة بين ميلي المستقيمين المتعامدين

إذا كان:  $ل$ ،  $ل$  مستقيمين ميلاهما  $م$ ،  $م$  على الترتيب

وكان:  $ل \perp ل$  فإن:  $م \times م = 1$  (ما لم يوازي أحدهما أحد المحورين)

أي أن: حاصل ضرب ميلي المستقيمين المتعامدين يساوي 1-

والعكس صحيح: إذا كان:  $ل$ ،  $ل$  مستقيمين ميلاهما  $م$ ،  $م$

وكان:  $م \times م = 1$  فإن:  $ل \perp ل$

أي أنه: إذا كان حاصل ضرب ميلي مستقيمين يساوي 1 فإن المستقيمين يكونان متعامدين.

### مثال ٧

أثبت أن المستقيم  $ل$  المار بالنقطتين:  $(٤، ١)$ ،  $(٧، ٣)$  يكون عمودياً على المستقيم  $ل$  المار بالنقطتين:  $(١، ١)$ ،  $(٣، ٤)$

### الحل

$$\therefore \text{ميل } ل = \frac{٤-١}{٣-١} = \frac{٣}{٢} \quad \text{ميل } ل = \frac{٤-٧}{١-٣} = \frac{-٣}{-٢} = \frac{٣}{٢}$$

$$\therefore \text{ميل } ل \times \text{ميل } ل = \frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٩}{٤} \neq 1 \quad \therefore ل \not\perp ل$$

### مثال ٨

في المستوى الإحداثي المتعامد إذا كانت النقط:  $أ(١، ٧)$ ،  $ب(٢، ٤)$ ،  $ج(٥، ٥)$  تمثل رؤوس مثلث قائم الزاوية في  $ب$  فأوجد قيمة:  $ص$

### الحل

$$\therefore \text{ميل } أ = \frac{٧-٤}{١-٢} = \frac{٣}{-١} = -٣ \quad \text{ميل } ب = \frac{٤-٥}{٢-٥} = \frac{-١}{-٣} = \frac{١}{٣}$$

$$\therefore \text{ميل } أ \times \text{ميل } ب = -٣ \times \frac{١}{٣} = -1 \quad \therefore أ \perp ب$$

$$\therefore \text{ميل } ب = \frac{٤-٥}{٢-٥} = \frac{-١}{-٣} = \frac{١}{٣} \quad \therefore ١ = ٤ - ص \quad \therefore ص = ٥$$

### مثال ٥

إذا كانت:  $أ(١، -٢)$ ،  $ب(٢، ٣)$ ،  $ج(-٤، ١)$ ،  $د(س، ٢)$  أربع نقاط في مستوى إحداثي متعامد وكان  $أب \parallel جد$  فأوجد قيمة:  $س$

### الحل

$$\therefore \text{ميل } أب \parallel جد \quad \therefore \text{ميل المستقيم المار بالنقطتين: } أ(١، -٢) \text{، } ب(٢، ٣) \text{ يساوي ميل المستقيم المار بالنقطتين: } ج(-٤، ١) \text{، } د(س، ٢)$$

$$\therefore \frac{٣-(-٢)}{٢-١} = \frac{٢-١}{س-(-٤)} \quad \therefore \frac{٥}{١} = \frac{١}{س+٤}$$

$$\therefore ٥ = س + ٤ \quad \therefore س = ١$$

### مثال ٦

في المستوى الإحداثي المتعامد أثبت أن النقط:  $أ(١، -٦)$ ،  $ب(٣، -٤)$ ،  $ج(٢، -١،٥)$  تقع على استقامة واحدة.

### الحل

$$\therefore \text{ميل } أب = \frac{-٤-(-٦)}{٣-١} = \frac{٢}{٢} = ١ \quad \text{ميل } أ = \frac{-١،٥-(-٦)}{٢-١} = \frac{٤،٥}{١} = ٤،٥$$

$$\therefore \text{ميل } أب \neq \text{ميل } أ \quad \therefore أ، ب، ج \text{ لا تقع على استقامة واحدة.}$$

### لاحظ أنه

إذا كان:  $أ$ ،  $ب$  ميل  $أ = \text{ميل } ب$

فإن:  $أ$ ،  $ب$ ،  $ج$  تكون على استقامة واحدة.

### حل بلفسك ٢

١ أثبت أن: المستقيم  $ل$  المار بالنقطتين:  $أ(١، ٥)$ ،  $ب(٢، -١)$  يوازي المستقيم  $ل$  المار بالنقطتين:  $أ(٠، -١)$ ،  $ب(٥، ٩)$

٢ إذا كان المستقيم  $أب \parallel$  محور السينات حيث:  $أ(٥، -٤)$ ،  $ب(٢، -٢)$  فأوجد قيمة:  $ص$



### ملاحظات لحل مسائل الأشكال الرباعية

لإثبات أن الشكل الرباعي شبه منحرف نثبت أن :

ضلعين متقابلين فيه متوازيان والضلعان الآخران غير متوازيين.

إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع ثبت إحدى الخواص الآتية :

كل ضلعين متقابلين متوازيان.

كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول.

ضلعان متقابلان متوازيان ومتساويان في الطول.

لقطران ينصف كل منهما الآخر.

إثبات أن الشكل الرباعي مستطيل أو معين أو مربع فإننا نثبت أولاً أن هذا الشكل متوازي أضلاع كما سبق ، ثم :

الإثبات أن متوازي الأضلاع هو مستطيل تثبت إحدى الخاصيتين الآتيتين :

① ضلعان متجاوران فيه متعامدان. ② القطران متساويان في الطول.

الإثبات أن متوازي الأضلاع هو معين نشأت إحدى الخاصيتين الآتيتين :

① ضلعان متجاوران فيه متساويان في الطول.

② القطران متعامدان.

الإثبات أن متوازي الأضلاع هو مربع نشأت إحدى الخواص الآتية :

① ضلعان متجاوران فیہ متعامدان ومتساویان فی الطول.

② ضلعان، متحابان: ان فیہ متعامدان ، والقطران متعامدان.

③ القطران متساويان في الطول ، ومتعامدان.

④ ضلعان متجاوران فیہ متساویان فی الطول و قطراہ متساویان فی الطول۔

” ملاحظة

إذا كان:  $l \perp l$  وكان ميل  $l$  هو  $m$  ، ميل  $l$  هو  $m$  حيث  $m \neq 0$  ،  $m \neq 0$  ،  
فإن:  $m = \frac{1}{m}$  ،  $m = \frac{1}{m}$

“

فمثلاً: • إذا كان ميل المستقيم  $l$  هو  $\frac{2}{3}$  فإن ميل المستقيم العمودي عليه  $\frac{1}{3}$

• إذا كان ميل المستقيم  $l$  هو  $\frac{2}{3}$  فإن ميل المستقيم العمودي عليه  $\frac{3}{2}$ .

**مثالی**

في الشكل المقابل :

إذا كان : ل ١ ل ٢

**فأوجد : قيمة لـ**

### الحل

∴ المستقيم ل يمر بالنقطتين  $(-1, 0)$  ،  $(0, 1)$  ،  $(1, 2)$  ،  $(2, 3)$  ،  $(3, 4)$  ،  $(4, 5)$  ،  $(5, 6)$  ،  $(6, 7)$  ،  $(7, 8)$  ،  $(8, 9)$  ،  $(9, 10)$  ،  $(10, 11)$  ،  $(11, 12)$  ،  $(12, 13)$  ،  $(13, 14)$  ،  $(14, 15)$  ،  $(15, 16)$  ،  $(16, 17)$  ،  $(17, 18)$  ،  $(18, 19)$  ،  $(19, 20)$  ،  $(20, 21)$  ،  $(21, 22)$  ،  $(22, 23)$  ،  $(23, 24)$  ،  $(24, 25)$  ،  $(25, 26)$  ،  $(26, 27)$  ،  $(27, 28)$  ،  $(28, 29)$  ،  $(29, 30)$  ،  $(30, 31)$  ،  $(31, 32)$  ،  $(32, 33)$  ،  $(33, 34)$  ،  $(34, 35)$  ،  $(35, 36)$  ،  $(36, 37)$  ،  $(37, 38)$  ،  $(38, 39)$  ،  $(39, 40)$  ،  $(40, 41)$  ،  $(41, 42)$  ،  $(42, 43)$  ،  $(43, 44)$  ،  $(44, 45)$  ،  $(45, 46)$  ،  $(46, 47)$  ،  $(47, 48)$  ،  $(48, 49)$  ،  $(49, 50)$  ،  $(50, 51)$  ،  $(51, 52)$  ،  $(52, 53)$  ،  $(53, 54)$  ،  $(54, 55)$  ،  $(55, 56)$  ،  $(56, 57)$  ،  $(57, 58)$  ،  $(58, 59)$  ،  $(59, 60)$  ،  $(60, 61)$  ،  $(61, 62)$  ،  $(62, 63)$  ،  $(63, 64)$  ،  $(64, 65)$  ،  $(65, 66)$  ،  $(66, 67)$  ،  $(67, 68)$  ،  $(68, 69)$  ،  $(69, 70)$  ،  $(70, 71)$  ،  $(71, 72)$  ،  $(72, 73)$  ،  $(73, 74)$  ،  $(74, 75)$  ،  $(75, 76)$  ،  $(76, 77)$  ،  $(77, 78)$  ،  $(78, 79)$  ،  $(79, 80)$  ،  $(80, 81)$  ،  $(81, 82)$  ،  $(82, 83)$  ،  $(83, 84)$  ،  $(84, 85)$  ،  $(85, 86)$  ،  $(86, 87)$  ،  $(87, 88)$  ،  $(88, 89)$  ،  $(89, 90)$  ،  $(90, 91)$  ،  $(91, 92)$  ،  $(92, 93)$  ،  $(93, 94)$  ،  $(94, 95)$  ،  $(95, 96)$  ،  $(96, 97)$  ،  $(97, 98)$  ،  $(98, 99)$  ،  $(99, 100)$  ،  $(100, 101)$  ،  $(101, 102)$  ،  $(102, 103)$  ،  $(103, 104)$  ،  $(104, 105)$  ،  $(105, 106)$  ،  $(106, 107)$  ،  $(107, 108)$  ،  $(108, 109)$  ،  $(109, 110)$  ،  $(110, 111)$  ،  $(111, 112)$  ،  $(112, 113)$  ،  $(113, 114)$  ،  $(114, 115)$  ،  $(115, 116)$  ،  $(116, 117)$  ،  $(117, 118)$  ،  $(118, 119)$  ،  $(119, 120)$  ،  $(120, 121)$  ،  $(121, 122)$  ،  $(122, 123)$  ،  $(123, 124)$  ،  $(124, 125)$  ،  $(125, 126)$  ،  $(126, 127)$  ،  $(127, 128)$  ،  $(128, 129)$  ،  $(129, 130)$  ،  $(130, 131)$  ،  $(131, 132)$  ،  $(132, 133)$  ،  $(133, 134)$  ،  $(134, 135)$  ،  $(135, 136)$  ،  $(136, 137)$  ،  $(137, 138)$  ،  $(138, 139)$  ،  $(139, 140)$  ،  $(140, 141)$  ،  $(141, 142)$  ،  $(142, 143)$  ،  $(143, 144)$  ،  $(144, 145)$  ،  $(145, 146)$  ،  $(146, 147)$  ،  $(147, 148)$  ،  $(148, 149)$  ،  $(149, 150)$  ،  $(150, 151)$  ،  $(151, 152)$  ،  $(152, 153)$  ،  $(153, 154)$  ،  $(154, 155)$  ،  $(155, 156)$  ،  $(156, 157)$  ،  $(157, 158)$  ،  $(158, 159)$  ،  $(159, 160)$  ،  $(160, 161)$  ،  $(161, 162)$  ،  $(162, 163)$  ،  $(163, 164)$  ،  $(164, 165)$  ،  $(165, 166)$  ،  $(166, 167)$  ،  $(167, 168)$  ،  $(168, 169)$  ،  $(169, 170)$  ،  $(170, 171)$  ،  $(171, 172)$  ،  $(172, 173)$  ،  $(173, 174)$  ،  $(174, 175)$  ،  $(175, 176)$  ،  $(176, 177)$  ،  $(177, 178)$  ،  $(178, 179)$  ،  $(179, 180)$  ،  $(180, 181)$  ،  $(181, 182)$  ،  $(182, 183)$  ،  $(183, 184)$  ،  $(184, 185)$  ،  $(185, 186)$  ،  $(186, 187)$  ،  $(187, 188)$  ،  $(188, 189)$  ،  $(189, 190)$  ،  $(190, 191)$  ،  $(191, 192)$  ،  $(192, 193)$  ،  $(193, 194)$  ،  $(194, 195)$  ،  $(195, 196)$  ،  $(196, 197)$  ،  $(197, 198)$  ،  $(198, 199)$  ،  $(199, 200)$  ،  $(200, 201)$  ،  $(201, 202)$  ،  $(202, 203)$  ،  $(203, 204)$  ،  $(204, 205)$  ،  $(205, 206)$  ،  $(206, 207)$  ،  $(207, 208)$  ،  $(208, 209)$  ،  $(209, 210)$  ،  $(210, 211)$  ،  $(211, 212)$  ،  $(212, 213)$  ،  $(213, 214)$  ،  $(214, 215)$  ،  $(215, 216)$  ،  $(216, 217)$  ،  $(217, 218)$  ،  $(218, 219)$  ،  $(219, 220)$  ،  $(220, 221)$  ،  $(221, 222)$  ،  $(222, 223)$  ،  $(223, 224)$  ،  $(224, 225)$  ،  $(225, 226)$  ،  $(226, 227)$  ،  $(227, 228)$  ،  $(228, 229)$  ،  $(229, 230)$  ،  $(230, 231)$  ،  $(231, 232)$  ،  $(232, 233)$  ،  $(233, 234)$  ،  $(234, 235)$  ،  $(235, 236)$  ،  $(236, 237)$  ،  $(237, 238)$  ،  $(238, 239)$  ،  $(239, 240)$  ،  $(240, 241)$  ،  $(241, 242)$  ،  $(242, 243)$  ،  $(243, 244)$  ،  $(244, 245)$  ،  $(245, 246)$  ،  $(246, 247)$  ،  $(247, 248)$  ،  $(248, 249)$  ،  $(249, 250)$  ،  $(250, 251)$  ،  $(251, 252)$  ،  $(252, 253)$  ،  $(253, 254)$  ،  $(254, 255)$  ،  $(255, 256)$  ،  $(256, 257)$  ،  $(257, 258)$  ،  $(258, 259)$  ،  $(259, 260)$  ،  $(260, 261)$  ،  $(261, 262)$  ،  $(262, 263)$  ،  $(263, 264)$  ،  $(264, 265)$  ،  $(265, 266)$  ،  $(266, 267)$  ،  $(267, 268)$  ،  $(268, 269)$  ،  $(269, 270)$  ،  $(270, 271)$  ،  $(271, 272)$  ،  $(272, 273)$  ،  $(273, 274)$  ،  $(274, 275)$  ،  $(275, 276)$  ،  $(276, 277)$  ،  $(277, 278)$  ،  $(278, 279)$  ،  $(279, 280)$  ،  $(280, 281)$  ،  $(281, 282)$  ،  $(282, 283)$  ،  $(283, 284)$  ،  $(284, 285)$  ،  $(285, 286)$  ، <

$$1 = \frac{-1}{(1-) - .} = 1 \text{ ميل ل}$$

∴ المستقيم  $LM$  يمر بالنقطتين  $A(0, 2)$  و  $B(4, 0)$ .

$$\frac{e}{\xi} = \frac{e}{\xi} = \text{میل لہ}$$

∴  $l \perp l_1$  ، ميل  $l = 1$

∴ میل لم = ۱-

من (١) ، (٢) :  $\therefore \frac{e}{\xi} = 1 \therefore \xi = e$

٣

۱) إذا كانت:  $2 - (5, 2)$  ،  $1 - (2, 1)$  ،  $3 - (4, 3)$  ثلاث نقاط في مستوى

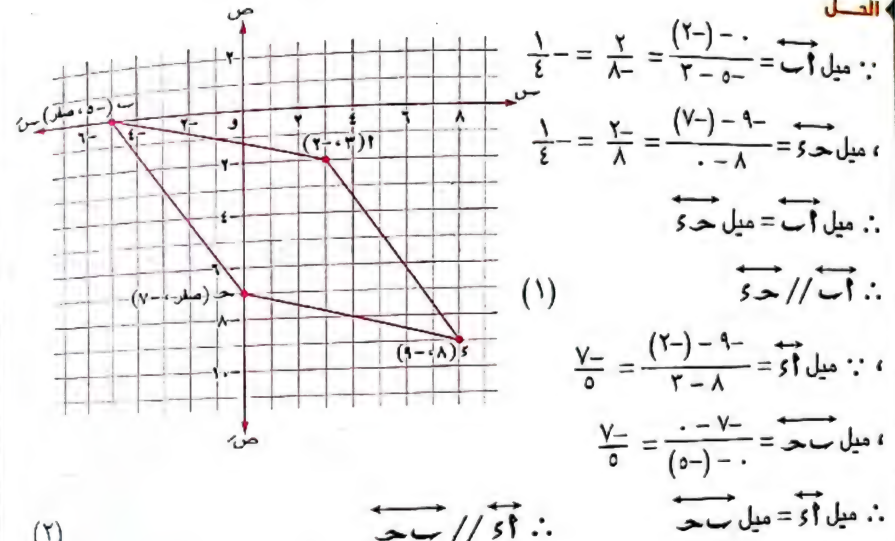
ثابت ان:  $a \perp b$

الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $135^\circ$

### مثال ١٥

على مستوى إحداثي متعامد مثل النقط:  $أ(٢، ٣)$  ،  $ب(٠، ٥)$  ،  $ج(٠، ٧)$  ،  $د(٨، ٩)$  ثم أثبت أن: الشكل  $أبج$  متوازي أضلاع.

#### الحل



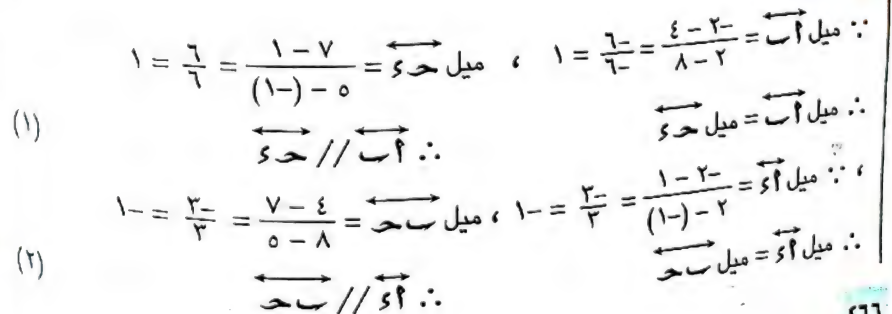
(٢)

من (١) ، (٢) : الشكل  $أبج$  متوازي أضلاع.

### مثال ١٦

أثبت أن النقط:  $أ(٢، ٢)$  ،  $ب(٨، ٤)$  ،  $ج(٥، ٧)$  ،  $د(١، ١)$  هي رؤس المستطيل  $أبج$ .

#### الحل



(٢)

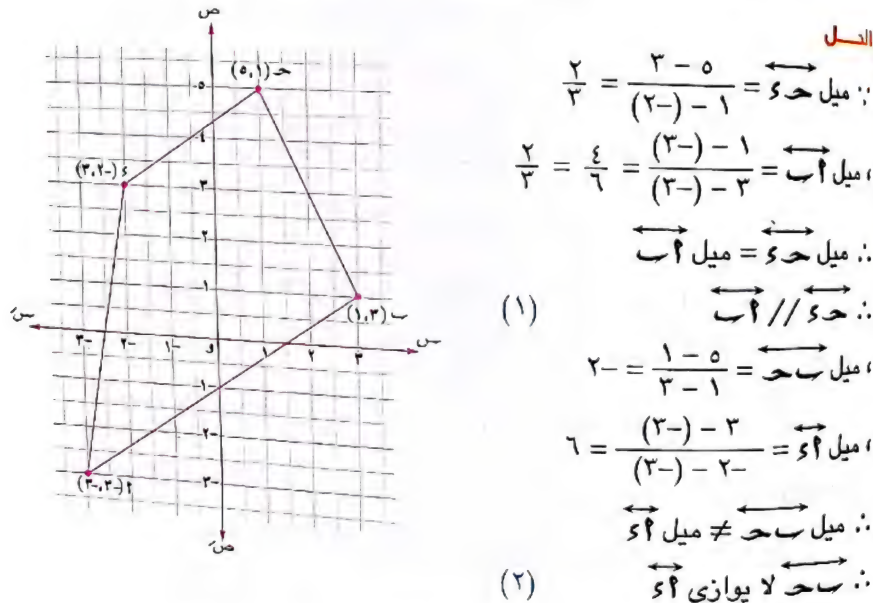
$\therefore$  الشكل  $أبج$  متوازي أضلاع.

من (١) ، (٢) ينتج أن: الشكل  $أبج$  متوازي أضلاع  
 $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2-0 \\ 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$  ،  $\vec{GD} = \begin{pmatrix} 8-0 \\ 9-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$  ،  
 $\vec{BG} = \begin{pmatrix} 0-2 \\ 7-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$  ،  $\vec{DA} = \begin{pmatrix} 2-8 \\ 3-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \end{pmatrix}$  ،  
 $\vec{AB} = \vec{GD}$  ،  $\vec{BG} = \vec{DA}$  ،  
 $\therefore \vec{AB} // \vec{GD}$  ،  $\vec{BG} // \vec{DA}$  ،  
 (١)  $\therefore$  الشكل  $أبج$  متوازي أضلاع.

### مثال ١٧

على مستوى إحداثي متعامد مثل النقط:  $أ(٣، ٣)$  ،  $ب(١، ١)$  ،  $ج(٥، ١)$  ،  $د(٣، ٢)$  ثم أثبت أن: الشكل  $أبج$  شبه منحرف.

#### الحل



(٢)

من (١) ، (٢) : الشكل  $أبج$  شبه منحرف.

١-  $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1-3 \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$  ،  $\vec{GD} = \begin{pmatrix} 3-5 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  ،  
 ٢-  $\vec{BG} = \begin{pmatrix} 5-1 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$  ،  $\vec{DA} = \begin{pmatrix} 3-3 \\ 2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  ،  
 ٣-  $\vec{AB} = \vec{GD}$  ،  $\vec{BG} = \vec{DA}$  ،  
 ٤-  $\therefore \vec{AB} // \vec{GD}$  ،  $\vec{BG} // \vec{DA}$  ،  
 ٥- (١)  $\therefore$  الشكل  $أبج$  متوازي أضلاع.



أكمل ما يأتي :

١ ميل المستقيم الموازي لمحور السينات .....

٢ ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات .....

٣ إذا كان :  $\vec{AB} // \vec{CD}$  وكان ميل  $\vec{AB} = \frac{2}{3}$

فإن : ميل  $\vec{CD} = \dots\dots\dots$

٤ إذا كان :  $\vec{AB} \perp \vec{CD}$  وكان ميل  $\vec{AB} = \frac{1}{2}$

فإن : ميل  $\vec{CD} = \dots\dots\dots$

٥  $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $B$  فيه :  $A(5, 1) = \vec{AB}$  ،  $B(1, 0) = \vec{BC}$

فإن : ميل  $\vec{AC} = \dots\dots\dots$

٦  $ABCD$  متوازي أضلاع حيث  $A(-1, 4)$  ،  $B(0, 1)$

فإن : ميل  $\vec{DC} = \dots\dots\dots$

٧ إذا كان :  $ABCD$  مربعاً قطراه  $\vec{AC}$  ،  $\vec{BD}$  حيث :  $A(3, 0)$  ،  $B(0, -1)$

فإن : ميل  $\vec{BC} = \dots\dots\dots$

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

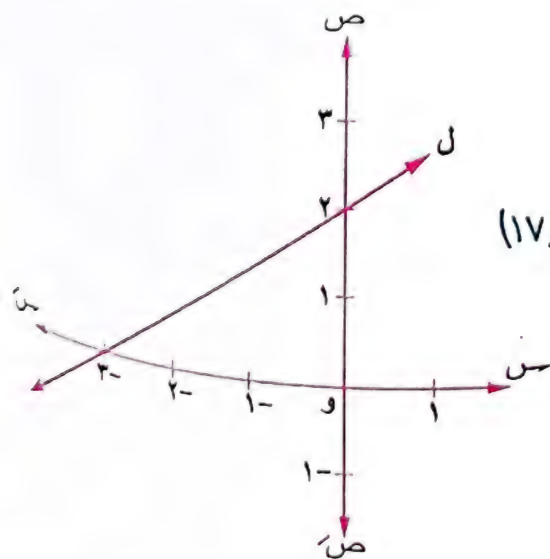
١ في الشكل المقابل :

ميل المستقيم  $l$  يساوي .....

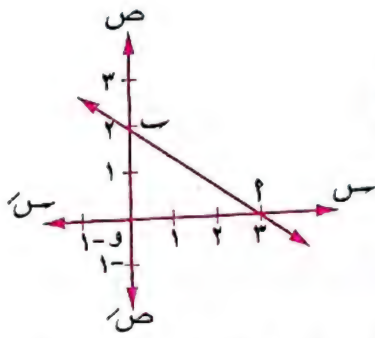
(البدر الأحمدي ١٧)

(أ)  $\frac{2}{3}$  (ب)  $\frac{2}{3}$

(ج)  $\frac{3}{2}$  (د)  $\frac{3}{2}$



٢ في الشكل المقابل :



(الأقصر ١٩)

(ب)  $\frac{2}{3}$

(د)  $\frac{3}{2}$

(أ)  $\frac{2}{3}$

(ج)  $\frac{3}{2}$

٣ ميل المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ه يساوى .....  
(الجينة ١٧)

(أ) ه (ب) ه (ج)  $\frac{\text{ه}}{\text{ه}}$  (د) ه + ه

٤ إذا كان ميل خط مستقيم أكبر من الصفر فإن الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات تكون .....  
(دمياط ١١)

(أ) صفرية. (ب) حادة. (ج) قائمة. (د) منفرجة.

٥ إذا كان : م ، م ميلى مستقيمين متعامدين فإن .....  
(قنا ١٢)

(أ)  $\text{م} = \text{م}$  (ب)  $\text{م} - \text{م} = 0$  (ج)  $\text{م} \cdot \text{م} = 1$  (د)  $\text{م} \cdot \text{م} = -1$

٦ إذا كان : م ، م ميلى مستقيمين متوازيين فإن .....  
(بوسعيد ٠٨)

(أ)  $\text{م} - \text{م} = 0$  (ب)  $\text{م} + \text{م} = 0$  (ج)  $\text{م} \cdot \text{م} = 0$  (د)  $\text{م} - \text{م} \neq 0$

٧ المستقيم المار بالنقطتين : (٠ ، ٠) ، (٣ ، ٢) يوازي المستقيم الذي ميله يساوى .....  
(الشرقية ١٣)

(أ)  $\frac{2}{3}$  (ب)  $\frac{3}{2}$  (ج)  $\frac{2}{3}$  (د)  $\frac{3}{2}$

٨ إذا كان المستقيم ل عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين : (٢ ، ١-) ، (٥ ، ٠) فإن ميل المستقيم ل = .....

(أ) ٢ (ب) -٣ (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $-\frac{1}{3}$

٩ إذا كان : م ، م ميلى مستقيمين متعامدين ،  $\text{م} = ٧٥$  ، فإن : م = .....

(الشرقية ١٣)

(أ)  $-\frac{3}{4}$  (ب)  $\frac{4}{3}$  (ج)  $-\frac{4}{3}$  (د)  $\frac{3}{4}$

١٠ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{3}{2}$  متوازيين فإن : ل = .....

(مطروحة ١٩٤٠ ، الإسكندرية ١٧)

(أ)  $\frac{3}{2}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج) ٢ (د)  $\frac{2}{3}$



١١ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين :  $(-5, 0)$  ،  $(2, 3)$  يوازي المستقيم المار بالنقطتين  $(2, 0)$  ،  $(4, 3)$  فإن :  $س =$  .....

- (أ) ٢ (ب) -٢ (ج) صفر (د) ١

١٢ المستقيم المار بالنقطتين :  $(-1, -1)$  ،  $(4, 4)$  يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها .....  
(ش. سيناء، ١٧، المنوفية ١٥)

- (أ)  $30^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $135^\circ$

١٣ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين :  $(0, 4)$  ،  $(4, 0)$  عمودياً على المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة قياسها  $45^\circ$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

فإن :  $ل =$  .....  
(أسواه ١٣)

- (أ) ٤ (ب) -٤ (ج) ١ (د) -١

١٤ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $ل \perp ل'$

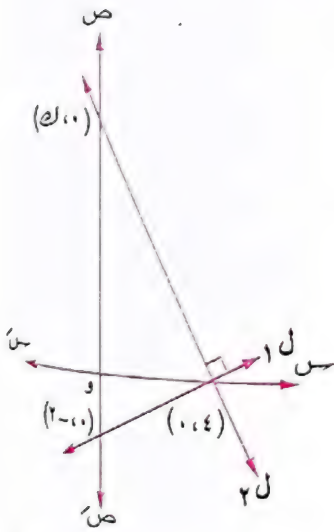
فإن :  $ل =$  .....

(ب) ٤

(أ) ٢

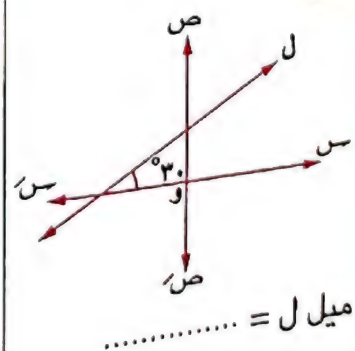
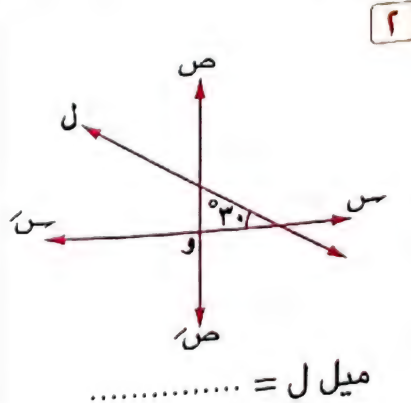
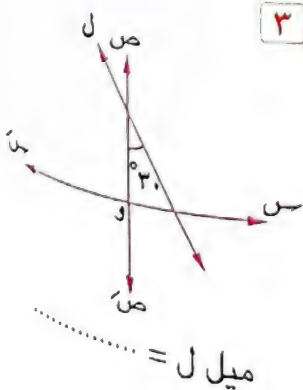
(ج) ٦

(د) ٨



٣ اكتب أسفل كل شكل ميل المستقيم ل :

١



أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

١	صفر	٢	٣٠	٤	٥٧
٢	٦٠	٦	٩٠	٧	٨٦
٣				٨	١٢٥

باستخدام الآلة الحاسبة أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم الذي ميله (د) الاتجاه الموجب لمحور السينات في كل من الحالات الآتية :

$$\begin{aligned} \text{١} \quad 0.2 &= m \\ \text{٢} \quad 1.0246 &= m \\ \text{٣} \quad 0.3673 &= m \\ \text{٤} \quad \frac{4}{5} &= m \end{aligned}$$

أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : (٢ ، ٤) ، (٦ ، ٥) يوازي المستقيم المار بالنقطتين : (١ ، ١-) ، (٥ ، ٠)

أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : (٤ ، ٣-) ، (٤ ، ٤) ح (٢- ، ٣-) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين : (٢ ، ١) ، (٢ ، ٣-)

أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : (٢ ، ١-) ، (٢ ، ٦) يوازي المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة قياسها ٤٥ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات. (المجموع : ٢٠ ، الفكرة : ١٨ ، التمرين : ١٧)

أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : (٤ ، ٣) ، (٢ ، ٥) عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٣٠ (الفكرة : ١٦ ، التمرين : ١٦)

في المستوى الإحداثي المتعامد إذا كانت : (١ ، ٥) ، (٣ ، ١-) ح (٧ ، ٤) ، (١ ، ٢) أربع نقاط تحقق أن  $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$  فأوجد قيمة : س

إذا كان المثلث الذي رؤوسه النقط ص (٢ ، ٤) ، س (٥ ، ٣) ، ع (١- ، ٥-) قائم الزاوية في ص أوجد قيمة : ٢ (المجموع : ٢٠ ، الفكرة : ١٧ ، التمرين : ١٧)

إذا كان المستقيم  $\overrightarrow{AB} \parallel$  محور الصادات حيث : (٧ ، س) ، (٥ ، ٣) فأوجد قيمة : س

إذا كان المستقيم  $\overrightarrow{CD} \parallel$  محور السينات حيث : (٢ ، ٤) ، (٥ ، ٥-) فأوجد قيمة : ص





١٤ إذا كان المستقيم  $l$  يمر بالنقطتين  $(1, 3)$  ،  $(2, 4)$  والمستقيم  $m$  يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $45^\circ$  فأوجد قيمة  $k$  إذا كان المستقيمان  $l$  ،  $m$  :  
 ١ متوازيين. ٢ متعامدين. (أسوان ٢٠، الإسكندرية ١٨، أسبوط ١٧) «صفر» ٢.

١٥ أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم  $l$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم  $l$  يمر بالنقطتين :  $(3, 4)$  ،  $(2, 5)$  «٥٠ ٥٧ ٧٥»

١٦ أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم  $l$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم  $l$  يمر بالنقطتين :  $(0, 0)$  ،  $(2, -2)$  «١٣٥»

١٧ أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم  $l$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم  $l$  عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين :  $(-2, 0)$  ،  $(4, 1)$  «٤٥»

١٨ أثبت أن النقط :  $أ(1, 1)$  ،  $ب(2, 3)$  ،  $ح(0, -1)$  تقع على استقامة واحدة. (القاهرة ١٣)

١٩ إذا كانت النقط :  $(1, 0)$  ،  $(2, 3)$  ،  $(0, 5)$  تقع على استقامة واحدة فأوجد قيمة :  $أ$  (القاهرة ٢٠، دمياط ١٩، سوهاج ١٨، قنا ١٦، الغربية ١٤) «١»

٢٠ إذا كان :  $أ(1, 7)$  ،  $ب(-1, 0)$  ،  $ح(4, 2)$  أثبت أن :  $ح \notin \overleftrightarrow{أب}$

٢١ إذا كانت :  $أ(-1, 1)$  ،  $ب(2, 3)$  ،  $ح(6, 0)$  أثبت أن : المثلث  $أب ح$  قائم الزاوية في  $ب$  (أسوان ١٩، كفر الشيخ ١٧، السويس ١٤)

٢٢ أثبت أن النقط :  $أ(-1, 1)$  ،  $ب(0, 5)$  ،  $ح(4, 2)$  ،  $د(0, 6)$  هي رؤوس لمتوازي الأضلاع  $أب ح د$  (بنى سويف ١٨، الأقصر ١٢)

٢٣ أثبت باستخدام الميل أن النقط :  $أ(-1, 3)$  ،  $ب(0, 1)$  ،  $ح(6, 4)$  هي رؤوس المستطيل  $أب ح د$  (شبيناء ١٨، سوهاج ١٧، بنى سويف ١٣)

٢٤ أثبت أن النقط :  $أ(1, 3)$  ،  $ب(6, 4)$  ،  $ح(7, 9)$  ،  $د(2, 8)$  هي رؤوس المعين  $أب ح د$

### الدرس الثالث

أثبت أن النقط : ١ (١- ، ١- ) ، ٢ (٣ ، ٢) ، ٣ (٠ ، ٦) ، ٤ (٤- ، ٣) هي رؤوس مربع.



في الشكل المقابل :

١ ح ح شبه منحرف فيه :  $\overline{أ} \parallel \overline{ح}$

٢ (٢- ، ٩) ، ٣ (٢ ، ٣) ، ٤ (٣- ، ٥-)

(السويش ١٩ ، الإسكندرية ١٤) « ١- ، ١- »

٥ (٣- ، ٤) أوجد إحداثي نقطة ح

أثبت أن النقط : ١ (٣ ، ٤) ، ٢ (٠ ، ٧) ، ٣ (٢- ، ١) هي رؤوس مثلث

وإذا كانت نقطة ٤ (٢ ، ١) فأثبت أن : الشكل ١ ح ح شبه منحرف

« ٢ : ١ »

وأوجد النسبة بين : ٤ ، ٥ ح

### للمتفوقين

أوجد ميل المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة

«  $\frac{3}{4}$  »

جيبها  $\frac{2}{5}$

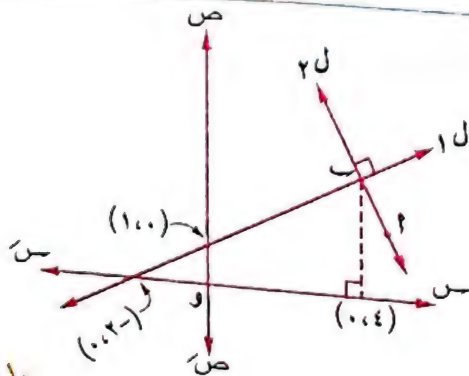
إذا كانت النقط : ١ (١ ، ١) ، ٢ (٣ ، ٣) ، ٣ (٠ ، ٣- ) ، ٤ (٣- ، ٥) هي رؤوس المستطيل ١ ح ح فأوجد قيمة كل من : ٥ ، ٦

« ٤ ، ٢- »

١ ح ح معين فيه : ٢ (٢ ، ٣) ، ٣ (٤ ، ٤) ، ٤ (١- ، ٢- ) أوجد :

(الإسماعيلية ١٣) « ٢- ، ٦ ، ٢ وحدة طول »

١ قيمة لـ ٢ طول لـ ٤



في الشكل المقابل :

إذا كان : المستقيم ل  $\perp$  المستقيم ل

،  $\exists$  المستقيم ل بحيث : ٢ (٣٥ ، ٣)

أوجد قيمة : م



## أولاً إيجاد ميل الخط المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

### مثال تمهيدي

مثل بيانياً العلاقة :  $2 - س = ص + 3 = 0$  ثم أوجد من الرسم ميل المستقيم الممثل لهذه العلاقة وطول الجزء المقطوع بالمستقيم من محور الصادات.

### الحل

لرسم المستقيم يجب إيجاد على الأقل نقطتين من نقط المستقيم ، ولتسهيل ذلك يفضل وضع أحد المتغيرين  $س$  أو  $ص$  في طرف مستقل :

$$2 - س = ص + 3 = 0 \quad \therefore \quad 2 - س = ص + 3 \quad \therefore \quad 2 - س - 3 = ص \quad \therefore \quad -1 - س = ص$$

$$\therefore \quad 2 - س = ص + 3 \quad \therefore \quad 2 - س - 3 = ص \quad \therefore \quad -1 - س = ص$$

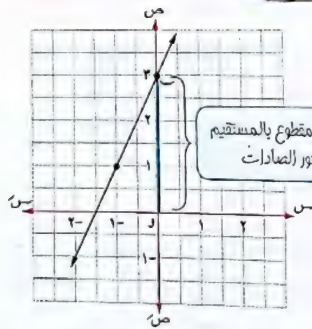
$$\therefore \quad 2 - س = ص + 3 \quad \therefore \quad 2 - س - 3 = ص \quad \therefore \quad -1 - س = ص$$

$$\therefore \quad 2 - س = ص + 3 \quad \therefore \quad 2 - س - 3 = ص \quad \therefore \quad -1 - س = ص$$

$$\therefore \quad 2 - س = ص + 3 \quad \therefore \quad 2 - س - 3 = ص \quad \therefore \quad -1 - س = ص$$

أي أن : المستقيم يمر بالنقطتين  $(2, 0)$  ،  $(0, -1)$

$$\therefore \text{ ميل المستقيم } = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{0 - (-1)}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$



ومن الرسم نجد أن :  $3 = 2$  وحدات طولية

أي أن : المستقيم يقطع من الجزء الموجب

لحور الصادات  $3$  وحدات طولية

وبملاحظة معادلة المستقيم :  $ص = 2 - س + 3$  نجد أن :

طول الجزء المقطوع بالمستقيم من محور الصادات

$$ص = 2 + س + 3$$

ميل المستقيم

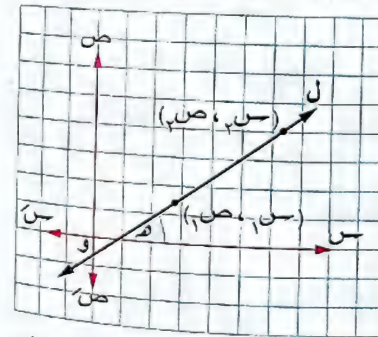


## معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

سبق أن درسنا أن :

العلاقة  $س + ص + ح = 0$  ، حيث  $ح$  (كلاهما معاً)  $\neq 0$

هي علاقة خطية يمثلها بيانياً خط مستقيم يمكن إيجاد ميله  $(م)$  بإحدى الطريقتين الآتيتين :



$$م = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

حيث  $(س_1, ص_1)$  ،  $(س_2, ص_2)$  أى نقطتين عليه.

$$م = ط$$

حيث  $ط$  هو قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وسوف نستكمل دراستنا لهذا الموضوع بدراسة كيفية :

\* إيجاد ميل الخط المستقيم وطول الجزء المقطوع بالمستقيم من محور الصادات إذا علمت معادلة الخط المستقيم.

\* إيجاد معادلة الخط المستقيم إذا علم ميله وطول الجزء المقطوع بالمستقيم من محور الصادات.

أى أنه : إذا كانت معادلة الخط المستقيم على الصورة :  $ص = م س + ح$  فإن :

- ميل الخط المستقيم =  $م$
- طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم =  $|ح|$  والمستقيم يمر بالنقطة  $(0, ح)$

### مثال ١

أوجد ميل الخط المستقيم :  $ص = ٢ س + ١٥$  وأوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

### الحل

نضع معادلة الخط المستقيم على الصورة :  $ص = م س + ح$

$$\therefore ص = ٢ س + ١٥ \quad \therefore ص = \frac{٢}{٥} س + ٣$$

$\therefore$  ميل المستقيم =  $\frac{٢}{٥}$  وطول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٣ وحدات طولية.

### ملاحظة

في المثال السابق وبملاحظة المعادلة على الصورة :  $ص = ٢ س + ١٥$  نجد أن :

$$\text{ميل الخط المستقيم} = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{٢}{٥}$$

المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة  $(0, ح)$  أي  $(٣, ٠)$   $\left( \frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}} \right)$

أى أن : المستقيم يقطع من محور الصادات جزءاً طوله =  $\left| \frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}} \right| = |٣| = ٣$  وحدات طولية.

أى أنه :

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة :  $ص = م س + ح$  فإن :

$$\text{ميل المستقيم} = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{١}{٢}$$

المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة  $(0, ح)$  أي  $\left( \frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}} \right)$

أى أن : طول الجزء المقطوع من محور الصادات =  $\left| \frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}} \right|$

فمثلاً : • المستقيم الذى معادلته :  $ص - ٢ = ٣$  .

ميله  $= \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$  ، ويقطع محور الصادات في النقطة  $(٣, ٠)$

أى أنه يقطع جزءاً طوله =  $\frac{٣}{٢}$  وحدة طولية من الجزء الموجب لمحور الصادات.

• المستقيم الذى معادلته :  $ص + ٣ = ٤$  .

ميله  $= ٣ -$  ، ويقطع محور الصادات في النقطة  $(٠, -٤)$

أى أنه يقطع جزءاً طوله = ٤ وحدات طولية من الجزء السالب لمحور الصادات.

### مثال ٢

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين  $(٧, ١-)$  ،  $(٩, ٣)$  عمودياً على المستقيم

الذى معادلته :  $ص + ١٣ = ١٢$  فأوجد قيمة :  $ك$

### الحل

بفرض أن : ميل المستقيم المار بالنقطتين  $(٧, ١-)$  ،  $(٩, ٣)$  هو  $م$

$$\therefore م = \frac{ص - ص_١}{س - س_١} = \frac{٣ - ١-}{٩ - ٧} = \frac{٤-}{٢} = ٢-$$

وبفرض أن : ميل المستقيم الذى معادلته :  $ص + ١٣ = ١٢$  هو  $ك$

$$\therefore ك = \frac{١-}{١} = ١-$$

$$\therefore \text{المستقيمان متعامدان} \quad \therefore ١- = ك \times ٢- \quad \therefore ١- = \frac{١-}{ك} \times \frac{٢-}{٥}$$

$$\therefore ١- = \frac{٢-}{٥} \quad \therefore ٥ - ١ = ٢ \quad \therefore ١- = \frac{٢}{٥}$$

### حاول بنفسك ١

١ إذا كان المستقيمان :  $ص + ٣ = ٧ -$  ،  $ص = ٥ س + ٥$  متعامدين

فأوجد : قيمة  $ك$

٢ مستقيم معادلته :  $ص - ٣ = ٥ +$  . أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها

هذا المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

٣ أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم الذى معادلته :  $ص = ٣ س + ١٢$



المستقيم الذى ميله = م ويقطع محور الصادات فى النقطة ( ٠ ، ح )  
تكون معادلته على الصورة : ص = م س + ح

### مثال ٣

أوجد معادلة المستقيم :

١ الذى ميله =  $-\frac{2}{4}$  ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٣ وحدات طولية.

٢ الذى ميله = ٢ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٧ وحدات طولية.

### الحل

ص = م س + ح

١  $\therefore$  م =  $-\frac{2}{4}$  ، ح = ٣  $\therefore$  معادلة المستقيم هى : ص =  $-\frac{2}{4}$  س + ٣

٢  $\therefore$  م = ٢ ، ح = -٧  $\therefore$  معادلة المستقيم هى : ص = ٢ س - ٧

### مثال ٤

أوجد معادلة المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $135^\circ$  ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءاً مقداره ٧ وحدات طول.

### الحل

$\therefore$  الميل = طاه =  $135^\circ$  = -١  $\therefore$  معادلة المستقيم المطلوبة هى : ص = - س + ٧

### ملاحظات

- ١ معادلة المستقيم الذى يمر بنقطة الأصل و ( ٠ ، ٠ ) هى  $\boxed{\text{ص} = \text{م س}}$  حيث م ميل المستقيم.
- ٢ معادلة محور السينات هى  $\boxed{\text{ص} = ٠}$
- ٣ معادلة محور الصادات هى  $\boxed{\text{س} = ٠}$
- ٤ معادلة المستقيم الذى يوازى محور السينات ويمر بالنقطة ( ل ، ٠ ) هى  $\boxed{\text{ص} = \text{ل}}$
- ٥ معادلة المستقيم الذى يوازى محور الصادات ويمر بالنقطة ( ٠ ، ك ) هى  $\boxed{\text{س} = \text{ك}}$

### مثال ٥

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين : ( ١ ، -١ ) ، ( ٢ ، ٢ )

### الحل

نفرض أن معادلة المستقيم على الصورة : ص = م س + ح

$$\therefore \text{الميل (م)} = \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١} = \frac{٢ - (-١)}{٢ - ١} = ٣$$

$\therefore$  معادلة المستقيم تصبح على الصورة : ص = ٣ س + ح

$\therefore$  ( ١ ، -١ ) تنتمى للمستقيم

$$\therefore -١ = ٣ \times ١ + ح \quad \therefore ح = -٤$$

$\therefore$  معادلة المستقيم هى : ص = ٣ س - ٤

### مثال ٦

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة ( ١ ، ٢ ) موازياً للمستقيم : ص = ٣ - ٦ .

### الحل

$$\therefore \text{ميل المستقيم المعطى} = \frac{- \text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{٢}{٣}$$

$\therefore$  ميل المستقيم المطلوب معادلته  $\frac{٢}{٣}$

$\therefore$  معادلة المستقيم المطلوبة هى : ص =  $\frac{٢}{٣}$  س + ح

$\therefore$  المستقيم يمر بالنقطة ( ١ ، ٢ )  $\therefore$  فهى تحقق معادلته

$$\therefore ٢ = \frac{٢}{٣} \times ١ + ح \quad \therefore ح = \frac{٤}{٣}$$

$\therefore$  معادلة المستقيم المطلوبة هى : ص =  $\frac{٢}{٣}$  س +  $\frac{٤}{٣}$

∴ ميل المستقيم المار بالنقطتين ١، ٤ يساوي  $\frac{0-2}{(3-)-1} = \frac{1}{4}$

∴ معادلة المستقيم المطلوبة هي : ص =  $\frac{1}{4}$  س + ح

∴ المستقيم يمر بالنقطة ٢ = (١، ٢) ، ∴ فهي تحقق معادلته

$$\frac{2}{4} = ح \therefore \frac{2}{4} + س = ح$$

∴ معادلة المستقيم المطلوبة هي : ص =  $\frac{1}{4}$  س + ح

### حاول بنفسك ٣

أحـ مثلث رؤوسه النقط : ١ (٥، ١) ، ب (٤، ٢) ، ح (٣، ٠) ،  
أوجد معادلة المستقيم المار بالرأس ١ عمودياً على حـ

### مثال ٩

باستخدام الميل والجزء المقطوع من محور الصادات مثل بيانياً المستقيم الذي معادلته :

$$ص = ٢ - س$$

### الحل

$$\text{ميل المستقيم} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}} = \frac{2}{1} = ٢$$

، المستقيم يمر بالنقطة ح (٠، ٣)

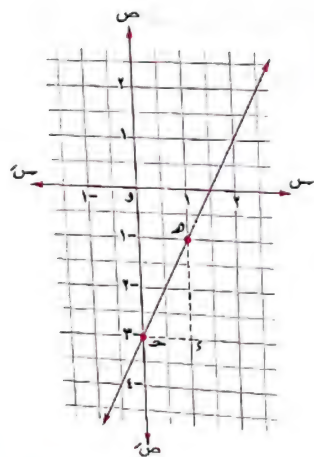
من النقطة ح نتحرك أفقياً نحو اليمين وحدة واحدة

(التغير الأفقى (+١)) فنصل إلى النقطة د

ثم نتحرك رأسياً لأعلى وحدتين (التغير الرأسى (+٢))

فنصل إلى هـ فيكون حـ هـ هو التمثيل البياني

لمعادلة المستقيم : ص = ٢ - س



### مثال ٧

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ٣) عمودياً على الخط المستقيم المار بالنقطتين :

$$١ (٤، ٢) ، ب (٣، ٥)$$

### الحل

∴ ميل المستقيم المار بالنقطتين ١، ٢ يساوي  $\frac{(4-)-3}{3-5} = \frac{1}{2}$

∴ ميل المستقيم العمودى  $٢- = \frac{1}{\frac{1}{2}} = ٢$

∴ معادلة المستقيم المطلوبة هي : ص = ٢ - س + ح

∴ المستقيم يمر بالنقطة (٢، ٣) ، ∴ فهي تحقق معادلته

$$٣ = ٢ - س + ح \therefore ٧ = ح$$

∴ معادلة المستقيم المطلوبة هي : ص = ٢ - س + ٧

### حاول بنفسك ٢

١ أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محور الصادات جزءاً موجباً طوله ٥ وحدات طولية

ويوازي المستقيم المار بالنقطتين ١ (٢، ٣) ، ب (١، ٦)

٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، ٤) عمودياً على المستقيم حـ حيث :

$$١ (٢، ٢) ، ب (٤، ٥)$$

### مثال ٨

أحـ مثلث رؤوسه النقط ١ (٢، ١) ، ب (٣، ٢) ، ح (٤، ٣) ، ٢ متوسط فيه

أوجد : معادلة المستقيم المار بالمتوسط ٢

### الحل

∴ ٢ متوسط فى  $\Delta$  حـ بـ

∴ د منتصف حـ

$$(٠، ٣-) = \left( \frac{(3-)+2}{2}, \frac{(4-)+2-}{2} \right) = ٤$$



∴ المستقيم يمر بالنقطتين  $(0, 3)$  و  $(4, 0)$

وبفرض معادلة المستقيم :  $ص = م س + ح$

$$\frac{ص}{م} = \frac{0 - 4}{3 - 0} = م \quad \therefore \frac{ص}{3} = م$$

$$\therefore \frac{ص}{3} = م \quad \therefore \frac{ص}{3} = م \quad \therefore \frac{ص}{3} = م$$

$$م = ح = 0 \quad \therefore \frac{ص}{3} = م \quad \therefore \frac{ص}{3} = م$$

### حاول بنفسك ٤

تحرك شخص بسيارته بسرعة منتظمة بين المدينتين أ، ب

والشكل البياني المقابل يوضح العلاقة بين

المسافة (ف) بالكيلومتر والزمن (ن) بالساعة.

أجب عما يأتي :

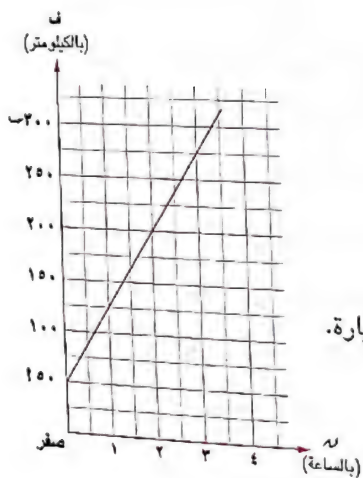
١ ما مقدار السرعة المنتظمة للسيارة ؟

٢ أوجد معادلة الخط المستقيم الممثل لحركة السيارة.

٣ أوجد المسافة التي تبعتها السيارة عن

نقطة و (٠ ، ٠) بعد مرور ٣ ساعات من

بداية الحركة.



$$١ \text{ } ٥٨ \text{ كم/ساعة}$$

$$٢ \text{ } ص = \frac{1}{8} ن + \frac{1}{81}$$

$$٣ \text{ } ١ \text{ } ص = -١ ن + ٥$$

$$٤ \text{ } ١$$

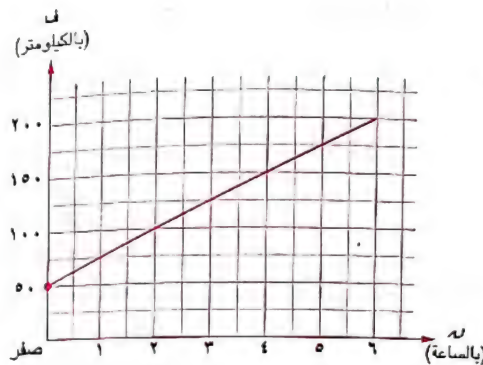
$$١ \text{ } ص = ٥٨ ن + ٥٥$$

$$٢ \text{ } ٥٨٨$$

$$٣ \text{ } ص = \frac{1}{1} ن + \frac{1}{81}$$

$$٤ \text{ } ٥٣$$

$$٥ \text{ } ٤ \text{ } ص = ٥٨ ن + ٥٥$$



### مثال ١٠

الشكل المقابل يمثل حركة سيارة تسير بسرعة

منتظمة حيث المسافة (ف) مقيسة

بالكيلومترات ، والزمن (ن) بالساعة أوجد :

١ المسافة عند بدء الحركة.

٢ سرعة السيارة.

٣ معادلة الخط المستقيم الممثل لحركة السيارة.

### الحل

١ المسافة عند بدء الحركة = ٥٠ كيلو متر

٢ سرعة السيارة = ميل الخط البياني المار بالنقطتين  $(0, 50)$  و  $(6, 200)$

$$= \frac{200 - 50}{6 - 0} = \frac{150}{6} = ٢٥ \text{ كم/ساعة}$$

٣ معادلة الخط المستقيم هي :  $ف = م ن + ح$  أي أن :  $٥٠ + ٢٥ ن = ف$

### مثال ١١

أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محور الإحداثيات السيني والصادي جزءين موجبين

طولهما ٣ ، ٤ وحدات طولية على الترتيب ثم أوجد مساحة المثلث المحصور بين المستقيم

ومحوري الإحداثيات.

### الحل

∴ المستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات ٣ وحدات طولية

∴ المستقيم يمر بالنقطة  $(٣, ٠)$

∴ المستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٤ وحدات طولية

∴ المستقيم يمر بالنقطة  $(٠, ٤)$



أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات بكل من المستقيمات الآتية :

٢ ص = ٤ - س

١ ص = ٥ - س

٤ ص + س = ١

٣ ص - ٢ س = ٦

٥ ص + ٢ س = ٦

٦ ص + ٣ س = ١

(الدفعلية ١٥)

(القليوبية ٢٠، مطروح ١٩، سوهاج ١٨، الجيزة ١٦)

أوجد معادلة المستقيم إذا علم أن :

١ ميله = ٢ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٧ وحدات. (السويس ٢٠، دمياط ١٩)

٢ ميله = ١- ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٣ وحدات.

٣ ميله = ٢ ١/٢ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات وحدة واحدة.

٤ ميله = - ٣/٤ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٢ ١/٢ وحدة.

٥ ميله = صفر ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات وحدتين.

٦ ميله = - ١/٣ ويمر بالنقطة (٢ ، ٠)

٧ ميله = - ٢ ويمر بنقطة الأصل.

(المنيا ١٧)

أوجد معادلة الخط المستقيم :

١ المار بنقطة الأصل ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ١٣٥°

٢ المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥°

(الشرقية ١٧)

٣ الذي يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات جزءاً طوله ٣ وحدات ويوازي المستقيم الذي معادلته : ٢ س - ٣ ص = ٦

(البحيرة ١١)

٤ العمودي على المستقيم : ٣ س - ٤ ص + ٧ = ٠ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءاً مقداره ٦ وحدات.



٥ الذى يقطع جزءاً موجباً من محور الصادات مقداره ٥ وحدات وعمودى على المستقيم  
المرار بالنقطتين (١، ٢-) ، (٧، ٢)

٦ الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طولاهما  
٩، ٤ على الترتيب. (القليوبية ١٩، كفر الشيخ ١٨، الأقصر ١٧)

٧ المرار بالنقطة (٢، ١-) وميله يساوى ٢ (القليوبية ١١)

٨ المرار بالنقطة (٢، ٣) عمودياً على المستقيم الذى معادلته:  $\frac{1}{4}x - y = 0$   
(الدقهلية ١٣)

٩ المرار بالنقطة (٣، ٥-) ويوازي المستقيم:  $x + 2y = 7$  (أسوان ٢٠)

١٠ المرار بالنقطة (٣، ٢) ويوازي المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٥، ٦) ، (١، ٢)  
(الغربية ١٤)

١١ المرار بالنقطة (١، ٢) عمودياً على المستقيم المرار بالنقطتين  
٢ (٢، ٣-) ، ٤ (٥، ٤-) (بوسعيد ٢٠، السويس ١٩، الأقصر ١٨، الغربية ١٤)

١٢ المرار بالنقطة (٢، ٢-) عمودياً على المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة قياسها ٤٥° مع  
الاتجاه الموجب لمحور السينات. (الاقصر ١١)

١٣ المرار بالنقطتين: (٢، ١-) ، (١، ١) (القليوبية ١٦، الغربية ١٣)

١٤ المرار بالنقطتين: (٤، ٢) ، (٢، ١-) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل.  
(القاهرة ١٩، البحيرة ١٧)

١٥ الذى ميله يساوى ميل الخط المستقيم:  $\frac{1}{3} = \frac{1-y}{x}$  ويقطع جزءاً سالباً من  
محور الصادات مقداره ٣ وحدات. (السويس ١٩، دمياط ١٨)

١٦ العمودى على  $\overline{AB}$  من نقطة  $P$  حيث:  $P(3, 6)$  ،  $B(2, 1)$

١٧ العمودى على  $\overline{AB}$  من نقطة منتصفها حيث:  $P(1, 3)$  ،  $B(3, 5)$  (قنا ١٨)

١٨ المرار بمنتصف القطعة المستقيمة  $\overline{AB}$  حيث:  $P(4, 8)$  ،  $B(2, 4)$  ويوازي  
المستقيم الذى معادلته:  $2x = 4 - y$

١٩ الذى يمر بمنتصف القطعة  $\overline{AB}$  حيث:  $P(3, 6)$  ،  $B(1, 4)$  عمودياً على  
المستقيم الذى معادلته:  $2x - 4y + 11 = 0$  (القاهرة ١٩)

٢٠ المرار بالنقطة (٢، ٣) ويقطع من الجزء الموجب لمحور السينات ٤ وحدات. (الشرقية ١٨)

١ ميل المستقيم الذي معادلته :  $3 - 4ص - 10 = 0$  هو ..... وميل العمودي عليه هو .....

٢ المستقيم الذي معادلته :  $2 - 3ص + 6 = 0$  يقطع محور الصادات في النقطة .....

٣ المستقيم الذي ميله  $2$  ويقطع محور الصادات عند النقطة  $(3, 0)$  معادلته هي .....

(الدقة ١١)

٤ معادلة محور السينات هي ..... بينما معادلة محور الصادات هي .....

٥ معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة  $(3, 5)$  ويوازي محور السينات هي .....

(أسلوب ١٢)

٦ معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة  $(-3, 2)$  ويوازي محور الصادات هي .....

٧ معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(2, -5)$  وميله صفر هي .....

٨ معادلة المستقيم الذي يوازي المستقيم :  $2ص - 3 = 0$  ويمر بنقطة الأصل هي .....

٩ في الشكل المقابل :



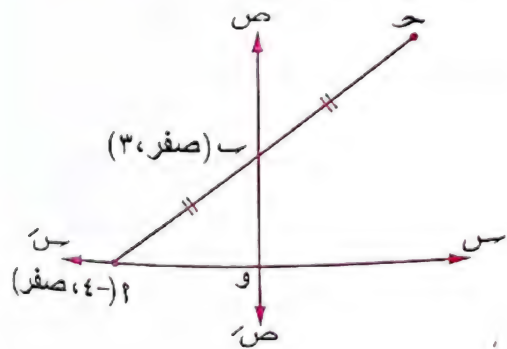
$ل١ // ل٢$  ،  $ل٣ = ٧$  وحدات طول

ومعادلة  $ل١$  هي :  $2ص + 4 = 0$

فإن معادلة  $ل٣$  هي .....

١٠ في الشكل المقابل :

(الشرقية ١٢)



$ل \supseteq أ، ب$  ،  $أ(0, 4)$  ،  $ب(3, 0)$

،  $ل = ٣$  ،  $أ(0, 4)$  ،  $ب(3, 0)$

(١) نقطة ح هي (..... ، .....)

(٢) في  $\Delta$  و  $أ$  يكون :  $ط = ٢$  .....

(٣) معادلة  $ل$  هي :  $ص = ٣ + ٤$  .....

(الشرقية ١١)



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ ميل المستقيم الذى معادلته :  $3ص = 2س - 5$  هو .....  
 (أ) ٣ (ب) ٢ (ج)  $-5$  (د)  $\frac{2}{3}$
- ٢ المستقيم الذى معادلته :  $3ص - 3س = 5 + 5 = 0$  يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها .....  
 (أ)  $30^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $90^\circ$
- ٣ المستقيم الذى معادلته :  $2س - 3ص - 6 = 0$  يقطع من محور الصادات جزءاً طوله ..... وحدة طول.  
 (أ) ٦- (ب) ٢- (ج)  $\frac{2}{3}$  (د) ٢
- ٤ المستقيم الذى معادلته :  $2س + 5ص - 10 = 0$  يقطع من محور السينات جزءاً طوله يساوى ..... وحدة طول.  
 (أ)  $\frac{2}{5}$  (ب) ٢ (ج)  $\frac{5}{2}$  (د) 5
- ٥ معادلة المستقيم الذى يقطع جزءاً طوله ٤ وحدات من الاتجاه الموجب لمحور الصادات ويوازي المستقيم :  $3ص = 5س + 5$  هى .....  
 (أ)  $3ص = 3س + 4$  (ب)  $3ص = 4س + 3$   
 (ج)  $3ص - 4 = 3س$  (د)  $3ص - 4 = 3س + 4$
- ٦ المستقيمان :  $3ص - 5 = 0$  ،  $2ص = 6س + 5$  هما مستقيمان .....  
 (أ) متوازيان. (ب) منطبقان.  
 (ج) متقاطعان وغير متعامدين. (د) متعامدان.
- ٧ إذا كان المستقيمان :  $3ص - 4س = 3$  ،  $4ص + 5س = 8$  متعامدين فإن : .....  
 (أ)  $4 -$  (ب)  $3 -$  (ج) ٣ (د) ٤
- ٨ إذا كان المستقيمان :  $5ص = 5$  ،  $4ص + 2س = 0$  متوازيين فإن : .....  
 (أ)  $2 -$  (ب)  $1 -$  (ج) ١ (د) ٢

٩ إذا كان المستقيم الذي معادلته :  $ص = ٤س + ٥$  يوازي محور السينات

(الغريبة ١٨)

فإن :  $٤ =$  .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

١٠ المستقيمان :  $ص = ٢س + ١$  ،  $ص = ٣س + ٥$  متعامدان

(سوهاج ١٦ ، الغربية ٠٨)

فإن :  $١ - =$  .....

- (أ)  $٢ \times ٤$  (ب)  $٢ \times ٣$  (ج)  $٢ \times ١$  (د)  $٤ \times ٣$

١١ المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٥) ، (١ ، ٥) عمودي على المستقيم .....

- (أ)  $٤س - ٣ = ص$  (ب)  $٥ص + ٣ = ٤$  (ج)  $٤ص = ٣$  (د)  $٤ص + ٢ = ٤$

١٢ ميل المستقيم الذي معادلته :  $ص = ٣س - ٥$  ويمر بالنقطة (٥ ، ٢٠) هو .....

- (أ) ١- (ب) ١ (ج) ٢- (د)  $\frac{1}{3}$

١٣ إذا كان المستقيم الذي معادلته :  $ص = ٢(٢ - ٢) + ٥$  يوازي المستقيم المار

(أفريقيا ٢٠)

بالنقطتين (٤ ، ١) ، (٥ ، ٣) فإن :  $٢ =$  .....

- (أ) ٣ (ب) ٢- (ج) ٦ (د) ٤

١٤ مساحة المثلث بالوحدات المربعة المحدد بالمستقيمات :  $ص = ٣س - ٤$  ،  $ص = ١٢$

(الفيوم ٢٠ ، القليوبية ١٥)

،  $ص = ٠$  ،  $ص = ٠$  تساوى .....

- (أ) ٦ (ب) ٧ (ج) ١٢ (د) ٦-

١٥ في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة المثلث ٢ و  $١ =$  تساوى

٩ وحدات مربعة فإن معادلة  $١ =$

هي .....

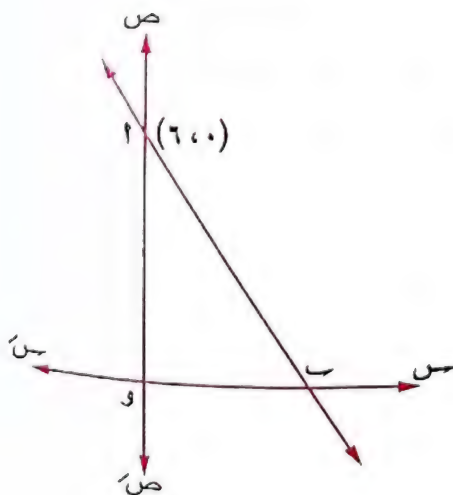
(المنوفية ١٧)

(أ)  $٢ص + ٦ =$

(ب)  $٢ص - ٦ =$

(ج)  $٢ص - ٦ =$

(د)  $٢ص - \frac{1}{2} =$





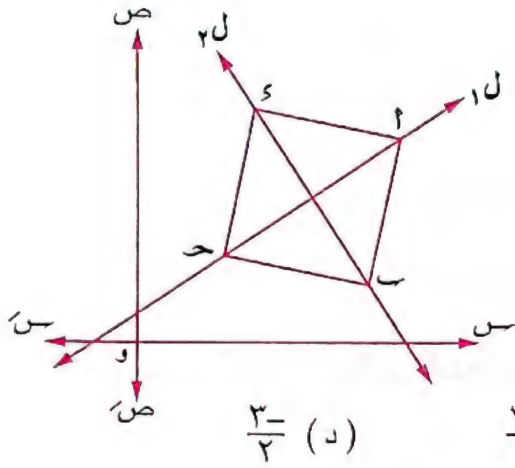
١٦ في الشكل المقابل :

إذا كان : ٢٠٠٠ مربع

معادلة المستقيم ل:  $\frac{2}{3}x + 1 = y$

، معادلة المستقيم ل<sub>٣</sub> :  $ص = ١٤ + س$

..... = فان : لے


$$\frac{2}{3} (i)$$

$\frac{3}{2}$  (ب)

$$\frac{x}{x-1} \quad (2)$$
$$\frac{r_-}{r} \quad (2)$$

٦ أثبت أن : المستقيم المار بالنقطتين : ٤ ( ٣ ، ١ ) ، ٥ ( ١ ، ٢ )

(الشرقية ١٧)

يكون موازيًا المستقيم : ٢ - ح + ٤ ص - ٣ = ٠ .

٧ أثبت أن المستقيم الذي معادلته :  $2x - y + 8 = 0$

(150101)

عمودي على المستقيم المار بالنقطتين :  $(2, 3)$  ،  $(-2, 1)$

أوجد معادلتى المستقيمين اللذين يمران بالنقطة (-٣ ، ٢) ويوازيان المحورين.

٩ أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها الخط المستقيم : ٣ - ٢ ص + ٦ = ٠ مع

الاتجاه الموجب لمحور السينات ثم أوجد إحداثي نقطة تقاطعه مع محور الصادات.

١٠ إذا كان المستقيم ل: ٢ - ٣ - ٦ = صفر يقطع محور السينات عند النقطة أ

ومحور الصادات عند النقطة ب أوجد :

١) إحداثي النقطتين ٩ ، ٥

٢ معادلة الخط المستقيم المار بنقطة منتصف  $\overline{AB}$  ويوازي محور الصادات. (الشرقية ١٣)

١١ إذا كان المستقيم الذي يمر بالنقطتين  $(2, -1)$ ،  $(5, 1)$  يوازي المستقيم الذي معادلته :

« ٢- » (الغريبة ١٨)

٢ ص + ٣ ص + ٥ = . أوجد قيمة : ١

١٢ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين  $(5, 2)$  ،  $(6, -3)$  عمودياً على المستقيم الذي معادلته :

" "

٥ ص - ٢ - ٣ = . فأوجد قيمة : ١

١٣ إذا كانت :  $٢ (٢ ، ٣ - ) ، ب (٥ ، ص)$  فأوجد قيمة  $ص$  إذا كان المستقيم  $أ$  يوازي المستقيم  $ل : ٣ ص - ٤ ح + ١ = ٠$

« ١ »

١٤ إذا كان المستقيم :  $ص - (٢ ل - ١) ح = ٧$  ، المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $٤٥^\circ$  متوازيين فأوجد قيمة  $ل$  (الشرقية ١٦) « ١ »

١٥ أوجد معادلة محور تماثل القطعة المستقيمة  $ص ص$  حيث  $ص (٣ ، ٢ - ) ، ص (-٥ ، ٦)$  (بوسعيد ١٤ ، الدقهلية ١٢)

١٦  $أ (٥ - ، ٦) ، ب (٣ ، ٧) ، ح (١ - ، ٣) ،$  فأوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطة  $أ$  وبنقطة منتصف  $ب ح$  (الفيوم ٢٠ ، بوسعيد ١٩)

١٧  $أ ب ح$  مثلث رؤوسه النقط  $أ = (٦ ، ٠) ، ب = (١ - ، ٥) ، ح = (-٢ ، ١)$  أوجد معادلة المستقيم المار بالرأس  $أ$  عمودياً على  $ب ح$

١٨  $أ ب ح$  مثلث فيه :  $أ (١ ، ٢) ، ب (٥ - ، ٢) ، ح (٣ ، ٤)$  ،  $د$  منتصف  $أ ب$  ، رسم  $د ه$  //  $ب ح$  ويقطع  $أ ح$  في  $ه$  ، أوجد :   
 ١ طول  $د ه$    
 ٢ معادلة المستقيم  $د ه$  (مطروح ١٨ ، الإسكندرية ١٥)

١٩  $أ ب ح د$  مربع فيه :  $أ = (٥ ، ٤) ، ح = (-١ ، ٦)$  فأوجد معادلة :  $ب د$  (المنوفية ١٥)

٢٠  $أ ب ح د$  معين ،  $م$  نقطة تقاطع قطريه حيث :  $أ (١ ، ٣) ، ح (٦ ، ٠)$  أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين  $ب د$  ، (أسوان ٩٠)

٢١ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين :  $أ (٢ ، ٣) ، ب (-١ ، ٣ - )$  ، ثم بين أنه لأي نقطة  $ح (٢ ل + ١ ، ٤ ل + ١)$  فإن :  $أ ب ح$  (الدقهلية ١٤)

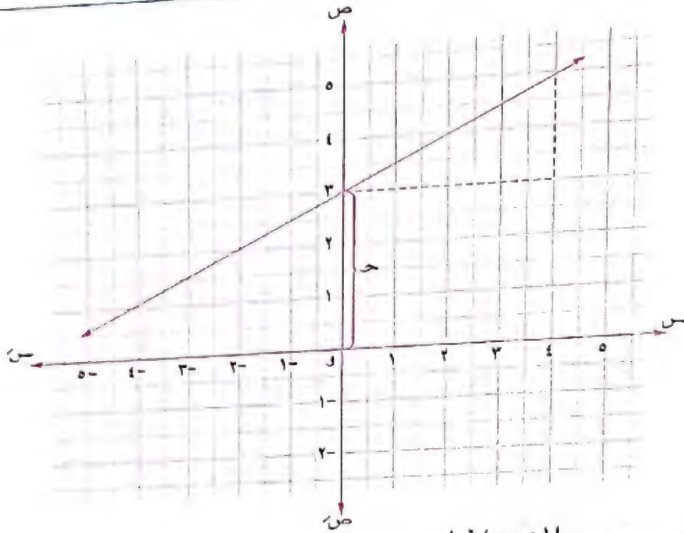
٢٢ ارسم الخط المستقيم في كل من الحالات الآتية :

- ١ ميله يساوي  $\frac{١}{٣}$  ويقطع جزءاً من الاتجاه الموجب لمحور الصادات يساوي وحدة واحدة.
- ٢ ميله يساوي ٢ ويقطع جزءاً من الاتجاه السالب لمحور الصادات يساوي ٣ وحدات.
- ٣ يقطع من الجزءين الموجبين للمحورين السيني والصادي جزءين طولاهما ٢ ، ٣ من الوحدات على الترتيب.



مستقيم معادلته : ص - ٢ س - ٣ = ٠

أوجد ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات وارسم هذا المستقيم. (حلوا ١١)



من الشكل المقابل أوجد :

١ ميل الخط المستقيم (م)

٢ طول الجزء المقطوع من

محور الصادات ح

٣ معادلة الخط المستقيم

بمعلومية م ، ح

٤ طول الجزء المقطوع من

محور السينات.

٥ مساحة المثلث المحدد بالخط

المستقيم والجزئين المقطوعين من محوري الإحداثيات.

الجدول المقابل يمثل علاقة خطية :

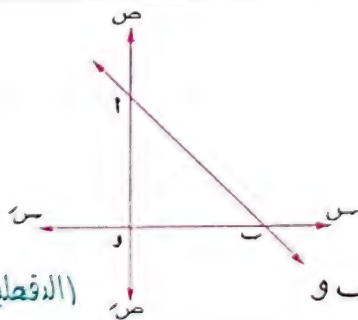
٣	٢	١	س
٤	٣	١	ص = د (س)

(الإسكندرية ١٥ ، القليوبية ١٣)

١ أوجد معادلة الخط المستقيم.

٢ أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

٣ أوجد قيمة د



(الدقهلية ١٩)

الشكل المقابل يمثل المستقيم  $\overleftrightarrow{AB}$

الذي معادلته ص = ٢ س + ح

ويقطع من محوري الإحداثيات جزئين متساويين

في الطول ويمر بالنقطة (٣ ، ٢) أوجد :

١ قيمة ح ، ح

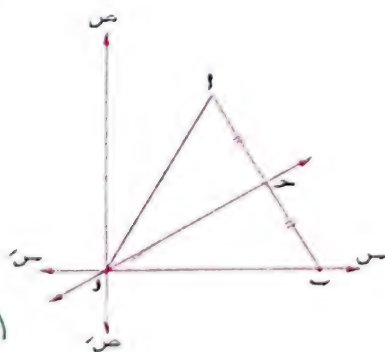
٢ مساحة المثلث  $\triangle AOB$  و

في الشكل المقابل :

١  $\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  متساوي الأضلاع

، ح منتصف  $\overline{AB}$

أوجد معادلة  $\overleftrightarrow{CH}$



(البيشة ٢٠)

٢٨ في الشكل المقابل :

النقط ٤ (٦، ٢) و (٠، ٠) و (٢، ٦) و (٢، ٦) س

هي رؤوس معين

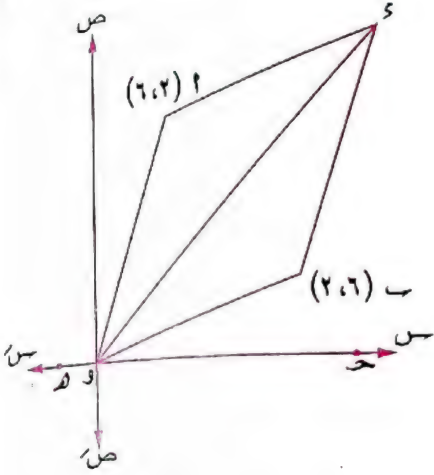
أوجد :

١ إحداثي النقطة د

٢ معادلة المستقيم و د

٣ و (د و هـ)

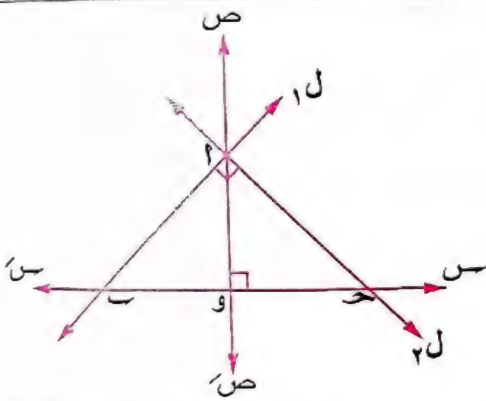
(الشفقة ١٤)



٢٩ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $ل \perp ل٣$ ، ومعادلة ل :  $٢ - س - ص = ٢ = ٠$ 

أوجد معادلة المستقيم ل٣



٣٠ في الشكل المقابل :

أ ب يقطع محور الصادات في النقطة ٤ (٨، ٠)

ويقطع محور السينات في النقطة ب

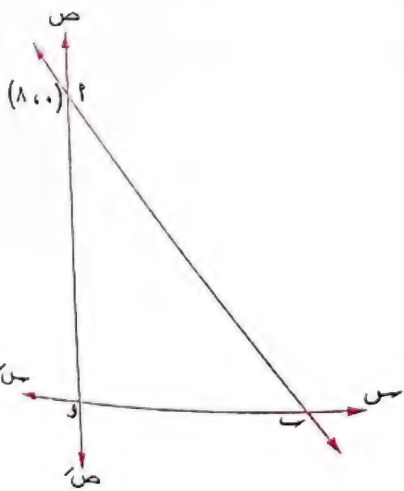
فإذا كان : ط (د ب و) =  $\frac{٤}{٣}$  أوجد :

١ أولاً : و (د ب و)

ثانياً : إحداثي النقطة ب

٢ أولاً : ميل المستقيم أ ب

ثانياً : معادلة المستقيم المار بالنقطة و ، وعمودياً على أ ب



(الشفقة ١٣)



في الشكل المقابل :

النقطة ح منتصف  $\overline{أب}$  حيث : ح ( ٣ ، ٤ )

١ أوجد إحداثي كل من : و ، أ ، ب

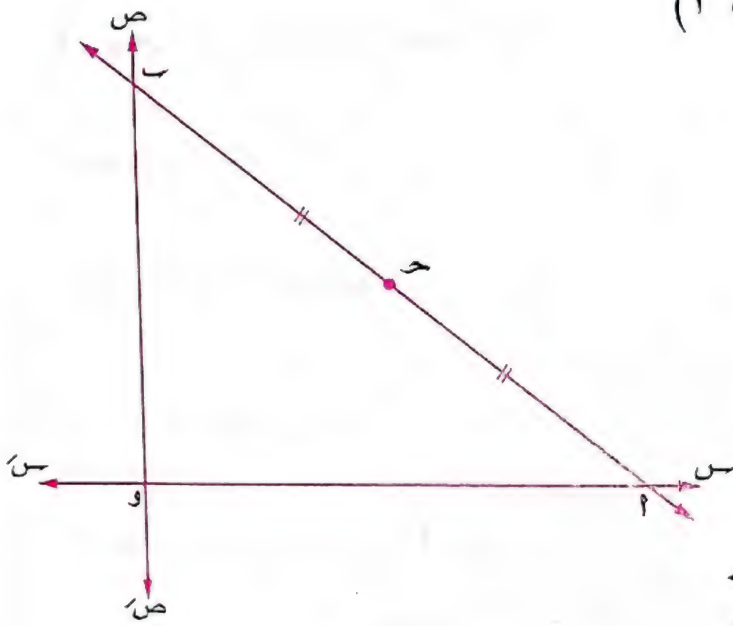
٢ أوجد طول كل من :  $\overline{أو}$  ،  $\overline{وب}$

،  $\overline{أح}$  ،  $\overline{حب}$  ،  $\overline{حو}$

٣ أوجد ميل كل من :

$\overleftrightarrow{أب}$  ،  $\overleftrightarrow{وح}$  ،  $\overleftrightarrow{وأ}$  ،  $\overleftrightarrow{وب}$

٤ أوجد معادلة كل من :  $\overleftrightarrow{أب}$  ،  $\overleftrightarrow{حو}$



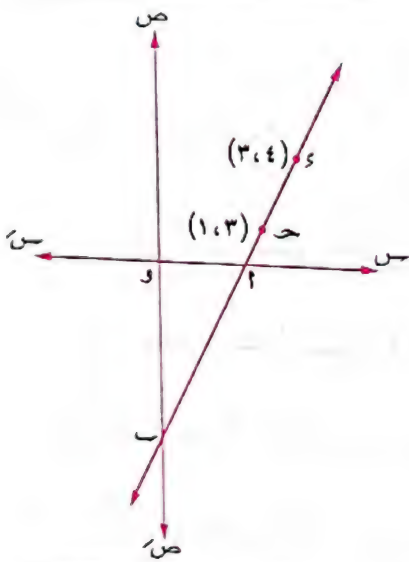
في الشكل المقابل :

المستقيم  $\overleftrightarrow{أب}$  يمر بالنقطتين ح ( ١ ، ٣ ) ، د ( ٣ ، ٤ )

ويقطع محوري الإحداثيات في أ ، ب على الترتيب.

أوجد طول كل من :  $\overline{أو}$  ،  $\overline{وب}$

حيث و نقطة الأصل.



في الشكل المقابل :

«و» هي نقطة الأصل

أ ، ب ، د  $\exists$  محور السينات ،

ميل  $\overleftrightarrow{أب} = 3$  ، معادلة  $\overleftrightarrow{أح}$  هي :  $س - ص = ٣$

١ أوجد : ميل  $\overleftrightarrow{أح}$  ، طول  $\overline{وه}$

٢ أوجد : و (د ح د) ، و (د ح د)

٣ استنتج : و (د أ ح)

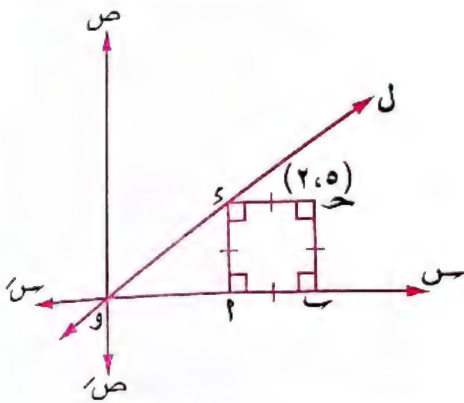
(التمرين ١٦)

٣٤ في الشكل المقابل :

١ حـ مربع ،  $\exists$  المستقيم ل

حـ (٢ ، ٥) ،

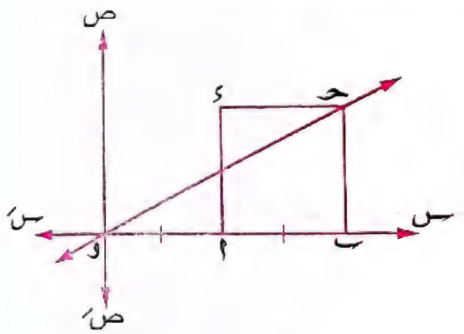
أوجد معادلة المستقيم ل



٣٥ في الشكل المقابل :

١ حـ مربع ،  $\exists$  و  $\exists$  = ١

أوجد معادلة المستقيم و حـ



٣٦ في الشكل المقابل :

١ ، ل٢ مستقيمان متوازيان

، ل١ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

زاوية قياسها  $45^\circ$  ويمر بنقطة الأصل و

،  $\exists$  ل٢ حيث  $\exists$  (٥ ، ١) ،  $\exists$   $\perp$  ل١

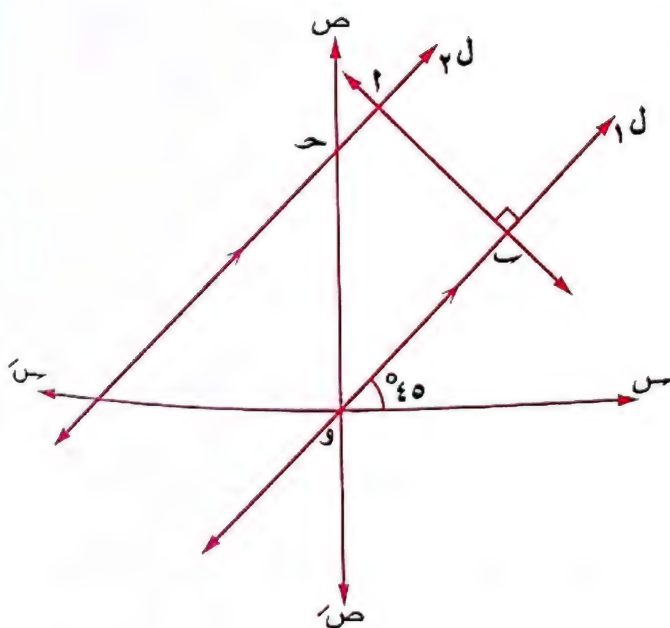
، ل٢ يقطع محور الصادات

في النقطة حـ

أوجد : ١ معادلة المستقيم ل١

٢ معادلة المستقيم ل٢

٣ طول  $\exists$



(الشرقية ١٥)



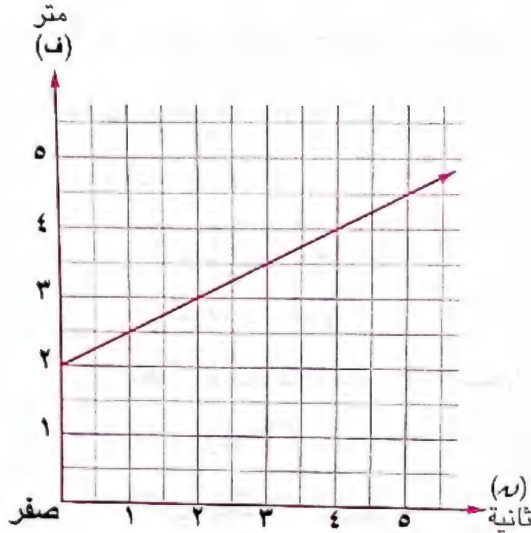
## تطبيقات حياتية

الشكل المقابل يمثل حركة جسيم

يتحرك بسرعة منتظمة (ع) حيث

المسافة (ف) مقيسة بالمتر

والزمن (ص) بالثانية.



أوجد : ١ المسافة عند بدء الحركة.

٢ سرعة الجسيم.

٣ معادلة الخط المستقيم الممثل لحركة الجسيم.

٤ المسافة المقطوعة بعد ٤ ثوان من بدء الحركة.

٥ الزمن الذي يقطع فيه الجسيم مسافة ٣,٥ من المتر من بدء الحركة.

الشكل المقابل يمثل العلاقة بين

المسافة (ف) التي تقطعها سيارة

بالكيلو متر والزمن (بالساعة)

الذي قطعت فيه هذه المسافة. أوجد :

١ المسافة المقطوعة بعد ٩٠ دقيقة.

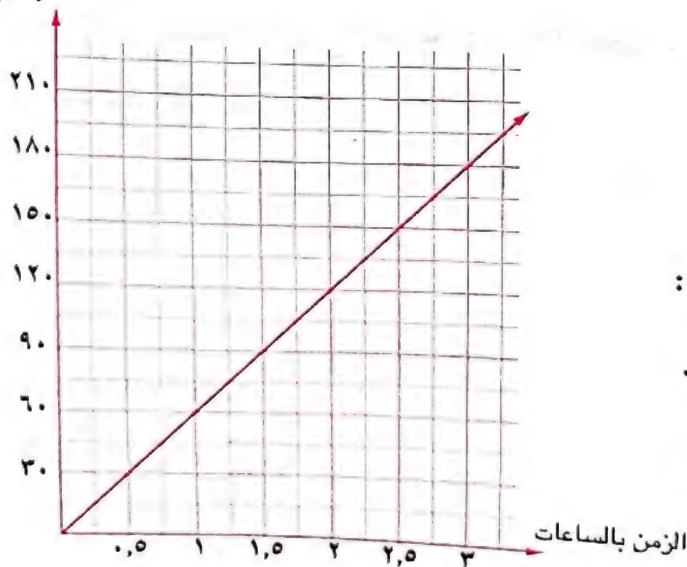
٢ الزمن الذي قطعت فيه السيارة

١٥٠ كيلو مترًا.

٣ سرعة السيارة.

٤ معادلة الخط المستقيم الذي يمثل العلاقة بين المسافة والزمن.

المسافة بالكم



الشكل المقابل يمثل العلاقة

بين المسافة (ف) بالكيلو مترات

والزمن (ن) بالدقائق لجسمين

١، ٢ في طرفي طريق مستقيم

واحد يتحركان في اتجاهين

متعاكسين.

١ هل بدأ ١، ٢ الحركة

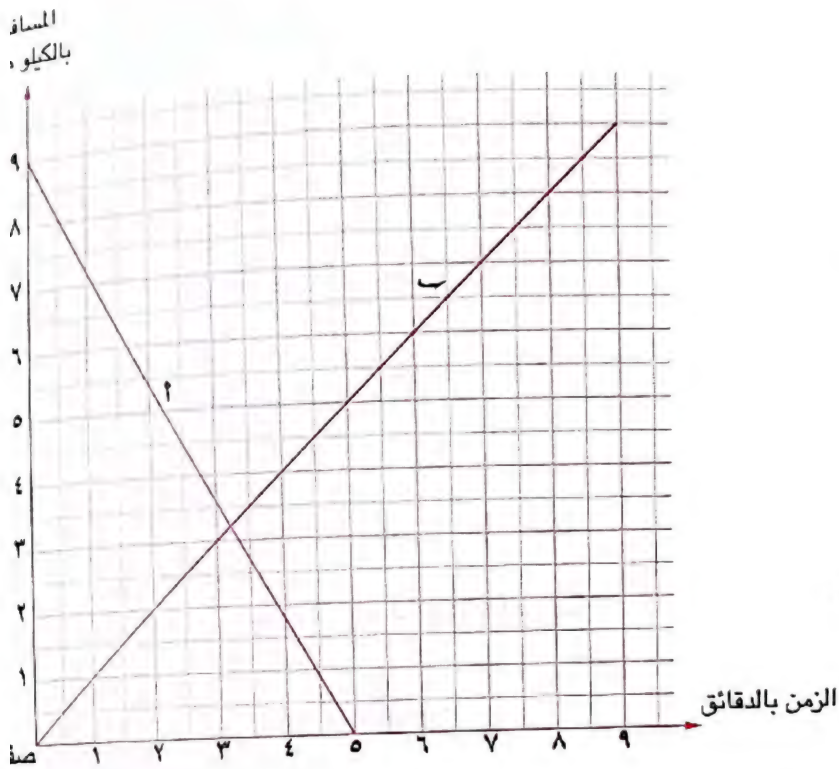
في توقيت واحد ؟

٢ بعد كم دقيقة التقى ١، ٢ ؟

٣ ما سرعة ٢ ؟

٤ اكتب معادلة الخط

المستقيم الذي يمثل العلاقة بين المسافة والزمن لحركة الجسم ٢



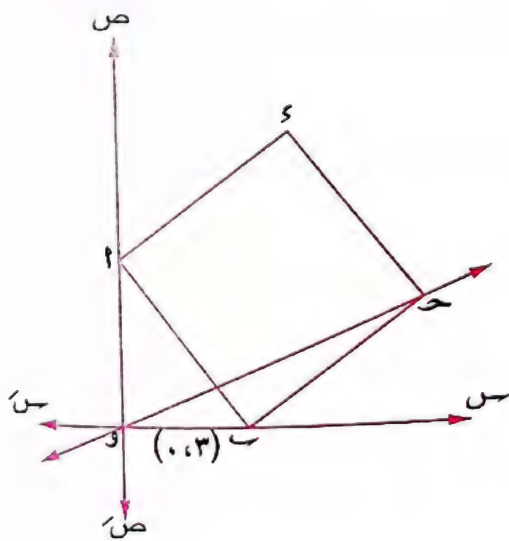
### للمتفوقين



٤٠ في الشكل المقابل :

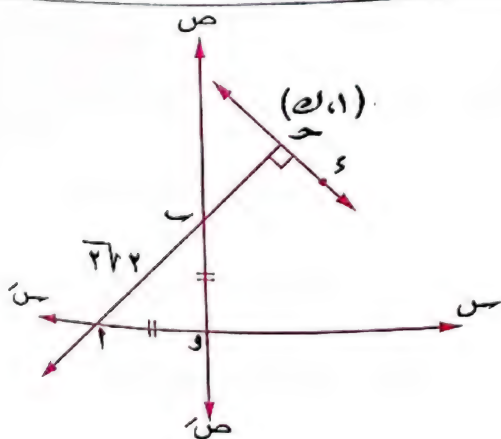
إذا كانت مساحة المربع ١ = ٢٥ وحدة مربعة

أوجد : معادلة حـ و



٤١ في الشكل المقابل :

أوجد : معادلة حـ و





# ملخص الوحدة الخامسة



إذا كانت :  $(س_1 ، ص_1) ، (س_2 ، ص_2)$  فإن :

$$\text{طول } \overline{AB} = \sqrt{(\text{فرق السينات})^2 + (\text{فرق الصادات})^2} = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$$

$$\text{نقطة منتصف } \overline{AB} = \left( \frac{س_1 + س_2}{2} , \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$$

$$\text{ميل } \overline{AB} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \text{طاه}$$

(حيث  $\text{طاه}$  قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها  $\overline{AB}$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات)

إذا كان :  $ل_1 ، ل_2$  مستقيمين ميلاهما  $م_1 ، م_2$  على الترتيب فإن :

$ل_1 // ل_2$  إذا كان :  $م_1 = م_2$  والعكس صحيح.

$ل_1 \perp ل_2$  إذا كان :  $م_1 \times م_2 = -1$  والعكس صحيح.

إذا كانت معادلة الخط المستقيم على الصورة :  $ص = م س + ح$  فإن :

• ميل الخط المستقيم =  $م$

• طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم =  $|ح|$  والمستقيم يمر بالنقطة  $(0 ، ح)$

إذا كانت معادلة الخط المستقيم على الصورة :  $س = م ص + ح$  فإن :

$$\text{ميل الخط المستقيم} = \frac{-\text{معامل } س}{\text{معامل } ص} = \frac{-1}{م}$$

• طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم =  $|\frac{-ح}{م}|$

والمستقيم يمر بالنقطة  $(\frac{-ح}{م} ، 0)$

• معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل و  $(0 ، 0)$  هي :  $ص = م س$  حيث  $م$  الميل.

• معادلة محور السينات هي  $ص = 0$



# امتحانات على الوحدة الخامسة

## النموذج الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ بُعد النقطة  $(-7, -3)$  عن محور الصادات يساوى ..... وحدة طول.

- (أ)  $-7$  (ب)  $-3$  (ج)  $7$  (د)  $3$

٢ النقطة  $(0, 4)$  تنصف البعد بين النقطتين  $(-1, -1)$  ،  $(س, س)$  ،

فإن النقطة  $(س, س)$  هي .....

- (أ)  $(1, 9)$  (ب)  $(-1, 9)$  (ج)  $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$  (د)  $(-1, 3)$

٣ مستقيمان متعامدان ميل أحدهما  $\frac{1}{4}$  وميل الآخر  $4$  فإن :  $4 =$  .....

- (أ)  $1$  (ب)  $4$  (ج)  $-4$  (د)  $\frac{1}{4}$

٤ ميل المستقيم :  $س - 5 =$  صفر هو .....

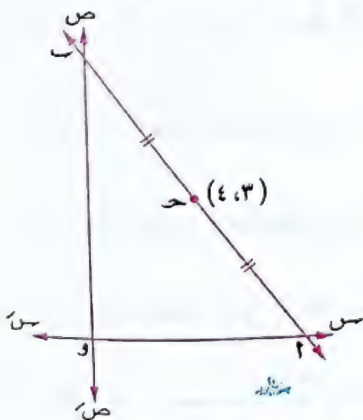
- (أ)  $5$  (ب)  $\frac{1}{5}$  (ج) غير معرف. (د) صفر

٥ في الشكل المقابل :

ح  $(3, 4)$  منتصف  $\overline{AB}$

فإن :  $9 =$  ..... وحدة طول.

- (أ)  $3$  (ب)  $4$  (ج)  $6$  (د)  $8$



٦ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين  $(س, -1)$  ،  $(4, 2)$  يوازي المستقيم المار بالنقطتين  $(3, -2)$  ،  $(-2, س)$  فإن :  $س =$  .....

- (أ)  $-3$  (ب)  $2$  (ج)  $7$  (د)  $1$



(أ)  $\vec{AB}$  شكل رباعي حيث  $\vec{A}(-1, 3)$  ،  $\vec{B}(5, 1)$  ،  $\vec{C}(7, 4)$  ،  $\vec{D}(1, 6)$  أثبت أن : الشكل  $\vec{ABCD}$  متوازي أضلاع.

(ب) أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة  $(3, 4)$  عمودياً على المستقيم :

$$5x - 2y = 7$$

(أ) إذا كانت النقطة  $\vec{P}(5, 2)$  تقع على الدائرة التي مركزها  $\vec{M}(1, -1)$  فأوجد :

١ مساحة الدائرة بدلالة  $\pi$

٢ معادلة المستقيم المار بالنقطتين  $\vec{P}$  ،  $\vec{M}$

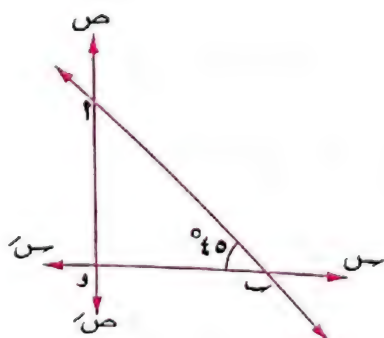
(ب) إذا كانت النقط  $\vec{P}(3, 2)$  ،  $\vec{B}(-4, 3)$  ،  $\vec{C}(-1, 2)$  ،  $\vec{D}(-2, 3)$  هي رؤوس معين أوجد إحداثي نقطة تقاطع القطرين وأوجد مساحة سطحه.

(أ) إذا كان بعد النقطة  $(5, 8)$  عن النقطة  $(6, 1)$  يساوي  $2\sqrt{5}$  وحدة طول فما قيمة  $s$  ؟

(ب) أثبت أن : النقط  $\vec{P}(-3, 0)$  ،  $\vec{B}(3, 4)$  ،  $\vec{C}(1, -6)$  هي رؤوس مثلث متساوي الساقين رأسه  $\vec{P}$

، ثم أوجد طول القطعة المستقيمة المرسومة من  $\vec{P}$  عمودية على  $\vec{BC}$

(أ) أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين :  $(3, 7)$  ،  $(6, 13)$



(ب) في الشكل المقابل :

المستقيم  $\vec{AB}$  يقطع من المحور السيني

جزءاً طوله 3 وحدات طول

$$\vec{AB} = 45^\circ$$

أوجد : معادلة المستقيم  $\vec{AB}$

## النموذج الثاني

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان  $\vec{a}$  جزء مستطيل فيه :  $\vec{b} = (-4, 1)$  ،  $\vec{c} = (4, 5)$

فإن : طول  $\vec{b} = \overline{b} = \dots\dots\dots$  وحدة طول.

- (أ) ١٠ (ب) ٦ (ج) ٥ (د) ٤

٢ إذا كانت :  $(4, -3)$  منتصف  $\vec{AB}$  حيث  $\vec{A} = (3, -4)$  فإن :  $\vec{B}$  هي .....

- (أ)  $(5, -2)$  (ب)  $(2, 5)$  (ج)  $(5, 2)$  (د)  $(5, 3, -5)$

٣ إذا كان المستقيمان :  $3 - x - 4y = 0$  .

،  $8 - 3x + y = 0$  متعامدين فإن :  $\vec{a} = \dots\dots\dots$

- (أ)  $-4$  (ب)  $-3$  (ج) ٣ (د) ٤

٤ المستقيم الذي معادلته :  $2x - 3y - 6 = 0$  يقطع من محور الصادات جزءا

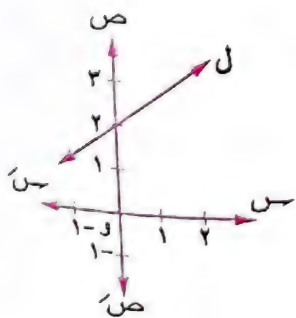
طوله ..... وحدة طول.

- (أ)  $-6$  (ب)  $-2$  (ج)  $\frac{2}{3}$  (د) ٢

٥ معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطة  $(2, -3)$  ويوازي محور السينات هي .....

- (أ)  $x = 2$  (ب)  $x = -3$  (ج)  $y = -2$  (د)  $y = 3$

٦ في الشكل المقابل :



أى مما يأتى يمثل معادلة المستقيم ل ؟

(أ)  $x = 2$

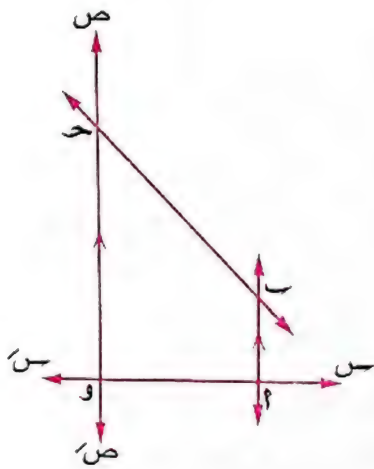
(ب)  $x = 2$

(ج)  $x + y = 2$

(د)  $x - y = 2$



- (أ) إذا كان  $P$   $A$   $B$   $C$  مربع حيث  $P(2, 4)$  ،  $B(-3, 3)$  ،  $C(-7, 5)$  أوجد : ١ إحداثي النقطة  $D$  ٢ مساحة المربع  $ABCD$



(ب) في الشكل المقابل :

المستقيم  $AB$  يوازي محور الصادات

، المستقيم  $BC$  معادلته  $3x - y = 3$

، النقطة  $P(2, 1)$  أوجد :

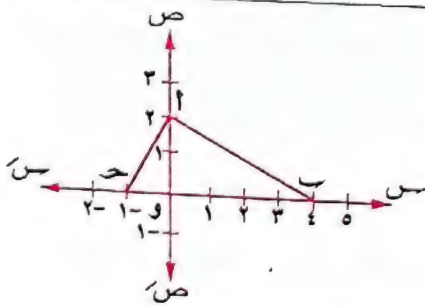
١ طول  $AB$

٢ مساحة الشكل  $ABCD$

٣  $CD$  و  $AD$

- (أ) أثبت أن : النقط  $P(-2, 5)$  ،  $B(3, 3)$  ،  $C(-4, 2)$  ليست على استقامة واحدة.

(ب) إذا كانت :  $P(3, 3)$  ،  $B(2, 3)$  ،  $C(1, 5)$  وكانت  $AB = BC$  فأوجد قيمة :  $AC$



(أ) في الشكل المقابل :

في المستوى الإحداثي المتعامد رسم المثلث  $ABC$

أثبت أن :

$\triangle ABC$  قائم الزاوية وأوجد مساحته.

(ب)  $AB$   $BC$   $AC$  فيه :  $P(2, 1)$  ،  $B(-5, 2)$  ،  $C(3, 4)$

أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة  $P$  وعمودياً على  $BC$

- (أ)  $ABCD$  شكل رباعي فيه :  $P(6, 0)$  ،  $B(-1, 3)$  ،  $C(5, 1)$  ،  $D(1, 5)$  أثبت باستخدام الميل أن الشكل  $ABCD$  مستطيل.

(ب) إذا كان محور تماثل  $AB$  يمر بالنقطة  $P(6, 6)$  حيث  $C(3, 1)$  ،  $D(-3, 7)$

فأوجد : قيمة  $m$

## أهداف المشروع

- إيجاد البعد بين نقطتين فى المستوى الإحداثى المتعامد.
- إيجاد إحداثى منتصف قطعة مستقيمة.
- حساب محيط ومساحة المثلث.
- إيجاد ميل الخط المستقيم.
- الربط بين الهندسة والتاريخ.

## المطلوب

« الهندسة التحليلية هى أحد فروع الرياضيات التى تستخدم نظام الإحداثيات فى دراسة الهندسة »

فى ضوء ذلك قُم بإعداد مشروع بحثى يتضمن ما يلى :

- اكتب نبذة عن العالم رينيه ديكارت الذى نُسب إليه نظام الإحداثيات الديكارتية، وإنجازاته فى مجال الرياضيات.
- على ورقة رسم بيانى ارسم محورى الإحداثيات.
- حدد على الشبكة البيانية ثلاثة نقاط تمثل رؤوس مثلث متساوى الساقين ، ثم أوجد :
  - ١ محيط المثلث.
  - ٢ مساحة المثلث.
  - ٣ ميل كل ضلع من أضلاع المثلث.
  - ٤ معادلة الخط المستقيم الذى يحمل كل ضلع من أضلاع المثلث.





## مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

فتر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد أقطار الشكل السداسى يساوى ..... (قنا ٢٠، الأقصر ١٦)

- (أ) ٦ (ب) ٣ (ج) ١٢ (د) ٩

٢ زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ..... (الإسكندرية ١٦، ٤. سيناء ١٧، ش. سيناء ١٧)

(أ) متطابقتان. (ب) متكاملتان.

(ج) متقابلتان بالرأس. (د) متناظرتان.

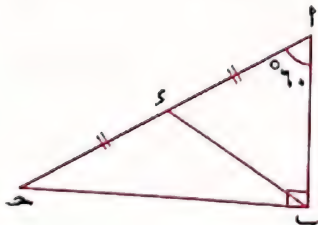
٣ قياس الزاوية الخارجة عند رأس من رؤوس مثلث متساوى الأضلاع يساوى .....

(القاهرة ٢٠، كفر الشيخ ١٩، بنى سويف ١٨، الإسكندرية ١٧)

- (أ)  $60^\circ$  (ب)  $150^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $30^\circ$

٤ عدد محاور التماثل فى المثلث المتساوى الساقين يساوى ..... (الإسكندرية ١٨، مطروح ١٧)

- (أ) ٠ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣



٥ فى الشكل المقابل :

إذا كان :  $\angle \text{د} = 90^\circ$  ، و  $\angle \text{أ} = 60^\circ$

،  $\overline{\text{س}}$  متوسط

فإن :  $\angle \text{د س ح} = \dots\dots\dots$

(أ)  $45^\circ$

(ج)  $60^\circ$

(ب)  $30^\circ$

(أ)  $20^\circ$

٣٠٣

٦ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٥ سم ، ٥ سم ، ..... سم

مثلث متساوى الساقين.

(أ) ٩ (ب) ١٠ (ج) ١١ (د) ١٢

٧ مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣ سم تكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup> (مطروح ١٨٤)

(أ) ٣٠ (ب) ٣٢,٥ (ج) ٧٨ (د) ١٤٤

٨ مجموع طولى أى ضلعين فى المثلث ..... طول الضلع الثالث. (المفيا ١٩، الفيوم ١٨٣)

(أ) أكبر من (ب) أصغر من (ج) يساوى (د) ضعف

٩ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط بنسبة ..... من جهة القاعدة. (الفيوم ١٨٣)

(أ) ٣ : ١ (ب) ٢ : ١ (ج) ٣ : ١ (د) ٢ : ١

١٠ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى ..... (الفيوم ١٩، أسوط ١٨٣)

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (ج) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

١١ إذا كان  $\triangle ABC$  مربعاً فإن  $\angle C = (\angle A - \angle B) = \dots\dots\dots$  (البحيرة ١٨، الإسكندرية ١٧٤)

(أ) ٩٠° (ب) ٤٥° (ج) ٦٠° (د) ٣٠°

١٢ معين طولاً قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup> (نهر الشيخ ١٧٤)

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (ج) ١٥ (د) ١٠

١٣ صورة النقطة (٤- ، ٥) بالانتقال (٢- ، ٣) هى ..... (نهر الشيخ ١٧٤)

(أ) (٢- ، ٢-) (ب) (٢- ، ٢) (ج) (٢ ، ٢) (د) (٢- ، ٢)

١٤ صورة النقطة (٢- ، ٥) بالانعكاس فى محور السينات هى ..... (الإسماعيلية ١٦)

(أ) (٢- ، ٥-) (ب) (٢ ، ٥) (ج) (٢- ، ٥-) (د) (٢- ، ٥)

١٥ الشكل الرباعى الذى قطراه متساويان فى الطول ومتعامدان هو ..... (بنى سويف ٢٠)

(أ) المربع. (ب) المعين. (ج) المستطيل. (د) متوازى الأضلاع.



١٦ حجم متوازي المستطيلات الذي أبعاده  $2\sqrt{3}$ ،  $3\sqrt{2}$ ،  $6\sqrt{2}$

(ج. سيناء ١٦)

من السنتيمترات يساوى ..... سم<sup>٣</sup>

(أ)  $6\sqrt{2}$  (ب)  $6\sqrt{3}$  (ج)  $2\sqrt{3}$  (د) ٦

١٧ إذا كان ٣، ٧، ل أطوال أضلاع مثلث فإن ل يمكن أن تساوى ..... (سوهاج ٢٠)

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ١٠

١٨  $\Delta ABC$  حفيه :  $C = (د) = 3$  و  $(د) = 90^\circ$  فإن :  $C = (د) =$  ..... (أسوان ١٦)

(أ)  $30^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $90^\circ$

١٩ فى  $\Delta ABC$  إذا كان :  $C = (د) < C = (د)$  فإن ..... (السويس ١٦)

(أ)  $C - A > 0$  (ب)  $C - A \geq 0$

(ج)  $C \geq A$  (د)  $C - A < 0$

٢٠ محيط الدائرة التى طول قطرها ١٤ سم يساوى ..... سم.  $\left(\frac{22}{7} = \pi\right)$  (الفيوم ١٧)

(أ) ٧ (ب) ٢٢ (ج) ٤٤ (د) ١٤

٢١ إذا كان :  $C = (د) = C = (د)$ ،  $C = (د)$ ،  $C = (د)$  متتامتين

(ش. سيناء ١٧)

(أ)  $90^\circ$  (ب)  $60^\circ$  (ج)  $45^\circ$  (د)  $30^\circ$

(السويس ٢٠)

٢٢ إذا كان :  $C = (د)$  محور تماثل  $A = (د)$  فإن :  $C = (د) =$  ..... (السويس ٢٠)

(أ)  $<$  (ب)  $>$  (ج)  $=$  (د)  $\perp$

٢٣  $\Delta ABC$  متوازي أضلاع فيه :  $C = (د) + C = (د) = 200^\circ$

(السويس ١٩، الإسكندرية ١٨، الإسماعيلية ١٧)

(أ)  $50^\circ$  (ب)  $80^\circ$  (ج)  $100^\circ$  (د)  $160^\circ$

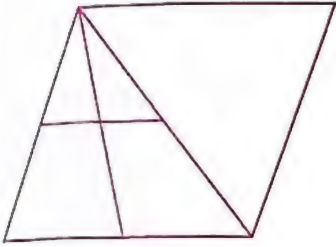
(السويس ١٨)

٢٤ إذا كان :  $\Delta ABC$  متوازي أضلاع فإن :  $C = (د) + C = (د) =$  ..... (السويس ١٨)

(أ)  $2C$  (ب)  $2C$  (ج)  $2C$  (د)  $2C$

٢٥ إذا كان :  $l_1 // l_2$  ،  $l_3 \perp l_1$  ،  $l_4 \perp l_2$  فإن : ..... (البجيرة ١٧)

(أ)  $l_3 // l_4$  (ب)  $l_3 \perp l_4$  (ج)  $l_3 // l_4$  (د)  $l_3 \perp l_4$



(الوادي الجديد ١٦)

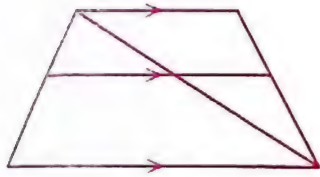
(ب) ٦

(د) ٨

(أ) ٥

(ج) ٧

٢٦ عدد المثلثات الموجودة في الشكل المقابل يساوي ..... مثلثات.



(الأقصى ١٧)

(ب) ٣

(د) ٥

(أ) ٢

(ج) ٤

٢٧ في الشكل المقابل :

عدد أشباه المنحرف يساوي .....



فإن مساحة الشكل المظلل تساوي ..... سم<sup>٢</sup> (السويس ١٦)

(ب)  $16\pi$

(د)  $9\pi$

(أ)  $4\pi$

(ج)  $2\pi$

٢٨ في الشكل المقابل :

$\overline{AB}$  قطر في دائرة

$\angle C$  مثلث قائم الزاوية في  $\overline{AB}$

ما هي مساحة نصف الدائرة التي

تقع على الوتر  $\overline{AB}$  إذا كانت مساحتا

نصفى الدائرتين الذين يقعان على الضلعين  $\overline{AC}$  ،  $\overline{BC}$

هما ٣٦ ، ٦٤ وحدة مربعة ؟

(أ) ٨٠ وحدة مربعة.

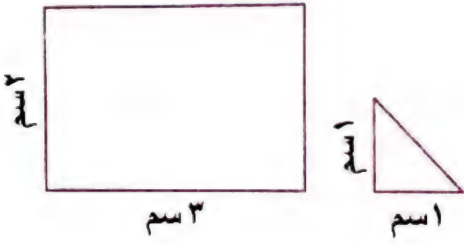
(ج) ١٠٠ وحدة مربعة.

(ب) ٩٦ وحدة مربعة.

(د) ١٢٠ وحدة مربعة.



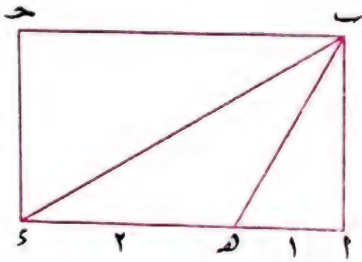
٢٠ في الشكل المقابل :



عدد المثلثات القائمة المظللة التي تلزم لتغطية سطح المستطيل تمامًا يساوي .....

- (أ) ٤  
(ب) ٦  
(ج) ٨  
(د) ١٢

٢١ في الشكل المقابل :



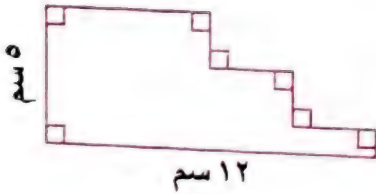
إذا كانت  $هـ : هـ = ١ : ٢$

فإن النسبة بين مساحة المثلث ب هـ د

إلى مساحة المستطيل أ ب ح د هي .....

- (أ) ١ : ٢  
(ب) ١ : ٣  
(ج) ٢ : ٣  
(د) ٢ : ٥

٢٢ في الشكل المقابل :

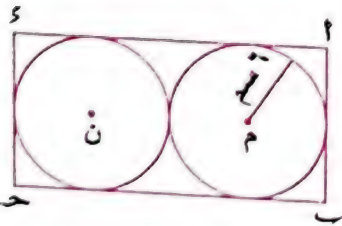


(أسوا ١٨)

محيط الشكل يساوي ..... سم

- (أ) ١٧  
(ب) ٢٢  
(ج) ٢٩  
(د) ٣٤

٢٣ في الشكل المقابل :



مستطيل به دائرتان م ، ن

طول نصف قطر كل منهما ٢ سم

فإن مساحة المستطيل تساوي ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٢٨٨  
(ب) ٢٥٢  
(ج) ٢١٦  
(د) ١٤٤

٢٤

الشكل المقابل يمثل ربع دائرة طول نصف قطرها ٢ سم

فإن محيط الشكل يساوي ..... سم.

- (أ)  $٢\pi$   
(ب)  $٥\pi$   
(ج)  $٤ + \pi$   
(د)  $٤ + \pi$



(الجيرة ١٩)

٣٥ في الشكل المقابل :

إذا قُسمت القاعدة في متوازي الأضلاع  
بنسبة ١ : ٣ فإن نسبة مساحة المثلث المظلل  
إلى مساحة متوازي الأضلاع هي .....

- (أ) ٣ : ١ (ب) ٦ : ١ (ج) ٨ : ١ (د) ٩ : ١

٣٦ في الشكل المقابل :

محيط الشكل يساوي ..... سم.

(أ) ٤٤

(ج) ٢٤

(ب) ٣٤

(د) ١٤

٣٧ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\Delta ABC \sim \Delta EHD$  و

$EH = 3$  سم ،

فإن :  $HD =$  ..... سم.

(أ) ٣

(ب) ٩

(ج) ٤

(د) ٦

٣٨ في الشكل المقابل :

إذا كان طول ضلع المربع = ١٠ سم

فإن : مساحة الدائرة = ..... سم<sup>٢</sup>

(أ)  $100\pi$

(ب)  $25\pi$

(ج)  $50\pi$

(د)  $40\pi$

٣٩ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$  ،  $\vec{BC} \parallel \vec{DE}$  ،  $\angle A = 90^\circ$

فإن :  $\angle C + \angle E =$  .....

(أ)  $90^\circ$

(ج)  $270^\circ$

(ب)  $180^\circ$

(د)  $360^\circ$



## امتحانات المحافظات في الجبر والإحصاء



### محافظة القاهرة

١

أجب عن الأسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١] أبسط مقاييس التشتت هو .....

(أ) الوسط الحسابي. (ب) الوسيط. (ج) المدى. (د) النوال.

٢]  $٢س \times ٣س =$  .....

(أ)  $٦س$  (ب)  $٥س$  (ج)  $٦س$  (د)  $٥س$

٣] إذا كانت :  $س = \{٣\}$  ،  $س = (س)$  ،  $ه = (س)$  فإن :  $س(س \times س) =$  .....

(أ) ١ (ب) ٥ (ج) ٨ (د) ١٥

٤] أبسط صورة للمقدار :  $٣س - ٤س + ٥س + ٧س$  هي .....

(أ)  $٧س + ١٢س$  (ب)  $١١س$

(ج)  $١٠س + ٩س$  (د)  $٨س + ٣س$

٥] العلاقة التي تمثل تغيراً عكسياً بين المتغيرين  $س$  ،  $س$  هي .....

(أ)  $س = ٥$  (ب)  $س = ٣ + س$  (ج)  $\frac{س}{٥} = \frac{س}{٥}$  (د)  $س = ٢س$

٦] إذا كان :  $س = ٤$  فإن :  $س =$  ..... حيث  $س \in س$

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ١٦

٢] (أ) ارسم منحنى الدالة  $د : د(س) = س$  متخذاً  $س \in [-٣ ، ٣]$  ومن الرسم أوجد :

١] القيمة العظمى أو الصغرى للدالة. ٢] معادلة محور التماثل.

(ب) أوجد الانحراف المعياري لمجموعة القيم : ١٥ ، ١٩ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٥

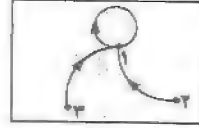
٣] (أ) إذا كانت :  $س = \{٣ ، ٤\}$  ،  $س = \{٥ ، ٤\}$  ،  $ع = \{٥ ، ٦\}$

أوجد : ١]  $س \times س$  ٢]  $(س - س) \times ع$

(ب) إذا كانت :  $س$  ،  $س$  ،  $ع$  ،  $ل$  كميات متناسبة أثبت أن :  $\frac{س - ل}{ع} = \frac{س - س}{س}$

٤ (١) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى إحدى النسبة ٣ : ٥ فإنها تصبح ١ : ٢

(ب) في الشكل المقابل :



المخطط السهمي يمثل العلاقة في المعرفة على المجموعة سـ

١ اكتب بياناً في

٢ هل العلاقة في دالة ؟ وإذا كانت دالة أوجد مداها

٥ (١) إذا كانت : ص ٣٥ س ، وكانت : ص = ٢٠ عندما س = ٤

أوجد : ١ ثابت التناسب بين ص ، س ٢ قيمة س عندما ص = ٤٠

(ب) إذا كانت : د (س) = ٢ س + ٤ ، د (٥) = ١٢ أوجد : قيمة لـ



## محافظة الجيزة

٢

أجب عن الاسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ضعف العدد <sup>٨</sup>٢ هو .....

(١) ١٠٢ (ب) ١٦٢ (ج) ٨٤ (د) ٩٢

٢ إذا كان : س ص = ٣ فإن : ص ٣٥

(١) س (ب) ٣ س (ج)  $\frac{1}{3} س$  (د)  $\frac{1}{4} س$

٣ إذا كان : س + ص = ٢٥ ، (س + ص) = ٢٩

فإن : س ص = .....

(١) ٦ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ٢٤

٤ إذا كانت : د (س) = ٣ فإن : د (٣) + د (٣-) = .....

(١) صفر (ب) ١ (ج) ٦- (د) ٦

٥  $٢- [ ٥ ، ٢- ] \cup \{ ٥ ، ٢- \} =$  .....

(١)  $[ ٥ ، ٢- ]$  (ب)  $[ ٥ ، ٢- ]$  (ج)  $[ ٥ ، ٢- [$  (د)  $] ٥ ، ٢- [$

٦ المدى لمجموعة القيم : ٥ ، ١٤ ، ٤ ، ٢٣ ، ١٥ هو .....

(١) ١٢ (ب) ١٤ (ج) ١٩ (د) ٢٣

٢ (١) إذا كانت : س = { ٢ ، ٥ } ، ص = { ١ ، ٢ } ، ع = { ٣ }

فأوجد : ١  $ص \times س$  (ج) ١٠ (ب)  $ص \cap س$  (د)  $ص \cup س$

(ب) إذا كانت : د (س) = ٤ س + ٣ وكانت : د (٢) = ١٠ فأوجد : قيمة ب

٣ (١) إذا كانت : س = { ٢ ، ٣ ، ٥ } ، ص = { ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ } وكانت في

علاقة من س إلى ص حيث « أ » في « ب » تعني «  $\frac{1}{4} ا$  » لكل  $ا \in س$  ،  $ب \in ص$  اكتب بياناً في ومثلها بمخطط سهمي. هل في دالة ؟ ولماذا ؟

(ب) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى إحدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

٤ (١) إذا كان : ٢٢ = ٣ = ٣ ح فأوجد القيمة العددية للمقدار :  $\frac{٢٦ + ح + ٦}{٢٤ + ح + ٦ + ح}$

(ب) احسب الانحراف المعياري لمجموعة القيم : ٥٥ ، ٥٢ ، ٥٧ ، ٥٦ ، ٥٤

٥ (١) إذا كانت : ص ٣٥ س وكانت : ص = ٦ عندما س = ٣

فأوجد : ١ العلاقة بين س ، ص ٢ قيمة ص عندما س = ٤

(ب) مثل بياناً منحنى الدالة : د (س) = ٤ - س حيث س  $\in [ -٣ ، ٣ ]$

ومن الرسم استنتج نقطة رأس المنحنى ، معادلة محور التماثل.



## محافظة الإسكندرية

٣

أجب عن الاسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س (س) = ٥ ، س (س × ص) = ١٠ فإن : س (ص) = .....

(١) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١





٥ (١) إذا كانت :  $a, b, c$  في تناسب متسلسل فأثبت أن :  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

(ب) مثل بياناً الدالة  $d$  حيث  $d = (x) = x^2 + 2x + 1$  متخذاً  $x \in [-4, 2]$

ومن الرسم استنتج :

١ إيجاد رأس المنحنى. ٢ معادلة محور التماثل.

٣ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.



## محافظة القليوبية

٤

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١  $\sqrt{x^2} = \dots$

(أ)  $x$  (ب)  $x^2$  (ج)  $x$  (د)  $x^2$

٢ إذا كان :  $(x + 5, 8) = (1, 6 + x)$  فإن :  $x = \dots$

(أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ٢ (د) ١٢

٣ مجموعة حل المعادلة :  $x^2 + 4 = 0$  في  $\mathbb{R}$  هي .....

(أ)  $\{4\}$  (ب)  $\{2, -2\}$  (ج)  $\{-2\}$  (د)  $\emptyset$

٤ إذا كان :  $x = 7$  فإن :  $3x = \dots$

(أ)  $\frac{1}{x}$  (ب)  $x - 7$  (ج)  $x$  (د)  $7 + x$

٥ إذا كان :  $x^2 - 16 = 0$  ،  $x + 8 = 0$  فإن :  $x = \dots$

(أ) ٢ (ب) ١ (ج) ١٢٨ (د) ٦٤

٦ إذا كان :  $x = (x - 36)$  لمجموعة من القيم عددها يساوي ٩

فإن :  $\sigma = \dots$

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ١٨ (د) ٢٧

٢ إذا كانت :  $x = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$  ،  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = x$  فإن :  $(x + 5) = \dots$

(أ) ١٢ (ب)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  (ج)  $2\sqrt{2}$  (د) صفر

٣ الوسط الحسابي للقيم : ٨ ، ٩ ، ٧ ، ٦ ، ٥ يساوي .....

(أ) ٢٥ (ب) ٧ (ج) ٣٥ (د) ٥

٤ لأي مجموعة  $S$  يكون :  $\emptyset \subseteq S$

(أ)  $\supset$  (ب)  $\not\supset$  (ج)  $\supset$  (د)  $\not\supset$

٥ العلاقة التي تمثل تغيراً طردياً بين المتغيرين  $x, y$  هي .....

(أ)  $y = x$  (ب)  $y = x + 3$  (ج)  $y = \frac{x}{3}$  (د)  $y = \frac{x}{5}$

٦  $1002 = 992 + \dots$

(أ) ٢ (ب) ١ (ج) ٩٩٢ (د) ٩٩

٢ (أ) إذا كانت :  $d = (x) = 3x$  حيث :  $x \in \mathbb{R}$

اذكر درجة  $d$  ثم أوجد  $d(-2)$  ،  $d(\sqrt{2})$

(ب) إذا كانت :  $5 = 4 = 3$  أوجد قيمة :  $\frac{9 + 47}{-2 + 44}$

٣ (أ) إذا كانت :  $S = \{-1, 1, 2\}$  ،  $T = \{2, 4, 6, 8\}$  وكانت  $G$

علاقة من  $S$  إلى  $T$  حيث « $G$ » تعني أن « $b = a + 2$ ».

لكل  $a \in S$  ،  $b \in T$  اكتب بيان  $G$  ومثلها بمخطط سهمي وهل  $G$  دالة ؟ ولماذا ؟

(ب) إذا كان :  $x^2 - 14x + 49 = 0$  فأثبت أن :  $3x = \frac{1}{x}$

٤ (أ) إذا كان :  $(x - 2, 3) = (5, x + 1)$  أوجد : قيمة كل من  $x$  ،  $y$

(ب) التوزيع التكراري التالي يبين عدد أطفال بعض الأمم في إحدى المدن الجديدة :

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤
عدد الأمم	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦

احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعدد الأطفال.



٢ (١) مثل بيانياً الدالة د حيث د (س) = (س - ٢) ، س ∈ [٠ ، ٤]

ومن الرسم استنتج :

١ معادلة محور التماثل.

٢ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

(ب) إذا كانت : ص ٥٠  $\frac{1}{س}$  ، وكانت : س =  $\frac{٤}{٥}$  ٢ عندما ص =  $\frac{٤}{٧}$   
أوجد قيمة ص عندما س =  $\frac{١}{٥}$  ٢

٣ (١) إذا كانت : س = {٢ ، ٣ ، ٥} ، ص = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠}

وكانت ك علاقة معرفة من س إلى ص حيث « ك ب » تعني أن « ٢ ب = ٢ »

لكل س ، ب ∈ ص

١ اكتب بيان ك ومثلها بمخطط سهمي.

٢ هل العلاقة دالة ؟

(ب) إذا كانت : أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة فأثبت أن :  $\frac{٢٥ - ٣ج}{٢٥ - ٢ب} = \frac{٢٥ - ٢د}{٢٥ - ٢أ}$

٤ (١) إذا كانت : س = {٢ ، ٤} ، ص = {٠ ، ٤} ، ع = {٢ ، ٥ ، ٤}

أوجد : ١ (ع - ص) × (س ∩ ص) ٢ (س ∪ ص)

(ب) إذا كانت : د (س) = ٤ س + ب وكانت : د (٢) = ١٥ فأوجد : قيمة ب

٥ (١) إذا كان :  $\frac{٢}{س + ٢} = \frac{١}{ص + ٢} = \frac{٣}{٤س - ٣} = \frac{٤}{٥س + ٥}$

فأثبت أن :  $\frac{١ + ٢ب}{٧} = \frac{٤ + ب}{١٧}$

(ب) أوجد الانحراف المعياري للتوزيع التكراري التالي :

س	صفر	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
ك	٢	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩	١٠٠



## محافظة الشرقية

أجب عن الأسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان الوسط الحسابي للكميات ٢ س ، ٢ ، ٤ ، ٥ يساوي ٤

فإن : س = .....

(١) ١ (ب) ٢ (ج) ٢ (د) ٤

٢ إذا كان : س × ص = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤) } فإن : س ∩ ص = .....

(١) {١ ، ٢} (ب) { (٢ ، ٣) } (ج) ∅ (د) {٤ ، ١}

٣ إذا كانت : ص = م س حيث م ثابت ≠ صفر فأى العبارات الآتية تكون عبارة خطأ ؟

(١) ص ٥٠ س (ب) س ٥٠ ص (ج) س =  $\frac{١}{م}$  ص (د) س ٥٠  $\frac{١}{ص}$

٤ إذا كانت : أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة فإن :  $\frac{٢٥ - ٣ج}{٢٥ - ٢ب} = \frac{٢٥ - ٢د}{٢٥ - ٢أ}$

(١) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٢

٥ إذا كانت د : د (س) = (٢ - ١٢) س + ٢ س + ٢ س + ٢ + ٢ كثيرة حدود من الدرجة الثانية

فإن : أ = .....

(١) صفر (ب) ٢ (ج) ٢ (د) ١

٦ إذا كانت النقطة (٢ - ٥ ، ٥ - ٥) تقع فى الربع الرابع فإن .....

(١) ٥ ≤ ٢ (ب) ٥ ≥ ٢ (ج) ٥ < ٢ (د) ٥ > ٢

٢ (١) إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٢} ، ص = {٢ ، ٤} أوجد :

١ س - ص ٢ (س ∩ ص) × ص ٣ (س ∪ ص)

(ب) إذا كانت : أ ، ب ، ج ، د فى تناسب متسلسل

أثبت أن :  $\frac{١}{ج} = \frac{١ + ب}{٢ + د}$



٢ (١) إذا كانت :  $s = \{-\frac{1}{4}, 1, \text{صفر}, -\frac{1}{4}, -1\}$

ص =  $\{1, 2, \text{صفر}, -1, -2\}$  وكانت  $s$  علاقة من  $s$  إلى  $s$  حيث « $f$ » تعني «العدد  $f$  هو المعكوس الضربي للعدد  $s$ » لكل  $f \in s, s \in s$  ، اكتب بيان  $s$  ومثلها بمخطط سهمي ، وبين هل  $s$  دالة أم لا ، ولماذا ؟

(ب) إذا كانت :  $s$  تتغير عكسياً مع  $s^2$  حيث  $s = 9$  عندما  $s = \frac{2}{3}$

أوجد : ١ العلاقة بين  $s$  ،  $s$  ٢ قيمة  $s$  عند  $s = \frac{1}{4}$

٤ (١) مثل بيانياً منحنى الدالة  $d : (s) = (s - 3)^2 + 1$  متخذاً  $s \in [0, 6]$

ومن الرسم أوجد :

١ إحداثي نقطة رأس المنحنى. ٢ القيمة الصغرى للدالة.

٣ معادلة محور التماثل للمنحنى.

(ب) إذا كان :  $\frac{s}{3} = \frac{s}{4} = \frac{s}{5}$  أوجد قيمة :  $\frac{s + s + s}{s^2 + s^2}$

٥ (١) احسب الانحراف المعياري للقيم : ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١

(ب) إذا كانت  $d (s) = 4s + s$  وكانت :  $d (4) = s$

فأوجد قيمة المقدار :  $4s^2 + 5$



أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ العدد ٢ ينتمي إلى مجموعة حل المتباينة : .....

(١)  $s < 2$  (ب)  $s > 2$  (ج)  $s \leq 2$  (د)  $s \geq 2$

٢  $\left(\frac{3}{4}\right)^2$  .....  $\left(\frac{3}{4}\right)^{\text{صفر}}$

(١)  $>$  (ب)  $<$  (ج)  $=$  (د)  $\geq$

٣ العدد الذي يقع بين : ٠.٠٢ ، ٠.٠٣ هو .....

(١) ٠.٠٠٠٢٥ (ب) ٠.٠٠٠٢٥ (ج) ٠.٠٢٥ (د) ٠.٢٥

٤ إذا كانت :  $9 > 5$  فإن النقطة (٢ ، ٤ - ٥) تقع في الربع .....

(١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

٥ إذا كانت :  $\frac{4}{3} = \frac{5}{s}$  فإن :  $5 - 4 = 3 + 4 =$  .....

(١) ٢ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٦ إذا كان :  $s = (s - 3)^2$   $48 =$  لمجموعة من القيم عدها ١٢

فإن :  $s = 5$  .....

(١) ٢ (ب) ٢- (ج) ٤- (د) ٤

٧ (١) إذا كانت :  $s = \{-1, 1, 2\}$  ،  $s = \{2, 4, 6, 8\}$  وكانت  $s$  علاقة

من  $s$  إلى  $s$  حيث « $f$ » تعني أن « $s = 4 + 2 = 6$ » لكل  $f \in s, s \in s$  ، اكتب بيان  $s$  ومثلها بمخطط سهمي. ٢ بين أن  $s$  دالة وأوجد مداها.

(ب) إذا كان المستقيم الممثل للدالة  $d : s \rightarrow s$  حيث  $d (s) = 6s - 4$  يقطع

محور الصادات في النقطة (٣ ، ب) فأوجد : قيمة  $5 - 4$

٨ (١) إذا كانت :  $s = \{1\}$  ،  $s = \{2, 3\}$  ،  $s = \{3, 4, 5\}$

أوجد ما يلي : ١  $s \times s$  ٢  $s \times (s - 4)$

٣  $s(4)$

(ب) إذا كانت :  $s$  وسطاً متناسباً بين ٤ ، ٥ فأثبت أن :  $\frac{4 + 5}{4} = \frac{5 + 4}{5}$

٩ (١) إذا كانت :  $s : 2 = 3 : 5$  وكانت :  $4 + s + 3 = 35$

فأوجد : قيمة كل من ٤ ، ب ، ج

(ب) إذا كانت :  $s = 7 + 4$  وكانت :  $4 \propto \frac{1}{s}$  وكانت :  $4 = 3$  عندما  $s = 2$  فأوجد :

١ العلاقة بين  $s$  ،  $s$  ٢ قيمة  $s$  عندما  $s = 3$

٥ (١) ارسم منحنى الدالة  $d$  حيث  $d = 2x - 4$  من متخذاً  $x \in [0, 1]$

ومن الرسم أوجد :

١ إحداثيتي نقطة رأس المنحنى.

٢ القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة.

(ب) أوجد الانحراف المعياري للقيم الآتية : ٢٠ ، ٢٧ ، ٥ ، ١٦ ، ٢٢



## محافظة الغربية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الدوال الآتية هي دوال كثيرات حدود ما عدا الدالة  $d$  حيث  $d = (x) = \dots$

(١)  $x + 2$  (ب)  $\sqrt{x} + 1$

(ج)  $(x + \frac{1}{x})$  (د)  $x^2 (x + 4)$

٢ مجموعة حل المعادلة :  $(x - 5) = 0$  في  $x$  هي .....

(١)  $\{0\}$  (ب)  $\{0, 5\}$  (ج)  $x$  (د)  $x - 5$

٣ إذا كان :  $(2 - x, 7 - x) = (26, 7 - x)$  فإن :  $\sqrt{x} + \sqrt{2} = \dots$

(١) ٥ (ب) ٥- (ج)  $5 \pm$  (د)  $7 \pm$

٤ الثاني المتناسب للأعداد : ٢ ، ... ، ٨ هو .....

(١) ٤ (ب) ٦ (ج)  $4 \pm$  (د)  $6 \pm$

٥ المدى لمجموعة القيم : ٧ ، ٢ ، ٦ ، ٩ ، ٥ هو .....

(١) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ١٢

٦ إذا كانت :  $x = 2$  وكانت :  $x = 2$  عندما  $x = 8$

فإن :  $x = 2$  عندما  $x = \dots$

(١) ١٦ (ب) ١٢ (ج) ٢٤ (د) ٦

٢ (١) إذا كانت :  $s = \{-2, -3, -2\}$  ،  $v = \{\frac{1}{8}, \frac{1}{17}, 8\}$  وكانت  $g$  علاقة

من  $s$  إلى  $v$  حيث « $g$ » تعني أن « $s = 2v$ » لكل  $v \in s$  ،  $v \in v$  .  
اكتب بيان  $g$  ومثلها بمخطط سهمي. هل  $g$  دالة أم لا ؟ مع ذكر السبب.

(ب) إذا كانت :  $s = 2 - 14x + x^2$  ،  $v = 49 - x^2$  فأثبت أن :  $x = \frac{1}{x}$

٣ (١) إذا كانت :  $a, b, c, d$  كميات متناسبة أثبت أن :  $\frac{a+b}{c} = \frac{a+b}{d}$

(ب) مثل بياناً منحنى الدالة  $d = (x) = 2 - x^2$  متخذاً  $x \in [2, 3]$   
ومن الرسم استنتج معادلة محور التماثل ، القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

٤ (١) إذا كان :  $s \times v = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$  أوجد :  $v$

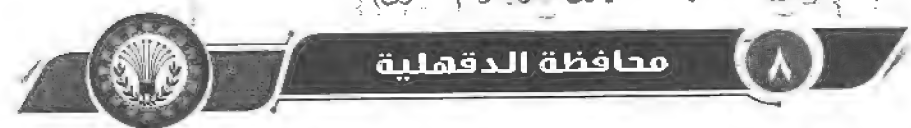
ومثلها بمخطط بياني.

(ب) أوجد العدد الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى كل من حدى النسبة ٥ : ١١  
فإنها تصبح ٣ : ٥

٥ (١) إذا كان المستقيم الممثل للدالة  $d : x \rightarrow x - 6$  حيث  $x = 6$  ل

يقطع محور الصادات في النقطة  $(m, 3)$  فأوجد : قيمتي  $m$  ،  $l$

(ب) احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للبيانات الآتية : ٢٣ ، ١٢ ، ١٧ ، ١٣ ، ١٥  
(مقرباً الانحراف المعياري لأقرب رقم عشري)



## محافظة الدقهلية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ (١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $s = 5$  ،  $v = 9$  فإن :  $\frac{x}{y} = \dots$

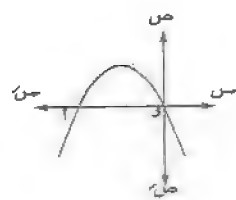
(١) ١٠ : ٢٧ (ب) ٥ : ٩ (ج) ٩ : ٥ (د) ٢٥ : ٨١

٢ الشكل المقابل منحنى لدالة تربيعية حيث  $(-4, 0)$

فإن معادلة محور التماثل هي :  $x = \dots$

(١) ١ (ب) ١-

(ج) ٢- (د) صفر







٣ العدد الذي إذا أضيف إلى كل من الأعداد ١، ٢، ٦ فإنها تصبح متناسبة هو .....

- (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ١ (د) ٢

(ب) إذا كانت ب وسطاً متناسباً بين ٩، ح أثبت أن:  $\frac{٩}{٢} = \frac{٢}{٢} + \frac{٢}{٢}$

٢ (١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت د (س) = (٣ + س) - س - ٢ فإن د (٧) = .....

- (أ) ٤ (ب) ١ (ج) ٧ (د) ١٠

٢ إذا كانت د (س) = (س - س) = ٣٦ لمجموعة من القيم عددها ٩

فإن الانحراف المعياري يساوي .....

- (أ) ٢ (ب) ١٨ (ج) ٢٧ (د) ٤

٣ إذا كانت د (س) = ٣ فإن د (٢) - د (٧) = .....

- (أ) ٥ (ب) -٥ (ج) صفر (د) -٤

(ب) إذا كانت س = {٤، ٥، ٧} وكانت د دالة على س

وكان بيان د = {٤، ٥، ٧}، (ب) = {٥، ٧}، (٤) = {٧، ٤}

أوجد : ١ القيمة العددية للمقدار ٣ + ٢ ب مدى الدالة. ٢

٣ (١) إذا كان :  $\frac{١}{٤} = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤}$  أثبت أن :  $\frac{١}{٤} = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤}$

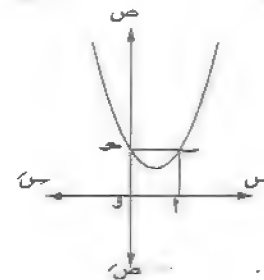
(ب) احسب الانحراف المعياري للقيم : ١٢، ١٣، ١٦، ١٨، ٢١

٤ (١) الشكل المقابل لمنحنى الدالة التربيعية

د : د (س) = س<sup>٢</sup> - (٢ - س) - ٤ + ٤

فإذا كان الشكل و ١ ب ح مربعاً

فأوجد : قيمة الثابت ٤



(ب) إذا كانت : ص = ١ + ب حيث ب تتغير عكسياً

مع مربع س وكانت : س = ١ عندما ص = ٥

أوجد العلاقة بين : س، ص ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٢

٥

(١) إذا كانت : د (س) = ٢ + س<sup>٢</sup>، ل (س) = ح كثيرتي حدود حيث ١، ح ثابتان

وكان : د ٣ ل ٢ + (٢) ل ٢ = ٦ أوجد القيمة العددية للمقدار : د ٢ + (٠) ل ٢ (٧)

(ب) إذا كانت : س = {٢، ٥، ٧}، ص = {س : س > ٨، ط > ٨، س > ٢٠} وكانت

الدالة د من س - ص بيانها كالتالي د = {٢، ٩}، (٥، ١٥)، (٧، ٢١)

١ انكر مجال الدالة د ٢ اكتب قاعدة الدالة.

## محافظة الإسماعيلية

٩

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ توقع أى نتيجة لمباراة النادي الإسماعيلي يسمى فى علم الرياضيات .....

- (أ) احتمالات. (ب) معادلات. (ج) متباينات. (د) علاقات.

٢ الثالث متناسب للأعداد : ٢، ٣، ٦ هو .....

- (أ) ١ (ب) ٤ (ج) ٩ (د) ١٢

٣ يكون العدد  $\frac{٢}{٥}$  نسبياً إذا كانت : س ≠ .....

- (أ) صفر (ب)  $\frac{١}{٥}$  (ج)  $\frac{٢}{٥}$  (د) ٥

٤ إذا كانت النقطة (ب - ٢، ٤ - ٢) تقع فى الربع الثالث فإن ب = .....

- (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

٥ إذا كان : ١٧ س + ٨ = ١١ فإن : ١٧ س + ١١ = .....

- (أ) ٨ (ب) ١١ (ج) ١٤ (د) ١٧

٦ إذا تساوت مجموعة من القيم فإن التشتت لتلك القيم .....

- (أ) < صفر (ب) > صفر (ج) ١ (د) = صفر

٢ (١) إذا كانت : س = {٢، ٢}، ص = {٢، ٤، ٥}

أوجد : ١ س × ص ٢ س<sup>٢</sup> ٣ ص (ص)

(ب) إذا كانت : ٢٢ = ٤ ب أوجد قيمة المقدار :  $\frac{٢٢}{٢ - ٢}$

٣ (١) إذا كان  $f$  تتغير عكسياً مع مربع  $b$ ، وكانت:  $h = 0$  عندما  $b = 3$ .

أوجد: قيمة  $f$  عندما  $b = 2$

(ب) إذا كان المستقيم الممثل للدالة  $d: C \rightarrow R$  حيث  $d(3) = 4$  -  $3$  يقطع محور الصادات في النقطة  $(b, 0)$  أوجد: قيمتي  $f, b$

٤ (١) إذا أضيف ضعف العدد  $s$  إلى كل من الأعداد  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  أصبحت كميات متناسبة فأوجد: قيمة  $s$

(ب) إذا كانت:  $s = \{1, 1, 2\}$ ،  $v = \{2, 4, 6, 8\}$  وكانت  $g$  علاقة من  $s$  إلى  $v$  حيث  $f \in g$  تعني  $f = 2 + 4$  لكل  $f \in s$ ،  $b \in v$  علاقة  $1$  أوجد بيان  $g$  ومثلها بمخطط سهمي.

٥ (١) مثل بياناً منحنى الدالة  $d$  حيث  $d(3) = 2 - s$  حيث  $s \in \{2, 3\}$  ومن الرسم استنتج:  $1$  إحداثي رأس المنحنى.  $2$  القيمة الصغرى أو العظمى للدالة.

(ب) احسب الانحراف المعياري للقيم الآتية:  $12, 13, 16, 18, 21$



أجب عن الأسئلة الآتية، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ إذا كانت:  $2, 3, 6, s$  كميات متناسبة فإن:  $s =$  .....  
(١) ٩ (ب) ١٨ (ج) ١٢ (د) ٣

٢ إذا كانت:  $2 \times 12 = 12 \times 2$  فإن:  $12 =$  .....  
(١) ٢٤ (ب) ٢٢ (ج) ٢٤ (د) ٢٢

٣ إذا كانت:  $s = \{1, 2\}$ ،  $v = \{2, 3, 4\}$  فإن:  $(3, 4) \in$  .....  
(١)  $s \times v$  (ب)  $v \times s$  (ج)  $s^2$  (د)  $v^2$

٤ إذا كان:  $(4, 0) = (b, 6)$  فإن:  $f + b =$  .....  
(١) ٥ (ب) ١١ (ج) ٦ (د) ١

٥ مجموع قيم المفردات  
عدد هذه القيم

(١) المدى (ب) الانحراف المعياري

(ج) الوسط الحسابي (د) المتوسط

٦ إذا كانت النقطة  $(2, v)$  تقع على محور السينات فإن:  $v + 4 =$  .....  
(١) ٥ (ب) ٤ (ج) ٢ (د) ٣

٧ (١) إذا كانت:  $4 = 2 \times b$  أوجد: قيمة  $\frac{b+4}{b-4}$

(ب) إذا كانت:  $s = \{0, 2, 4\}$ ،  $v = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  وكانت  $g$  علاقة من  $s$  إلى  $v$  حيث  $f \in g$  تعني  $f = b + 4$  أن  $b = 0$  لكل  $f \in s$ ،  $b \in v$

١ اكتب بيان العلاقة. ٢ مثل  $g$  بمخطط سهمي. ٣ هل  $g$  دالة؟

٨ (١) إذا كان:  $s \times v = \{(2, 6), (2, 9), (3, 6), (3, 9)\}$

أوجد:  $1$   $s, v$  ٢  $s \times v$

(ب) مثل بياناً منحنى الدالة  $d: s \rightarrow v$  حيث  $s = \{1, 2\}$  حيث  $s \in \{2, 3\}$  ومن الرسم استنتج:

١ نقطة رأس المنحنى. ٢ معادلة محور التماثل. ٣ القيمة الصغرى.

٩ (١) إذا كانت:  $s, v, e, l$  كميات متناسبة فأثبت أن:  $\frac{s+e}{v+l} = \frac{s}{v}$

(ب) من بيانات الجدول المقابل أجب عن الأسئلة الآتية:

٦	٤	٢	$s$
٢	٣	٦	$v$

١ بين نوع التغير بين  $s, v$

٢ أوجد ثابت التغير.

٣ أوجد قيمة  $s$  عندما  $s = 3$

١٠ (١) إذا كانت  $d(3) = 2 - s$ ،  $s(3) = 3 - s$

١ أوجد:  $d(2) + s(2)$  ٢ أثبت أن:  $d(3) + s(3) = 0$

(ب) احسب الانحراف المعياري للقيم:  $12, 13, 16, 18, 21$



## محافظة بورسعيد

### أجب عن الأسئلة الآتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $(٥, ٢) \in \{٢, ٦\} \times \{٨, س\}$  فإن :  $س =$  .....

(أ) ٨ (ب) ٦ (ج) ٥ (د) ٢

٢ الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة :  $ص = ٢س - ١$  يمثلها بيانيًا خط مستقيم يقطع محور الصادات في النقطة .....

(أ)  $(٠, \frac{1}{٢})$  (ب)  $(٠, ١)$  (ج)  $(١, ٠)$  (د)  $(٠, \frac{1}{٢})$

٣ الفرق بين أكبر المفردات وأصغرها لمجموعة من المفردات يسمى .....

(أ) الانحراف المعياري. (ب) الوسط الحسابي.  
(ج) الوسيط. (د) المدى.

٤ إذا كانت النقطة  $(س - ٢, ٤ - س)$  حيث  $س \in ص$  تقع في الربع الرابع فإن :  $س =$  .....

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

٥ أي من الجداول الآتية يمثل تغيرًا طرديًا بين  $س$  ،  $ص$  ؟

س	ص
٩	١٠
١٨	٥

(د)

س	ص
٦	٣
٩	٢

(ج)

س	ص
٢٠	٣
١٢	٥

(ب)

س	ص
٩	٢
١٨	٤

(أ)

٦ إذا كان :  $(س - ١, ١١) = (٨, ص + ٣)$  فإن :  $س + ٢ =$  .....

(أ) ٥ (ب)  $٥ \pm$  (ج)  $\sqrt{١٧}$  (د) ٢٥

٢ (أ) إذا كانت :  $س = \{١, ٢\}$  ،  $ص = \{٢, ٥\}$  ،  $ع = \{٥, ٤\}$

فأوجد : ١  $ص(س \times ع)$  ٢  $(س - ص) \cap ع$

(ب) مثل بيانيًا د :  $(س) = س^٢ + ٢س + ١$  متخذًا  $س \in [-٤, ٢]$

ومن الرسم استنتج :

١ إحداثيي رأس المنحنى. ٢ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

٣ (أ) إذا كانت :  $(س) = ٤س + ب$  وكانت :  $د(٣) = ١٥$  أوجد : قيمة ب

(ب) إذا كانت :  $ص = \frac{١}{س}$  وكانت :  $ص = ٦$  عندما  $س = ٥$  ،

فأوجد : ١ العلاقة بين  $س$  ،  $ص$  ٢ قيمة  $ص$  عندما  $س = ٥$

٤ (أ) إذا كانت :  $س = \{١, ٢, ٣\}$  ،  $ص = \{١٢, ٢١, ٤٧, ٥٢\}$  وكانت  $ع$  علاقة

من  $س$  إلى  $ص$  حيث « $ع$ » تعني «أ رقم من أرقام العدد ب»

لكل  $س \in س$  ،  $ب \in ص$

١ اكتب بيان  $ع$  ومثلها بالمخطط السهمي.

٢ أي من العلاقات التالية صواب مع ذكر السبب : ١  $ع ٥٢$  ، ٢  $ع ٢١$  ، ٣  $ع ٤٧$  ؟

(ب) إذا كانت :  $٧$  ،  $س$  ،  $ص$  في تناسب متسلسل فأوجد : قيمة  $س$  ؟

٥ (أ) إذا كان :  $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$  فأثبت أن :  $\frac{١}{٢} = \frac{٢ص - ع}{٣س - ٢ص + ع}$

(ب) احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم الآتية : ٢ ، ٦ ، ٧ ، ٩ ، ١٥

## محافظة دمياط

### أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١  $\sqrt[٣]{٣٦} =$  .....

(أ) ٦ (ب) ٦- (ج)  $٦ \pm$  (د) ١٨

٢ النقطة  $(٢ - , ٥)$  تقع في الربع .....

(أ) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.



٣ أكثر مقاييس التشتت انتشارًا وأدقها هو .....

- (أ) الوسيط. (ب) الوسط الحسابي.  
(ج) المدى. (د) الانحراف المعياري.

٤ ع = .....

(أ) ١٠ (ب) ١١ (ج) ١٢ (د) ١٣

٥ إذا كان:  $(س - ٢, ٢ - ص) = (٢٢, ٢)$  فإن:  $(س, ص) =$  .....

(أ)  $(٢, ٥)$  (ب)  $(٥, ٢)$  (ج)  $(٥, ٥)$  (د)  $(٢, ٢)$

٦ إذا كان:  $س - ص = ٨$  فإن:  $ص = ٥٥$  .....

(أ)  $س - ٨$  (ب)  $\frac{١}{س}$  (ج)  $س$  (د)  $٨ + س$

٧ (أ) إذا كانت:  $س = \{٥, ٢\}$  ،  $ص = \{٢, ١\}$  ،  $ع = \{٣\}$

أوجد: ١  $(س \times ص)$  ٢  $(س - ص) \times ع$  ٣  $ص^٢$

(ب) إذا كانت:  $ب$  وسطًا متناسبًا بين  $٩$  ،  $٤$  أثبت أن:  $\frac{ب-٩}{ب-٤} = \frac{ب}{ب+٤}$

٨ (أ) إذا كانت:  $س = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$  ،  $ص = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦\}$

وكانت  $ع$  علاقة من  $س$  إلى  $ص$  حيث « $ع$ » تعني أن « $٩ = ب + ٧$ »

لكل  $٩ \in س$  ،  $ب \in ص$

١ اكتب بيان  $ع$

٢ اذكر مع بيان السبب هل  $ع$  تمثل دالة من  $س$  إلى  $ص$  أم لا ، وإذا كانت دالة

أوجد مداها.

(ب) إذا كان:  $\frac{٢١ - س - ص}{٧ - س - ع} = \frac{ص}{ع}$  أثبت أن:  $ص = ٥٥$

٩ (أ) احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم الآتية:  $١٢, ١٣, ١٦, ١٨, ٢١$

(ب) إذا كانت  $ص = ٥٥$  ، وكانت:  $٦ = ع$  عندما  $س = ٢$

أوجد: ١ العلاقة بين  $س$  ،  $ص$  ٢ قيمة  $ص$  عندما  $س = ٥$

٥ (أ) إذا كان:  $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$  أثبت أن:  $\sqrt[٣]{٣س + ٢ص + ٤ع} = ٢س + ٢ص + ٢ع$

(ب) مثل بيانًا الدالة  $د: د(س) = ٢س + ٢$  متخذًا  $س \in [-٢, ٢]$

ومن الرسم استنتج: ١ معادلة محور التماثل للدالة. ٢ القيمة الصغرى للدالة.



أجب عن الأسئلة الآتية: (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ الثالث المتناسب للأعداد:  $٤, ١٢, ...$  ،  $٤٨$  هو .....

(أ) ٧ (ب) ٣٢ (ج) ١٦ (د) ٣٦

٢  $\emptyset$  .....  $\{٢, ١\}$

(أ)  $\supset$  (ب)  $\not\subset$  (ج)  $\not\supset$  (د)  $\supset$

٣ المدى لمجموعة القيم:  $٧, ٢, ٦, ٩, ٥$  يساوي .....

(أ) ٢ (ب) ٦ (ج) ٤ (د) ١٢

(ب) مثل بيانًا منحنى الدالة  $د$  حيث  $د(س) = (س - ٢)^٢$  متخذًا  $س \in [-١, ٥]$

ومن الرسم استنتج نقطة رأس المنحنى للدالة ومعادلة محور التماثل والقيمة الصغرى للدالة.

٤ (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١  $(\sqrt{٥٢} + \sqrt{٧٢})(\sqrt{٥٢} - \sqrt{٧٢}) =$  .....

(أ) ٢ (ب) ١٢ (ج) ٣٥ (د) ٢ -

٢  $|٥ - | + |٥| =$  .....

(أ) صفر (ب) ٢٥ (ج) ١٠ (د) ١٠ -

٣ إذا كان:  $(س - ٢, ٢) = (٣, ٥)$  ،  $ص = ٥$  فإن:  $س - ص =$  .....

(أ) ٧ (ب) ٣ (ج) ١١ (د) ١١ -

(ب) إذا كانت:  $ص$  وسطًا متناسبًا بين  $س$  ،  $ع$

أثبت أن:  $\frac{س - ص}{س - ع} = \frac{ص}{س + ع}$





٣ (١) إذا كانت : س = {١، ٢، ٣، ٤، ٥} ، ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥} ،

وكانت ك علاقة معرفة من س إلى ص حيث «ك ب» تعني أن «ب = ٦ - ١»  
لكل  $٢ \ni س$  ،  $٢ \ni ب$  ص

١ اكتب بيان ك ومثلها بمخطط سهمي.

٢ بين أن ك دالة واذكر مداها.

(ب) إذا كانت : س = ٢ ص أوجد قيمة النسبة :  $\frac{٢ + س}{٦ - س}$

٤ (١) إذا كانت : س = {١، ٢} ، ص = {٠، ٤} ، ع = {٢، ٥، ٤}

أوجد : ١ س × ص ٢ (ص ∩ ع) × س ٣ (ص)

(ب) إذا كانت : د (س) = ٢ س + ١ وكانت : د (٢) = ١ أوجد : قيمة ٢

٥ (١) إذا كانت : ص تتغير عكسياً مع س وكانت : ص = ٢ عندما س = ٤

١ أوجد العلاقة بين ص ، س ٢ استنتج قيمة ص عندما س = ١٦

(ب) احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم : ٨ ، ٩ ، ٧ ، ٦ ، ٥



## محافظة البحيرة

أجب عن الاسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة الحل في ح للمعادلة : س + ٩ = ٠ هي .....

(١) {٢-} (ب) {٢} (ج) {٢، ٢-} (د) ∅

٢ إذا كانت النقطة (٤ - ٢، ٤ - ٢) حيث ل ∋ ص تقع في الربع الثالث

فإن : ل = .....

(١) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

٣ المعكوس الضربي للعدد  $\frac{٣}{٢}$  هو .....

(١)  $-\frac{٣}{٢}$  (ب)  $\frac{٣}{٢}$  (ج)  $-\frac{٢}{٣}$  (د)  $\frac{٢}{٣}$

٤ إذا كانت : ٧ ، س ،  $\frac{١}{ص}$  في تناسب متسلسل فإن : س = ٢ ص = .....

(١) ٧ (ب)  $\frac{١}{٧}$  (ج) ١٤ (د) ٤٩

٥ إذا كان : ٢ + ٢ = ٧ ، ٢ = ح

فإن القيمة العددية للمقدار : ٢ + ٢ (ب + ح) = .....

(١) ١٠ (ب) ١٦ (ج) ٢١ (د) ٣٠

٦ الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في المجموعة يُسمى .....

(١) الوسط الحسابي. (ب) الوسيط.

(ج) المدى. (د) الانحراف المعياري.

٢ (١) إذا كانت : س = {١} ، ص = {٢، ٢} ، ع = {٦، ٥، ٢}

أوجد : ١ س × (ص ∩ ع) ٢ (ص)

(ب) أوجد العدد الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى كل من حدى النسبة ٥ : ١١

فإنها تصبح ٥ : ٢

٢ (١) إذا كانت النقطة (٢، ٢) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة

٢ ح ح حيث : (س) = ٤ س - ٥ فأوجد : قيمة ٢

(ب) إذا كان :  $\frac{١}{٣} = \frac{٢ + ح}{٦} = \frac{١ + ح}{٥}$  فأثبت أن :  $٧ = \frac{١ + ح}{٢}$

٤ (١) إذا كانت : س = {١، ٢، ٣، ٤، ٥} ، وكانت ك علاقة على س حيث «ك ب»

تعني أن «٦ = ب + ١» لكل  $٢ \ni س$  ،  $٢ \ni ب$  ص

١ اكتب بيان ك ٢ بين أن ك دالة ، وأوجد مداها.

(ب) احسب الانحراف المعياري للقيم الآتية : ١٧ ، ٢٢ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ١٨

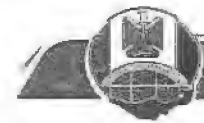
٥ (١) إذا كانت : ص ٥ س وكانت ص = ٦ عندما س = ٣

فأوجد : ١ العلاقة بين ص ، س ٢ قيمة ص عندما س = ٥

(ب) مثل بياناً منحني الدالة د حيث د (س) = ٣ - ٢ س متخذاً س ∈ [٢، ٢-]

ومن الرسم استنتج :

١ معادلة محور التماثل. ٢ القيمة الصغرى للدالة.



## محافظة الفيوم

١٥

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يسمى .....

- (أ) الوسيط. (ب) المنوال.  
(ج) المدى. (د) الانحراف المعياري.

٢ إذا كانت د : د (٣ س) = ٦ فإن د : د (٢-) = .....

- (أ) ١٢ (ب) ٣ (ج) ٦ (د) ١٨

٣  $[-(٢، ٥) - [٢، ٥] =$  .....

- (أ)  $\{٢، ٥\}$  (ب)  $[-(٢، ٥)]$  (ج)  $[٢، ٥]$  (د)  $\emptyset$

٤ خمس العدد ٥ : يساوي .....

- (أ) ٢٥ (ب) ٥ (ج) ٥% (د) ٥

٥ إذا كانت :  $\frac{١}{٢} = \frac{٢}{٣} = \frac{٣}{٤}$  فإن كل نسبة تساوي .....

- (أ)  $\frac{١+٢+٣}{٣}$  (ب)  $\frac{١+٢+٣}{٤}$   
(ج)  $\frac{١+٢+٣}{١٠}$  (د)  $\frac{١-٢}{٥}$

٦ إذا كان : س عدداً فردياً فإن العدد الفردي التالي له هو .....

- (أ) س - ١ (ب) س + ١ (ج) س + ٢ (د) س + ٣

٧ إذا كان : ٢٣ = ٢ ب فأوجد قيمة المقدار :  $\frac{٢٣-٢٢}{٢+١}$

(ب) إذا كانت : د (س) = ١ س + ٥ ، وكانت : د (٣-) = ٨ فأوجد : قيمة ١

٨ إذا كانت : س ، ص ، ع في تناسب متسلسل فأثبت أن :  $\frac{٢}{ص} = \frac{٢}{ص} = \frac{٢}{ص}$

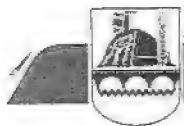
(ب) إذا كانت : س = {١، ١، ٢} ، ص = {٢، ٤، ٦، ٨} ، وكانت د علاقة من س إلى ص حيث «١» د «٢» تعني أن «٢ = ١ س» لكل ١ س ، ب ٣ ص ، اكتب بيان د ومثلها بمخطط سهمي. هل د دالة من س إلى ص ؟ ولماذا ؟

٩ إذا كانت ص تتغير طردياً بتغير س ، وكانت : ص = ٢٠ عندما س = ٧ ، أوجد العلاقة بين ص ، س ، ثم أوجد ص عندما س = ١٤

(ب) إذا كان (٥ - ٢ س ، ص) = (١ ، ٢٧) فأوجد : قيمة ٣ س + ص

١٠ (أ) ارسم الشكل البياني للدالة د : د (س) = ٢ - ٢ حيث س ٣ [٢، ٢] ، ومن الرسم استنتج إحداثي نقطة رأس المنحنى ، والقيمة الصغرى للدالة.

(ب) أوجد الانحراف المعياري للقيم : ٧ ، ١٦ ، ١٣ ، ٥ ، ٩



## محافظة بنى سويف

١٦

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ النقطة (٤- ، ٢-) تقع في الربع .....

- (أ) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

٢ إذا كانت : س تمثل عدداً سالباً فإن العدد الموجب هو .....

- (أ) ٢ س (ب) ٢ س (ج) ٤ س (د) ٦ س

٣ إذا كانت : س = ١ فإن : ص تتغير مع .....

- (أ)  $\frac{١}{س}$  (ب) س - ١ (ج) س (د) س + ١

٤ أبسط وأسهل طرق قياس التشتت هو .....

- (أ) الوسيط. (ب) الوسط.  
(ج) الانحراف المعياري. (د) المدى.

٥ إذا كان :  $\frac{١}{س} = \frac{٢}{ص} = \frac{٣}{ع}$  حيث ٤ ٣ ع ، فإن :  $\frac{١}{س} = \frac{٢}{ص} = \frac{٣}{ع}$

- (أ) ٢ (ب) ٢ (ج) ٢ (د) ٢



٦ إذا كان :  $3 - x = 2$  ص فإن :  $\frac{2}{3 - x} = \dots$   
 (أ)  $\frac{4}{9}$  (ب)  $\frac{2}{3}$  (ج)  $\frac{9}{4}$  (د)  $\frac{4}{9}$

٢ (أ) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣  
 (ب) إذا كانت :  $x = \{1, 2, 3\}$  ،  $y = \{1, 2, 3, 4, 9\}$   
 وكانت  $x$  علاقة من  $y$  إلى  $y$  حيث « $x$ »  $y$  تعنى أن « $y = x$ »  
 لكل  $x \in y$  ،  $y \in x$  اكتب بيان  $x$  ومثلها بمخطط سهمي وبين هل  $x$  دالة أم لا.

٣ (أ) إذا كانت :  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4} = \frac{2 - x + 5}{5}$  أوجد : قيمة  $x$  لعدة.  
 (ب) مثل بياناً الدالة :  $d = (x) = 2 - x^2$  ،  $x \in [-2, 2]$  ومن الرسم  
 استنتج نقطة رأس المنحنى والقيمة العظمى للدالة.

٤ (أ) إذا كانت :  $x$  تتغير طردياً مع  $y$  وكانت :  $x = 2$  عندما  $y = 10$   
 أوجد العلاقة بين :  $x$  ،  $y$  ثم أوجد قيمة :  $y$  عندما  $x = 100$   
 (ب) إذا كانت :  $x = \{1, 2\}$  ،  $y = \{2, 3, 4, 5\}$   
 أوجد : ١  $x \times y$  ٢  $x \times y$  ٣  $y - x$

٥ (أ) إذا كانت :  $d = (x) = 3 - x + 5$  ،  $x = (y) = 5$   
 حيث :  $d$  ،  $x$  دالتان كثيرتا حدود. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت :  $d = (5) = 10$   
 (ب) احسب الانحراف المعياري لمجموعة القيم : ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١



## محافظة المنيا

١٧

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١  $\sqrt{20} + \sqrt{5} = \dots$   
 (أ)  $2\sqrt{5}$  (ب)  $5\sqrt{2}$  (ج)  $9\sqrt{2}$  (د)  $2\sqrt{2}$

٢ إذا كانت ثلاثة أمثال عدد = ٤٥ فإن :  $\frac{1}{5}$  العدد = .....  
 (أ) ١٥ (ب) ٥ (ج) ٣ (د) ٩

٣  $5 \times 2 = \dots$

(أ) ٥ (ب) ١ (ج) صفر (د) ٥-

٤ إذا كان :  $x = 3$  ،  $y = (x \times y) = 12$  فإن :  $y = \dots$

(أ) ٤ (ب) ٩ (ج) ١٥ (د) ٣٦

٥ العلاقة التي تمثل تغيراً طردياً بين المتغيرين  $x$  ،  $y$  هي .....

(أ)  $x = 5$  (ب)  $x + y = 3$

(ج)  $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$  (د)  $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$

٦ المدى هو ..... مقاييس التشتت.

(أ) أبسط. (ب) أكبر. (ج) أصعب. (د) غير ذلك.

٧ (أ) إذا كانت :  $x = \{1, 2, 3\}$  ،  $y = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}\}$  وكانت  $x$   
 علاقة من  $y$  إلى  $y$  حيث « $x$ »  $y$  تعنى أن «العدد ١ معكوس ضربي للعدد  $y$ »  
 لكل  $x \in y$  ،  $y \in x$  اكتب بيان  $x$  ومثلها بمخطط سهمي  
 ، ثم بين هل  $x$  دالة أم لا.

(ب) إذا كانت :  $y$  وسطاً متناسباً بين  $x$  ،  $z$  أثبت أن :  $\frac{y}{x} = \frac{y+z}{x+z}$

٨ (أ) إذا كانت :  $x = 2$  ،  $y = 3$  فأوجد قيمة :  $\frac{x+y}{x-y}$

(ب) إذا كانت :  $x = \{2, 3, 4\}$  ،  $y = \{4, 5\}$  ،  $z = \{5, 6\}$

فأوجد : ١  $x \times (y \cap z)$  ٢  $(x - y) \times z$

٩ (أ) إذا كانت  $x$  و  $y = \frac{1}{x}$  وكانت :  $x = 2$  عندما  $y = 2$

أوجد : ١ العلاقة بين  $x$  ،  $y$  ٢ قيمة  $y$  عندما  $x = 4$

(ب) احسب الانحراف المعياري للقيم : ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١

١٠ (أ) اذكر درجة الدالة :  $d = (x) = 3 - 2x^2$  ثم أوجد :  $d = (0)$  ،  $d = (-2)$

(ب) مثل بياناً الدالة :  $d = (x) = x^2 + 2x + 1$  متخذاً  $x \in [-2, 2]$

ومن الرسم استنتج :

١ معادلة محور التماثل. ٢ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.



## محافظة أسبوط

١٨

أجب عن الأسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١.  $س^٥ \div س^٢ =$  ..... (حيث  $س \neq ٠$ )

- (أ)  $س^٣$  (ب)  $س^٢$  (ج)  $س^١$  (د)  $س^٠$

٢. إذا كانت :  $س = \{١\}$  ،  $ص = \{٣\}$  فإن :  $ص \cap س =$  .....

- (أ)  $\{١, ٣\}$  (ب)  $\{١, ٢\}$  (ج)  $\{٣\}$  (د)  $\{١\}$

٣. المعكوس الضربي للعدد ٠,٢٥ هو .....

- (أ) ٤ (ب) -٠,٢٥ (ج)  $\frac{١}{٤}$  (د) -٠,٥

٤. الوسط المتناسب بين ٤ ، ١٦ هو .....

- (أ) ٨- (ب) ٨ (ج)  $٨ \pm$  (د) ٦٤

٥.  $٠,١٢ + ٠,٣ =$  .....

- (أ) ٠,٤٢ (ب) ٠,١٥ (ج) ٠,٢٤ (د) ٠,٣٦

٦. المدى لمجموعة القيم : ٤ ، ١٤ ، ٢٥ ، ٣٤ هو .....

- (أ) ٤ (ب) ٢٠ (ج) ٢٨ (د) ٣٤

٢ (١) إذا كانت :  $س = \{٦, ٧\}$  ،  $ص = \{٢, ٧\}$  فأوجد :

١.  $(س \cap ص) \times س =$  ..... ٢.  $س \cap (ص) =$  .....

(ب) إذا كانت :  $\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤} = \frac{٥}{٦}$  فأثبت أن :  $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٥} = \frac{٦}{١٠}$

٣ (١) إذا كانت :  $س = \{١, ٢, ٣\}$  ،  $ص = \{١, ٤, ٦, ٩\}$  وكانت  $ك$

علاقة من  $س$  إلى  $ص$  حيث « $ك$ » تعني « $٢$ » لكل  $٢ \in س$  ،  $٢ \in ص$  اكتب بيان  $ك$  ومثلها بمخطط سهمي وبين أن  $ك$  دالة من  $س$  إلى  $ص$  وأوجد مداها.

(ب) إذا كانت :  $ص \propto س$  وكانت  $ص = ٢$  عندما  $س = ٤$

أوجد : ١. العلاقة بين  $ص$  ،  $س$  ٢. قيمة  $ص$  عندما  $س = \frac{٣}{٤}$

٤ (١) أوجد العدد الموجب الذي إذا أُضيف مربعه إلى حدي النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

(ب) مثل بيانياً منحنى الدالة  $د$  حيث  $د(س) = س^٢ - ٤$  متخذاً من  $[-٣, ٣]$

ومن الرسم استنتج نقطة رأس المنحنى والقيمة العظمى أو الصغرى للدالة ومعادلة محور التماثل.

٥ (١) إذا كانت :  $د(س) = س^٢ - ٢$  ،  $س(س) = ٣$

أوجد :  $د(٢\sqrt{٢}) + س(٥)$

(ب) احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم : ١١ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٧ ، ٢٠



## محافظة سوهاج

١٩

أجب عن الأسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١. أربعة أمثال العدد  $٨٢$  هو .....

- (أ)  $٣٢٢$  (ب)  $٨٨$  (ج)  $١٠٢$  (د)  $١٢٤$

٢. إذا كان :  $س(س) = ٢$  ،  $ص(ص) = ٩$  فإن :  $ص \cap س =$  .....

- (أ) ٦ (ب) ١٨ (ج) ١١ (د) ٧

٣. إذا كان :  $٢\sqrt{٢} - س = ١$  (حيث  $س \in ح$ ) فإن :  $س =$  .....

- (أ) ٣ (ب)  $٣\sqrt{٢}$  (ج)  $٢ -$  (د)  $٢\sqrt{٢}$

٤. إذا كانت : ٨ ، ٦ ،  $س$  ، ١٢ كميات متناسبة فإن :  $س =$  .....

- (أ) ٤ (ب) ١٦ (ج) ٥ (د) ٢٥

٥. إذا كان الوسيط للقيم :  $٢ + ١$  ،  $٢ + ١$  ،  $٤ + ١$  (حيث  $١ \in ص$ ) هو ٨

فإن :  $١ =$  .....

- (أ) ٢ (ب) ٥ (ج) ٣ (د) ٤

٦. من مقاييس التشتت .....

- (١) الوسيط ، (ب) المنوال ، (ج) المدى ، (د) الوسط الحسابي





٢ (١) إذا كان :  $s \times v = \{ (١, ١), (٢, ١), (٥, ١) \}$

أوجد :  $s, v$  ٢  $s \times v =$

(ب) إذا كانت :  $\frac{s}{v} = \frac{2}{3}$  أوجد قيمة :  $\frac{s+2}{6-v}$

٣ (١) إذا كانت :  $s = \{ ٠, ١, ٢, ٣ \}$  ،  $v = \{ ٢, ٣, ٤, ٥, ٦ \}$

وكانت  $g$  علاقة من  $s$  إلى  $v$  حيث « $g$ » تعني أن « $g = b + a = ٥$ »  
لكل  $a \in s, b \in v$

١ اكتب بيان  $g$  ومثلها بمخطط سهمي.

٢ بين أن  $g$  دالة من  $s$  إلى  $v$  وأوجد مداها.

(ب) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٢

٤ (١) إذا كانت النقطة (٢، ٤) تقع على الخط المستقيم :  $s = ٤ - s = ٥$  فأوجد : قيمة  $a$

(ب) إذا كانت :  $s \propto s$  وكانت :  $s = ٦$  عندما  $s = ٢$

فأوجد : ١ العلاقة بين  $s, v$  ٢ قيمة  $s$  عندما  $s = ٥$

٥ (١) مثل بياناً الدالة  $d : s \rightarrow s$  :  $s = ٢ - s + ٤$  متخذاً  $s \in [١, ٥]$

ومن الرسم استنتج : ١ إحداثي رأس المنحنى. ٢ معادلة محور التماثل.

(ب) احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم الآتية : ١٢، ١٣، ١٦، ١٨، ٢١



أجب عن الأسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $s = ٥$  فإن :  $s \propto$  .....

(١)  $s^3$  (ب)  $s$  (ج)  $٥s$  (د)  $s^0$

٢  $3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} =$  .....

(١) ٣ (ب) ٩ (ج)  $3\sqrt{2}$  (د) ٢٧

٣ الوسط المتناسب بين العددين ٢، ١٢ هو .....

(١) ٦ (ب) ٦- (ج)  $6 \pm$  (د) ٩

٤ النقطة (٢، ٣) تقع في الربع .....

(١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

٥ جميع الدوال المعرفة بالقواعد الآتية كثيرات حدود عدا الدالة .....

(١) د (س) =  $s^2 + s^2 + ٢$  (ب) د (س) =  $s^2 + \frac{1}{s} + ٧$

(ج) د (س) =  $٥ - s^2$  (د) د (س) =  $s^2 (٢ - s)$

٦ المدى لمجموعة القيم : ٥١، ٢٤، ٤٣، ٥٥، ٢٨ هو .....

(١) ٥٥ (ب) ٢٤ (ج) ٢١ (د) ٣١

٢

(١) إذا كانت :  $s = \{ ١, ٢, ٣, ٤, ٥ \}$  ،  $v = \{ ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧ \}$

وكانت  $g$  علاقة من  $s$  إلى  $v$  حيث « $g$ » تعني أن « $g = b + a = ٧$ »

لكل  $a \in s, b \in v$  ، اكتب بيان  $g$  ومثلها بمخطط سهمي.

هل  $g$  دالة أم لا مع ذكر السبب ؟ وإذا كانت دالة فأوجد المدى.

(ب) إذا كانت  $b$  وسطاً متناسباً بين :  $a, c$  فأثبت أن :  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

٣

(١) إذا كانت : د (س) =  $s^2 - ٣s$  ، ق (س) =  $s - ٢$

١ أوجد : د (٢) + (٢) ق (٢) ٢ أثبت أن : د (٢) = ق (٢)

(ب) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٢

٤

(١) إذا كان :  $٥ = ٣ = b$  فأوجد قيمة المقدار :  $\frac{s-9+27}{s-2+4}$

(ب) فيما يلي التوزيع التكراري لأعمار ١٠ أطفال :

العمر بالسنوات	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

احسب الانحراف المعياري للعمر بالسنوات.

٥

(١) إذا كانت  $s \propto s$  وكانت :  $٤٠ = s$  عندما  $s = ١٤$

فأوجد :  $s$  عندما  $s = ٨٠$



(ب) مثل بيانيًا الدالة د : د (س) = ٢س - ٣ ، خذ س ∈ [-٢ ، ٢]

ومن الرسم البياني أوجد :

١ رأس المنحنى.

٢ القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة.



## محافظة الأقصر

٢١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموع عوامل العدد ١٥ يساوي .....

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ١٥ (د) ٢٤

٢ إذا كانت د (س) = ٤س + ١ وكانت د (٢) = ١٥ فإن : ١ = .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ١٥

٣ المقدار الأصغر عندما س = ٧ هو .....

(أ)  $\frac{٦}{س}$  (ب)  $\frac{٦}{س+١}$  (ج)  $\frac{٦}{س-١}$  (د)  $\frac{س}{٦}$

٤ الثالث المتناسب للعددين ٦ ، ١٢ هو .....

(أ) ٢٤ (ب) ٦ (ج) ١٨ (د) ٧٢

٥ إذا كان : ٣س - ١ = ١ - ٣س فإن : س = .....

(أ) صفر (ب)  $\frac{١}{٣}$  (ج) ١- (د) ٣

٦ أي من القيم الآتية للعدد س تجعل مدى مجموعة القيم : س ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٤

يساوي ١٤ ؟

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (ج) ١٩ (د) ١٠

٢ (أ) إذا كان بيان الدالة د = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٧) ، (٤ ، ٩) ، (٥ ، ١١)}

اكتب : ١ مجال الدالة د ٢ مدى الدالة د ٣ قاعدة الدالة د

(ب) عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ إذا طرح من كل منهما ٧ أصبحت النسبة ١ : ٢

فأوجد العددين.

٣ (١) إذا كانت : س = {-٢ ، ٢ ، ٥} ، ص = {٣ ، ٧ ، ١}

وكانت د دالة من س إلى ص حيث «أ» د «ب» تعني «ب = أ - ١»

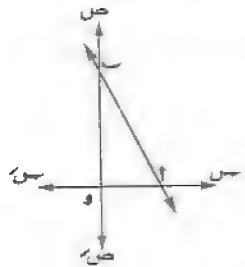
لكل ١ ∈ س ، ٢ ∈ ص

١ أوجد قيمة ل ٢ اكتب بيان د

٣ مثل الدالة د بمخطط سهمي.

(ب) إذا كانت : ص = ٩ - ١ وكانت ص ×  $\frac{١}{س}$  وكانت ١٨ = ١ عندما س =  $\frac{٢}{٣}$

أوجد العلاقة بين س ، ص ثم استنتج قيمة ص عندما س = ١



٤ (١) الشكل المقابل يمثل الدالة د

حيث د (س) = ٤ - ٢س

أوجد إحداثي كل من النقطتين ١ ، ب

ومساحة Δ أ و ب

(ب) إذا كانت :  $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٧}$

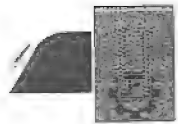
أثبت أن : (٢س - ٣ص) ، (س + ٢ص) ، ١٠ ، ٢٦ متناسبة.

٥ (١) احسب الانحراف المعياري لمجموعة القيم : ٧٢ ، ٥٣ ، ٦١ ، ٧٠ ، ٥٩

(ب) مثل بيانيًا الدالة د حيث د (س) = ١ - ٤س + س² متخذًا س ∈ [٤ ، ٠]

ومن الرسم أوجد : ١ إحداثي رأس المنحنى. ٢ معادلة محور التماثل.

٣ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.



## محافظة أسوان

٢٢

أجب عن الأسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : س = {١ ، ٢} ، ص = {٠}

فإن : د (س × ص) = .....

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣



(ب) التوزيع التكرارى التالى يبين عدد أطفال بعض الأسر فى إحدى المدن الجديدة :

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦

احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لعدد الأطفال.



أجب عن الأسئلة الآتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت :  $\sqrt{x} = \sqrt{16}$  فإن :  $x =$  .....  
 (أ) ٤ (ب) ٨ (ج) ١٦ (د) ٦٤

٢ إذا كانت : ٢ ، ٤ ، ٦ متناسبة فإن :  $x =$  .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٥ (د) ٨

٣ إذا كانت :  $x = 2$  فإن :  $x \times x =$  .....  
 (أ)  $\frac{1}{x}$  (ب)  $x$  (ج)  $x + 2$  (د)  $x - 2$

٤  $x^2 - 1 = 0$  عندما  $x \in$  .....  
 (أ)  $\{0\}$  (ب)  $\{0\} - \mathbb{C}$  (ج)  $\mathbb{C}$  (د)  $\{0\}$

٥ الوسط المتناسب بين العددين ٣ ،  $\frac{1}{3}$  هو .....  
 (أ)  $1 \pm$  (ب) ٩ (ج)  $\frac{1}{9}$  (د)  $9 \pm$

٦ إذا كان :  $(x - 2)^2 = 36$  لمجموعة من القيم عندها ٩ فإن الانحراف المعيارى = .....  
 (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

٢ (١) إذا كانت :  $\{2, 2\} = S$  ،  $\{0, 4, 2\} = T$  فإن :  
 (أ)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ب)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ج)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (د)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$

٢ (ب) إذا كانت :  $S = \{2, 2\}$  ،  $T = \{0, 4, 2\}$  فإن :  
 (أ)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ب)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ج)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (د)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$

(ب) إذا كانت :  $S = \{2, 2\}$  ،  $T = \{0, 4, 2\}$  فإن :  
 (أ)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ب)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ج)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (د)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$

٢  $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) =$  .....  
 (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

٣ المدى لمجموعة القيم : ١٦ ، ٣٢ ، ٥ ، ٢٧ ، ٢٠ هو .....  
 (أ) ٢٧ (ب) ٢٠ (ج) ١٦ (د) ١٣

٤ الثالث المتناسب للأعداد ٨ ، ٦ ، ... ، ١٢ هو .....  
 (أ) ٢٤ (ب) ٢٠ (ج) ١٦ (د) ٨

٥ إذا كانت :  $x = 3$  ،  $y = 5$  فإن :  $x + y =$  .....  
 (أ) ١٣٥ (ب) ١٢٥ (ج) ١١٥ (د) ٩٥

٦ إذا كانت :  $5 = x$  ،  $12 = y$  فإن :  $x + y =$  .....  
 (أ) ١٢ (ب) ٢٢ (ج) ٢٤ (د) ٣٤

٢ (١) إذا كان :  $S = \{2, 2\}$  ،  $T = \{0, 4, 2\}$  فإن :  
 (أ)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ب)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ج)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (د)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$

أوجد : ١  $S =$  .....  
 (أ)  $S = \{0, 4, 2\}$  (ب)  $S = \{0, 4, 2\}$  (ج)  $S = \{0, 4, 2\}$  (د)  $S = \{0, 4, 2\}$

(ب) إذا كانت :  $S = \{2, 2\}$  ،  $T = \{0, 4, 2\}$  فإن :  
 (أ)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ب)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ج)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (د)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$

٣ (١) إذا كانت :  $S = \{2, 2\}$  ،  $T = \{0, 4, 2\}$  فإن :  
 (أ)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ب)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (ج)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$  (د)  $S \times T = \{0, 4, 2\}$

وكانت  $S$  علاقة معرفة من  $S$  إلى  $S$  حيث « $S$ » تعنى أن « $2 = 2$ »  
 لكل  $x \in S$  ،  $y \in S$  ،  $x \neq y$

١ اكتب بيان  $S$  ومثله بمخطط سهمى.  
 (أ) هل العلاقة تمثل دالة ؟

(ب) إذا كانت  $S$  تتغير عكسياً مع  $S$  وكانت :  $x = 2$  عندما  $x = 4$   
 أوجد العلاقة بين  $S$  ،  $T$  ثم أوجد  $S$  عندما  $x = 16$

٤ (١) إذا كانت :  $(2, 4)$  تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة :  $y = x$   
 حيث  $d = (x, y)$   $x = 4$  - أوجد : قيمة  $d$

(ب) إذا كانت :  $\frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z} = \frac{1}{w}$  أوجد : قيمة  $S$

٥ (١) مثل بيانياً منحنى الدالة  $d$  حيث  $d = (x, y)$  متخذاً  $S \in [0, 6]$   
 ومن الرسم استنتج نقطة رأس المنحنى والقيمة الصغرى أو العظمى للدالة  
 ومعادلة محور التماثل.



٢ (١) أوجد العدد السالب الذي إذا أضيف مربعه إلى كل من حدى النسبة ٧ : ١١

فلتأخذ ٤ : ٥

(ب) إذا كانت  $S = \{2, 4, 8\}$  وكانت :  $G$  علاقة على  $S$  حيث « $G$ »  
تعني « $G$  ضعف» لكل  $S \ni S, S \ni S$  ، اكتب بيان  $G$  وهل  $G$  دالة ؟ ولماذا ؟

٤ (١) إذا كانت :  $\frac{1}{4} = \frac{2}{3} = \frac{3}{4} = \frac{4}{5} = \frac{5}{6} = \frac{6}{7} = \frac{7}{8} = \frac{8}{9} = \frac{9}{10}$

فأوجد قيمة كل من : ١  $S$

(ب) إذا كانت  $D : C \leftarrow C$  ،  $D = (S) = 2 - 3$

فأوجد : قيمة  $L$  إذا كان : ١  $D = (L) = 0$  ٢  $(L, 2) \ni$  بيان الدالة  $D$

٥ (١) التوزيع التكرارى التالى يبين عدد أطفال لبعض الأسر في إحدى المدن الجديدة :

عدد الأطفال $S$	٣	٥	٧	٩	١١
عدد الأسر $L$	٣	١٢	٢١	١٠	٤

احسب الوسط الحسابى والانحراف المعياري لعدد الأطفال.

(ب) مثل بيانياً منحنى الدالة  $D$  حيث  $D = (S) = (1 + S)^2$  متخذاً  $S \ni [-2, 1]$

ومن الرسم استنتج :

٢ معادلة محور التماثل.

١ نقطة رأس المنحنى.

٣ القيمة الصغرى للدالة.



محافظة جنوب سيناء

٢٤

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الدالة  $D : D = (S) = S^2 - 2S + 5$  كثيرة حدود من الدرجة .....

(١) الرابعة. (ب) الثالثة. (ج) الثانية. (د) الأولى.

٢ الرابع المتناسب للكميات : ٢ ، ٦ ، ٦ هو .....

(١) ٩ (ب) ١٢ (ج) ٦ (د) ١٦

٣ إذا كان :  $S = (S) = 5$  ،  $S = (S \times S) = 15$  فإن :  $S = (S) =$  .....

(١) ٢٠ (ب) ١٠ (ج) ٣ (د) ٢

٤ الوسط الحسابى للقيم : ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٧ يساوى .....

(١) ٤٠ (ب) ٢٠ (ج) ١٠ (د) ٥

٥ إذا كانت :  $S^2 + 4S = 4S - S$  فإن : .....

(١)  $S \times S$  (ب)  $S \times S^2$  (ج)  $S \times S$  (د)  $S \times \frac{1}{S}$

٦ إذا كانت :  $F$  عدداً فردياً فإن العدد الفردى التالى له هو .....

(١)  $F^2$  (ب)  $F^2 + F$  (ج)  $F + 6$  (د)  $F + 2$

٢ إذا كانت :  $S = \{2, 3, 4\}$  ،  $S = \{S : S \geq 2, S < 9\}$

حيث  $S$  مجموعة الأعداد الطبيعية ، وكانت  $G$  علاقة من  $S$  إلى  $S$  حيث « $G$ »

تعني « $G$ »  $\frac{1}{S} = S$  لكل  $S \ni S, S \ni S$  ، اكتب بيان  $G$  ، وهل  $G$  دالة من  $S$  إلى  $S$  ؟ وأوجد مداها.

٢ (١) أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ أصبحت ٢ : ٣

(ب) إذا كانت  $S \times S = 14$  عندما  $S = 42$

أوجد علاقة بين  $S$  ،  $S$  ، ثم أوجد قيمة  $S$  عندما  $S = 60$

٤ (١) مثل بيانياً الدالة  $D : C \leftarrow C$  حيث  $D = (S) = 2 - 3$

(ب) إذا كانت  $S$  وسطاً متناسباً بين ١ ، ٢ فاثبت أن :  $\frac{1}{S} = \frac{2}{3} = \frac{3}{4} = \frac{4}{5} = \frac{5}{6} = \frac{6}{7} = \frac{7}{8} = \frac{8}{9} = \frac{9}{10}$

٥ (١) إذا كان :  $(S^2, S + 1) = (27, \sqrt{125})$  فأوجد : قيمة كل من  $S$  ،  $S$

(ب) احسب الوسط الحسابى والانحراف المعياري للبيانات الآتية : ٢٠ ، ١٧ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ١٨





## محافظة شمال سيناء

٢٥

### أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت:  $د = (س)$  فإن  $د + (هـ) = (هـ)$  .....  
 (أ) صفر (ب) هـ (ج) هـ- (د) هـ+

٢ إذا كان:  $(س - ٢) = (٣، ٥)$  فإن:  $س =$  .....  
 (أ) هـ (ب) ٣ (ج) ٧ (د) ٨

٣ إذا كانت:  $ف$  عدداً فردياً فإن العدد الفردي التالي له هو .....  
 (أ)  $ف + ١$  (ب)  $ف + ٦$  (ج)  $ف + ٢$  (د)  $ف + ١$

٤ الرابع المتناسب للكميات ٤، ٨، ٨ هو .....  
 (أ) ٤ (ب) ٨ (ج) ١٢ (د) ١٦

٥ مجموع الجذرين التربيعين للعدد  $\frac{١}{٤}$  هو .....  
 (أ)  $\frac{١}{٢}$  (ب) صفر (ج)  $\frac{١}{٤}$  (د)  $\frac{١}{٢}$

٦ الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو .....  
 (أ) المدى (ب) الوسط الحسابي (ج) الوسيط (د) الانحراف المعياري

٢ (١) إذا كانت:  $س = \{١، ٢، ٣\}$  ،  $ص = \{١، \frac{١}{٢}، \frac{١}{٣}\}$  وكانت  $ك$  علاقة معرفة من  $س$  إلى  $ص$  حيث « $ك$ »  
 تعني أن « $ك$  هو المعكوس الضربي للعدد  $ب$ » لكل  $ب \in س$  ،  $ب \in ص$   
 اكتب بيان  $ك$  ومثلها بمخطط سهمي. هل  $ك$  دالة أم لا ؟  
 (ب) إذا كانت  $ص \times \frac{١}{س}$  وكانت:  $ص = ٣$  عندما  $س = ٢$   
 أوجد العلاقة بين  $س$  ،  $ص$  [٢] أوجد قيمة  $ص$  عندما  $س = ١، ٥$

٣ (١) إذا كانت الدالة  $د$  حيث  $د = (س) = ٥ + س + ٤$  يمثلها بيانياً خط مستقيم يمر بالنقطة  $(٣، ب)$  فأوجد: قيمة  $ب$

(ب) إذا كانت:  $\frac{س}{٤} = \frac{٢}{٤}$  فأوجد قيمة المقدار:  $\frac{٢ + س}{٥ + س}$

٤ (١) إذا كان:  $س \times ص = -$   $\{(٢، ٥)، (٢، ٤)، (٢، ١)\}$  فأوجد كلاً من:  $س$  ،  $ص$  ،  $ص$

(ب) إذا كانت:  $ب$  وسطاً متناسباً بين ٢ ،  $ح$  أثبت أن:  $\frac{٢ - ح}{٢ - ٥} = \frac{٢ - ح}{٢ - ٥}$

٥ (١) احسب الانحراف المعياري لمجموعة القيم: ١٢، ١٣، ١٦، ١٨، ٢١

(ب) مثل بيانياً  $د = (س) = ٢ - س$  متخذاً  $س \in [٣، -٣]$

ومن الرسم استنتج:

[١] إحداثي رأس المنحنى. [٢] معادلة محور التماثل.

[٣] القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

## محافظة البحر الأحمر

٢٦

### أجب عن الأسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت النقطة  $(٢ - ٣، ٥)$  تقع على محور الصادات فإن:  $٢ =$  .....  
 (أ) هـ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) صفر

٢ إذا كانت:  $٢، ٣، ٦، س$  كميات متناسبة فإن:  $س =$  .....  
 (أ) ٩ (ب) ١٨ (ج) ١٢ (د) ٣

٣ المدى لمجموعة القيم:  $٣، ٥، ٦، ٧، ٩$  يساوي .....  
 (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ١٢

٤ إذا كانت:  $د = (س) = ٣$  فإن:  $د + (هـ) = (هـ)$  .....  
 (أ) ١- (ب) صفر (ج) ١ (د) ٦



## محافظة مطروح

٢٧

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : ١ ، ب ، ٢ ، ٣ كميات متناسبة فإن :  $\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$  ..... =(أ)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{3}{4}$  (ج)  $\frac{2}{3}$  (د)  $\frac{1}{2}$ ٢  $[4, 1] - [4, 1] =$  .....(أ)  $\{0\}$  (ب)  $\{4, 1\}$  (ج)  $[4, 1]$  (د)  $\emptyset$ ٣ إذا كان :  $(5, 2) \in \{2, 2\} \times \{1, 1\}$  فإن :  $1 =$  .....

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ١ (د) ٥

٤ إذا كان :  $(1 - 2, 1) = (8, 1)$  فإن :  $(1, 2) =$  .....(أ)  $(3, 2)$  (ب)  $(2, 2)$  (ج)  $(3, 0)$  (د)  $(3, -0)$ ٥ النقطة  $(2, -4)$  تقع في الربع .....

(أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

٦ إذا كان :  $36 = (س - س)^2$  لمجموعة من القيم عددها يساوي ٩فإن :  $5 =$  .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ١٨ (د) ٢٧

٧ (١) إذا كانت :  $س = \{1, 2, 3\}$  ،  $ص = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ وكانت  $ع$  علاقة من  $ص$  إلى  $ص$  حيث « $ع$ » تعني أن « $1 = \frac{1}{2}$ »لكل  $1 \in ص$  ،  $2 \in ص$  اكتب بيان  $ع$  ، هل  $ع$  دالة أم لا ؟ وإذا كانت دالة اكتب مداها.(ب) إذا كانت :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$  أوجد قيمة :  $\frac{2-17}{2+12}$ ٨ (١) إذا كان :  $س \times ص = \{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1)\}$ أوجد : ١  $س$  ،  $ص$  ٢  $ص$ ٥ إذا كانت :  $س - ص = 5$  ،  $س + ص = 1$ فإن :  $س^2 - ص^2 =$  .....(أ)  $\frac{1}{25}$  (ب) ١ (ج) ٥ (د) ٢٥٦ إذا كان :  $س = ص = 7$  فإن :  $ص \times$  .....(أ)  $\frac{1}{س}$  (ب)  $س - 7$  (ج)  $س + 7$  (د)  $س$ ٩ (١) إذا كان :  $س \times ص = \{(1, 1), (1, 5), (5, 1), (7, 1)\}$  أوجد :١  $س$  ٢  $ص$  ٣  $س \times ص$ (ب) إذا كانت  $ب$  وسطاً متناسباً بين  $أ$  ،  $ج$  أثبت أن :  $\frac{1}{ب} = \frac{1}{أ} + \frac{1}{ج}$ ١٠ (١) إذا كانت  $د (س) = 4س + 1$  ،  $د (2) = 15$  أوجد : قيمة  $1$ (ب) إذا كانت :  $س = \{1, 2, 3\}$  ،  $ص = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  ،  $ع$  علاقةمن  $ص$  إلى  $ص$  حيث « $ع$ » تعني « $1 + 2 = 5$ » لكل  $1 \in ص$  ،  $2 \in ص$ ٢ اكتب بيان  $ع$  ومثلها بمخطط بياني. ٣ هل  $ع$  دالة أم لا ؟١١ (١) إذا كانت :  $\frac{2}{3} = \frac{س}{ص}$  أوجد قيمة :  $\frac{س^2 + 2ص}{س - 6ص}$ (ب) إذا كانت  $ص \times ص$  وكانت :  $ص = 2$  عندما  $س = 6$  أوجد :١ العلاقة بين  $ص$  ،  $س$  ٢ قيمة  $ص$  عندما  $س = 15$ ١٢ (١) مثل بياناً منحنى الدالة  $د (س) = 4س - 2$  متخذاً  $س \in [2, 2]$ 

ومن الرسم استنتج :

١ إحداثي نقطة رأس المنحنى. ٢ معادلة خط تماثل المنحنى.

(ب) احسب الانحراف المعياري للقيم : ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٦





(ب) إذا كانت :  $\frac{س}{ب+٢٢} = \frac{ص}{ب-٢٢} = \frac{ع}{٢٠-ب}$   
 أثبت أن :  $\frac{٢س+٢ص}{ب-٤+٢٤} = \frac{٢س+٢ص+ع}{ب٦+٢٢}$

٤ (١) إذا كانت النقطة (٢، ٣) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د :  $ع ← ب$   
 حيث د (س) = ٤ س - ٥ أوجد : قيمة ؟

(ب) التوزيع التكراري التالي يبين عدد أطفال بعض الأسر في إحدى المدن الجديدة :

عدد الأطفال	٠	١	٢	٣	٤
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦

احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعدد الأطفال.

٥ (١) إذا كانت : ص تتغير عكسيًا مع س وكانت : ص = ١٠ عندما س = ٣

أوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٥

(ب) مثل بيانيًا منحنى الدالة د حيث د (س) = (س - ٣)² متخذًا س ∈ [٠، ٦]

ومن الرسم استنتج نقطة رأس المنحنى والقيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

## امتحانات المحافظات فى حساب المثلثات والهندسة



### محافظة القاهرة

١

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $\vec{AB} \perp \vec{CD}$  ، وكان ميل  $\vec{AB} = \frac{1}{3}$  فإن : ميل  $\vec{CD} = \dots\dots\dots$

(أ) ٢ (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د) ٢-

٢ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى .....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٣  $60^\circ$  ط  $30^\circ = \dots\dots\dots$

(أ)  $30^\circ$  (ب)  $30^\circ$  (ج)  $45^\circ$  (د)  $60^\circ$

٤ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى يساوى .....

(أ)  $540^\circ$  (ب)  $360^\circ$  (ج)  $180^\circ$  (د)  $90^\circ$

٥ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) وىوازى محور السينات هى .....

(أ)  $س = ٢$  (ب)  $س = ٣$  (ج)  $ص = ٢$  (د)  $ص = ٣$

٦ محيط المربع الذى مساحته ١٠٠ سم<sup>٢</sup> يساوى ..... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (ج) ٤٠ (د) ٥٠

٢ (أ) إذا كانت :  $س = ٤٥^\circ$  ما  $٤٥^\circ = ٣٠^\circ$  أوجد : قيمة  $س$  (موضحًا خطوات الحل)

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

٣ (أ)  $س = ٤$   $ص = ٦$   $ع = ٨$  سم ، أوجد قيمة المقدار :  $س - ص + ع$

(ب)  $س = ٢$   $ص = ٤$   $ع = ٨$  سم ، أوجد قيمة المقدار :  $س - ص + ع$

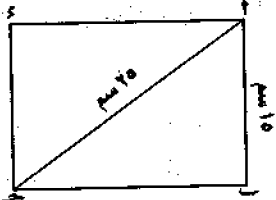
(ج)  $س = ٢$   $ص = ٤$   $ع = ٨$  سم ، أوجد قيمة المقدار :  $س - ص + ع$

(د)  $س = ٢$   $ص = ٤$   $ع = ٨$  سم ، أوجد قيمة المقدار :  $س - ص + ع$

## امتحانات حساب المثلثات والهندسة

٤

(أ) فى الشكل المقابل :



أ  $س = ١٥$  سم

أ  $ص = ٢٥$  سم

أوجد : (أ) طول  $س$

(ب)  $س$  (د)  $س$

(ج) مساحة المستطيل  $س$

(ب) إذا كانت :  $س = ٦$  ،  $ص = ٤$  ،  $ع = ٥$  ،  $ح = ٣$  ، أوجد : قيمة  $أ$

أوجد إحداثى نقطة  $س$

٥

(أ) إذا كان المستقيم الذى معادلته :  $س + ٢ = ٧ - ص$  ، يوازى المستقيم الذى يصنع

زاوية قياسها  $٤٥^\circ$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات. أوجد : قيمة  $أ$

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (٢ ، -١) ثم أثبت أن المستقيم

يمر بنقطة الأصل.

## محافظة الجيزة

٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت :  $س = ١$  حيث  $س$  زاوية حادة فإن :  $س = ٢$  ما  $س = \dots\dots\dots$

(أ)  $\frac{1}{4}$  (ب) ١ (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{3}{4}$

٢ بُعد النقطة (٤ ، ٣) عن المحور الصادى يساوى ..... وحدة طول.

(أ) ٢- (ب) ٤- (ج) ٢ (د) ٤

٣ النقط : (٠ ، ٨) ، (٠ ، ٦) ، (٠ ، ٠) ، ..... (د) ٤

(أ) تكون مثلثًا قائم الزاوية. (ب) تكون مثلثًا منفرج الزاوية.

(ج) تكون مثلثًا حاد الزوايا. (د) تقع على استقامة واحدة.



## محافظة الإسكندرية

٣

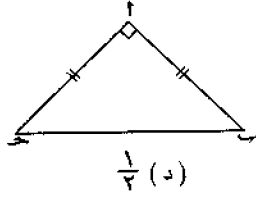
أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $\vec{AB} // \vec{CD}$  وكان ميل  $\vec{AB} = \frac{2}{3}$  فإن : ميل  $\vec{CD} =$  .....

- (أ)  $\frac{2}{3}$  (ب)  $\frac{3}{2}$  (ج)  $-\frac{2}{3}$  (د)  $-\frac{3}{2}$

٢ في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية في أ

فإن : طاح = .....

- (أ)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (ب)  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$  (ج) ١ (د)  $\frac{1}{3}$

٣ لأى زاويتين حادتين أ ب إذا كان :  $\sin(أ) + \sin(ب) = 90^\circ$ ،  $\sin(أ) \neq \sin(ب)$  فإن : .....

- (أ) ما أ = ما ب (ب) ما أ = ما ب (ج) ط أ = ط ب (د) ما أ = ما ب

٤ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها يساوى ٢ وحدة طول

فإن النقطة ..... تنتمى إليها .

- (أ)  $(-1, 2)$  (ب)  $(2, -5\sqrt{2})$  (ج)  $(0, 1)$  (د)  $(\sqrt{3}, 1)$

٥ إذا كان :  $\sin(دس) = \sin(دس)$  ، حيث دس ، دس متكاملتانفإن :  $\sin(دس) =$  .....

- (أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ٩٠

٦ متوازي الأضلاع الذى قطراه متساويان فى الطول ومتعامدان يكون .....

- (أ) مربعًا . (ب) معينًا . (ج) مستطيلًا . (د) شبه منحرف .

٧ أوجد قيمة س التى تحقق :  $\sin 30^\circ \cdot \sin 45^\circ = \sin 60^\circ$ 

(ب) أ ب ح د متوازي أضلاع فيه : أ (٢ ، ٣) ، ب (٤ ، -٥) ، ح (٠ ، -٣)

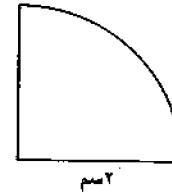
أوجد إحداثى نقطة تقاطع قطريه ثم أوجد إحداثى نقطة د

٨ إذا كانت : أ (٥ ، ٧) ، ب (١ ، -١) فإن نقطة منتصف  $\vec{AB}$  هى .....

- (أ) (٣ ، ٢) (ب) (٣ ، ٣) (ج) (٣ ، ٢) (د) (٢ ، ٣)

٩ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (١ ، -٣) ويوازي محور السينات هى .....

- (أ)  $x = 3$  (ب)  $x = 1$  (ج)  $x = -3$  (د)  $x = -2$



١٠ الشكل المقابل يمثل ربع دائرة طول نصف قطرها ٢ سم

فإن محيط الشكل يساوى ..... سم .

- (أ)  $2\pi$  (ب)  $5\pi$

- (ج)  $4 + \pi$  (د)  $4 + \pi 4$

١١ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، -١)

(ب) أ ب ح مثلث قائم الزاوية فى ح فيه : أ ح = ٣ سم ، ب ح = ٤ سم

أوجد : (أ) ما أ - ما ب (ب) ما أ - ما ب

١٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :  $\sin 60^\circ = 2 \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ$ 

(ب) إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ٤) والمستقيم لم يصنع مع

الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها  $45^\circ$  أوجد : قيمة لم إذا كان : ل  $\perp$  لم١٣ إذا كانت : ما ه ط  $30^\circ$  = ما ه  $45^\circ$  فأوجد :  $\sin(د ه)$  حيث ه زاوية حادة.

(ب) بين نوع المثلث الذى رؤوسه النقط : أ (٣ ، ٢) ، ب (١ ، ٥) ، ح (١ ، ٣)

من حيث أطوال أضلاعه.

١٤ أوجد ميل المستقيم :  $5 = x + 4y + 10 = 0$ 

ثم أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

(ب) أثبت أن النقط : أ (٣ ، -١) ، ب (-٤ ، ٦) ، ح (٢ ، -٢) الواقعة فى

مستوى إحداثى متعامد تمر بها دائرة واحدة مركزها م (١ ، -٢)

ثم أوجد مساحة الدائرة.



٣ (١) أثبت أن النقط : ١ (٣ ، -١) ، ٢ (٤ ، -٦) ، ٣ (٢ ، -٢) تقع على

دائرة مركزها النقطة م (١ ، -٢) ثم أوجد محيط الدائرة (علمًا بأن  $\pi = 3.14$ )

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم العمودي على المستقيم :  $3x + 2y + 5 = 0$  ويقطع جزءًا موجبًا من محور الصادات مقداره ٧ وحدات.

٤ (١) أثبت أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٣ ، -٢) ، (٤ ، ٥) يوازي المستقيم الذي

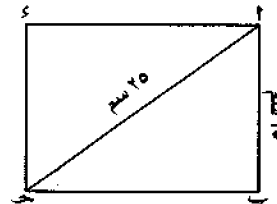
يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها  $45^\circ$

(ب) ١ ب ح مثلث قائم الزاوية في ح فيه : ٢ ح = ٦ سم ، ٣ ب ح = ٨ سم

أوجد قيمة : ١ ما ب - ٢ ما ب

٥ (١) إذا كانت : ١ (٤ ، -٦) ، ٢ (٣ ، -٧) ، ٣ (١ ، -٣) فأوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطة ١ ، وينقطة منتصف ب ح

(ب) في الشكل المقابل :



١ ب ح مستطيل فيه : ١ ب = ١٥ سم

٢ ح = ٢٥ سم

أوجد : ١ ب ح (د ١ ح ب)

٢ مساحة سطح المستطيل ١ ب ح



## محافظة القليوبية

٤

### أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت :  $\sin A = \frac{1}{2}$  حيث  $A$  قياس زاوية حادة موجبة

فإن :  $\cos A =$  .....

(١) ٣٠ (ب) ٩٠ (ج) ٦٠ (د) ١٢٠

٢ مثلث مساحته ٢٤ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٨ سم

فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع = ..... سم.

(١) ١٦ (ب) ٦ (ج) ٣ (د) ٢

٣ إذا كان : ح د يوازي محور الصادات حيث ح (٤ ، ٤) ، د (٥ ، -٧) فإن : ح د = .....

(١) ٥ (ب) ٧ (ج) ٥- (د) ٤

٤ معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل وميله = ١ هي .....

(١)  $x = 3$  (ب)  $x = -3$  (ج)  $x = 2$  (د)  $x = -2$

٥ إذا كانت النقطة (٠ ، ١) تنتمي للمستقيم :  $3x - 4y + 12 = 0$  فإن : .....

فإن : ١ = .....

(١) ٤ (ب) ٣- (ج) ٣ (د) ٤-

٦ في  $\Delta ABC$  إذا كان :  $\angle A < \angle B < \angle C$  فإن زاوية ح تكون .....

(١) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ (١) إذا كان بُعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوي ٢  $\sqrt{5}$  وحدة طول

فأوجد : قيمة س

(ب) بدون استخدام الحاسبة أوجد القيمة العددية للمقدار :

$\sin 45^\circ + \sin 30^\circ - \sin 60^\circ$

٣ (١) ١ ب ح متوازي أضلاع فيه : ٢ (٣ ، ٢) ، ٣ (٤ ، -٥) ، ٤ (٠ ، -٣) أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطريه ، ثم أوجد إحداثي نقطة و

(ب) ١ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فيه : ٢ ح = ١٠ سم ، ٣ ب ح = ٨ سم

فأثبت أن :  $1 + 2 = 3$  ما ب ح + ما ب ح

٤ (١) إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، المستقيم ل<sub>٢</sub> يصنع مع

الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها  $45^\circ$  فأوجد : قيمة ل<sub>٢</sub> إذا كان : ل<sub>٢</sub> // ل

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودي على المستقيم :

$3x + 2y + 5 = 0$



٦ إذا كان المستقيم ل، ميله  $\frac{1}{5}$  والمستقيم لم، ميله  $\frac{2}{3}$  حيث  $ل \neq م$ ، وكان ل،  $ل \perp م$ ، فإن : أ ب = .....

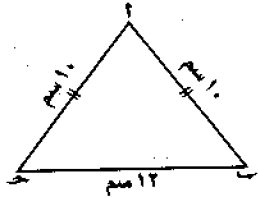
- (أ)  $\frac{2}{5}$  (ب)  $\frac{3}{5}$  (ج) ١٥ (د) ١٥-

٢ (١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :  $\frac{٦٠}{٤٥} \cdot \frac{٣٠}{٤٥} = \frac{٣٠}{٤٥}$  ما

(ب) أثبت أن النقط : ١ (٣ ، ١) ، ٢ (٤ ، ٦) ، ٣ (٢ ، ٢) الواقعة في مستوى إحداثي متعامد تمر بها دائرة واحدة مركزها النقطة م (١ ، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة.

٣ (١) إذا كانت : ١ (١ ، ٥) ، ٢ (٧ ، ٣) ، ٣ (٢ ، ١) ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطة ١ ويوازي  $\overleftrightarrow{٢٣}$

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث متساوي الساقين حيث :  
أ ب = ١٠ سم ، ب ح = ١٢ سم  
أوجد : ١ ما

٢ مساحة سطح المثلث أ ب ح

٤ (١) إذا كان : أ ب ح متوازي أضلاع فيه : ١ (٢ ، ٢) ، ٢ (٢ ، ٢) ، ٣ (١ ، ٥) فأوجد : ١ إحداثي نقطة تقاطع القطرين. ٢ إحداثي نقطة و

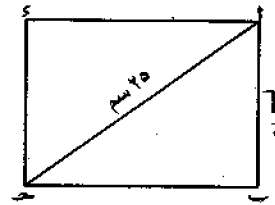
(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٤) ، (٣ ، ٠) ثم أوجد إحداثي نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات.

٥ (١) إذا كانت : ما س = ما ٣٠ ما ٦٠

فأوجد : قياس زاوية س (حيث س زاوية حادة) ثم أوجد : ط س

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يقطع ٣ وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات وعمودي على المستقيم :  $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$

٥ (١) في الشكل المقابل :



أ ب ح مستطيل فيه :

أ ب = ١٥ سم ، أ ح = ٢٥ سم

أوجد : ١ (د أ ح ب)

٢ مساحة سطح المستطيل أ ب ح

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يقطع من محوري الإحداثيات السيني والصادي جزءين موجبين طولاهما ٤ ، ٩ وحدة طول على الترتيب.



## محافظة الشرقية

٥

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : ما (س + ٢٥) =  $\frac{١}{٢}$  حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = .....

- (أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (ج) صفر (د) ٥

٢ الخط المستقيم الذي معادلته : ٣ ص = ٢ س - ٦ ميله يساوي .....

- (أ) ٢ (ب)  $\frac{٢}{٣}$  (ج) ٦ (د)  $\frac{٢}{٣}$

٣ معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل ويميل على الاتجاه الموجب لمحور السينات بزاوية قياسها ٦٠ هي .....

(أ) س =  $٣\sqrt{٢}$  ص (ب) ص =  $٣\sqrt{٢}$  س + ٢

(ج) ص = ٢ س (د) ص =  $٣\sqrt{٢}$  س

٤ إذا كان : أ ب ح مثلثاً قائم الزاوية في ب ، وكانت : ما ١ =  $\frac{٢}{٧}$  فإن : ما ج = .....

- (أ)  $\frac{٢}{٧}$  (ب)  $\frac{٢}{٧}$  (ج)  $\frac{٤}{٧}$  (د)  $\frac{٥}{٧}$

٥ بُعد النقطة ١ (٤ ،  $٢\sqrt{٢}$ ) عن نقطة الأصل يساوي ..... وحدة طول.

- (أ)  $٢\sqrt{٤}$  (ب)  $٢\sqrt{٢}$  (ج)  $٢\sqrt{٢}$  (د)  $٢\sqrt{٤}$

## محافظة المنوفية

٦



أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت :  $\sin(10^\circ + \theta) = \frac{1}{2}$  فإن :  $\sin(70^\circ - \theta) = \dots$

- (أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (ج)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (د)  $\frac{1}{2}$

٢ دائرة مرسومة داخل مربع بحيث تمس أضلاعه الأربعة ، فإذا كان محيط

المربع ٥٦ سم فإن مساحة سطح الدائرة ..... سم<sup>٢</sup> (حيث  $\pi \approx \frac{22}{7}$ )

- (أ)  $\frac{77}{2}$  (ب) ٧٧ (ج) ١١٢ (د) ١٥٤

٣ مضلع منتظم قياس إحدى زواياه الداخلة ١٤٤°

فإن عدد أضلاعه ..... أضلاع.

- (أ) ٧ (ب) ٨ (ج) ٩ (د) ١٠

٤ المثلث المتساوي الساقين يمكن أن تكون أطوال أضلاعه ٤ سم ، ٩ سم

، ..... سم

- (أ) ٤ (ب) ٩ (ج) ١٣ (د) ٣٦

٥ النقطة (٢- ، ٣-) تبعد عن محور السينات ..... وحدة طول.

- (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٢- (د) ٣-

٦ المستقيم الذي ميله  $\frac{1}{3}$  ويقطع محور الصادات عند النقطة (٣ ، ٢) فإن معادلته هي .....

- (أ)  $2x + \frac{1}{3}y = 6$  (ب)  $x + \frac{1}{3}y = 3$  (ج)  $x + \frac{1}{3}y = 2$  (د)  $2x + \frac{1}{3}y = 3$

٢ (أ) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة العددية للمقدار :

$$\sin 20^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 20^\circ - \tan 45^\circ$$

(ب) إذا كان :  $\overline{AB}$  قطرًا في الدائرة م حيث  $P(7, -3)$  ،  $B(0, 1)$

فأوجد : ١ مساحة سطح الدائرة م ، اعتبر  $(\pi = 3.14)$

٢ إحداثي مركز الدائرة م

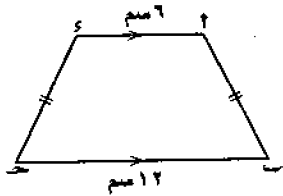
٣ (أ) إذا كان المثلث  $ABC$  حقائق الزاوية في  $A = 40^\circ$  ،  $B = 50^\circ$  ،  $C = 130^\circ$  سم

فأوجد القيمة العددية للمقدار :  $\sin A + \sin B + \sin C$

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(1, 2)$  وعمودي على المستقيم المار بالنقطتين

$(0, 5)$  ،  $(1, 2)$

٤ (أ) في الشكل المقابل :



$AB \parallel CD$  ،  $AD \parallel BC$  ،

مساحته = ٣٦ سم<sup>٢</sup> ،  $AB \parallel CD$

،  $AD = 6$  سم ،  $BC = 12$  سم

أوجد : قيمة  $AB + BC$

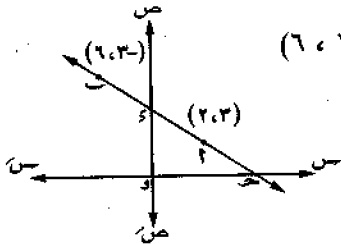
(ب) بين نوع المثلث الذي رؤوسه  $A(1, -3)$  ،  $B(0, 5)$  ،  $C(6, 4)$

بالنسبة لقياسات زواياه.

٥ (أ) أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم الذي معادلته :

$$4x + 5y - 10 = 0$$

(ب) في الشكل المقابل :



المستقيم  $م$  يمر بالنقطتين  $A(2, 3)$  ،  $B(6, -2)$

ويقطع محوري الإحداثيات في النقطتين  $ح$  ،  $د$

على الترتيب.

أوجد بالبرهان :

١ معادلة المستقيم  $ح$

٢ مساحة المثلث  $د$  و  $ح$  حيث  $و$  نقطة الأصل.



أجب عن الأسئلة الآتية: (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) البعد العمودي بين المستقيمين: ص = ٤ ، ح = ٥ ، ص = ٥ + ٥ = ١٠

يساوي ..... من وحدات الطول.

(١) ١ (ب) ٥ (ج) ٩ (د) ٤

٢) معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ٣) ويوازي محور السينات هي .....

(١) ٣ = ح (ب) ٢ = ص (ج) ٢ - ص = ٢ (د) ح + ص = ١

٣) إذا كان المستقيم الذي معادلته: ص = ٢ - ح يوازي المستقيم الذي معادلته:

٢ ص - ح = ٥ ، فإن: ٢ = ح

(١) ١ (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج) ٢ (د) ٢ -

٤) إذا كانت الأطوال ٢، ٧، ل هي أطوال أضلاع مثلث فإن ل يمكن أن تساوي .....

(١) ٣ (ب) ٧ (ج) ٤ (د) ١٠

٥) صورة النقطة (٣، ٥) بالانعكاس في محور الصادات هي .....

(١) (٣، ٥) (ب) (٣، ٥) (ج) (٣، -٥) (د) (-٣، -٥)

٦) إذا كان ح = ٢ ممثلًا قائم الزاوية في ب ، فإن:  $\frac{1}{2}$  = ح

(١)  $\frac{2}{5}$  (ب)  $\frac{4}{5}$  (ج)  $\frac{2}{5}$  (د) ١

٢) (١) إذا كانت: ط = ٤ مم ، ٦٠ مم ، ٣٠ مم أوجد: قيمة ح (حيث ح قياس زاوية حادة).

(ب) إذا كان المثلث ح ص ع الذي رؤوسه ح (٣، ٥) ، ص (٤، ٢) ، ع (٥، -٢) قائم الزاوية في ص فأوجد: ١) قيمة ٢ ٢) مساحة سطح المثلث ح ص ع

٣) (١) إذا كانت النسبة بين قياسي زاويتين متكاملتين ٣ : ٥ فأوجد القياس الستيني لكل منهما بالدرجات والدقائق.

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) عمودياً على المستقيم ح + ص = ٥

٤) (١) أثبت أن النقط ٢ (٣، ١) ، ب (٤، ٦) ، ح (٢، -٢) تقع على دائرة واحدة مركزها النقطة م (١، ٢) ، ثم أوجد محيط الدائرة بدلالة  $\pi$

(ب) أ ب ح د شبه منحرف فيه ٤٩ // ٦٠ ، ح = ٥ ، د = ٩٠°

٤٩ = ٢ سم ، ٦٠ = ٦ سم ، ٦٠ = ١٠ سم

أوجد قيمة: م (د ح) - ط (د ح)

٥) (١) أ ب ح د متوازي أضلاع فيه ٢ (٣، ٢) ، ب (٤، ٥) ، ح (٠، ٣)

أوجد: ١) إحداثي نقطة تقاطع القطرين.

٢) إحداثي الرأس د

(ب) في الشكل المقابل:

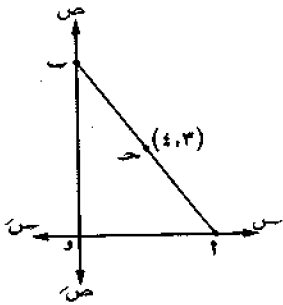
النقطة ح منتصف أ ب حيث ح (٣، ٤)

، و نقطة الأصل لنظام إحداثي متعامد.

أوجد:

١) إحداثي كل من النقطتين ٢ ، ب

٢) معادلة أ ب



أجب عن الأسئلة الآتية: (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١) (١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) في المثلث أ ب ح: ح (د) ٨٥° ، م = م ب ، فإن: ح (د) = .....

(١) ٣٠° (ب) ٤٥° (ج) ٥٠° (د) ٦٠°

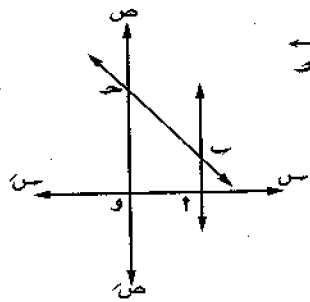
٢) مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات: ح = ٥ ، ص = ٥

٢ + ح + ص = ١٢ هي .....

(١) ٦ وحدات مربعة. (ب) ١٢ وحدة مربعة.

(ج) ٤ وحدات مربعة. (د) ٥ وحدات مربعة.

٤ (١) في الشكل المقابل :



المستقيم  $\overleftrightarrow{AB}$  يوازي محور الصادات والمستقيم  $\overleftrightarrow{BC}$

معادلته :  $\text{ص} = -\text{س} + ٣$  والنقطة  $B = (٢, ١)$

أوجد : ١ طول  $\overline{AB}$

٢ مساحة الشكل  $OAB$

٣  $\angle C$  (د و ح ب)

(ب)  $\angle B$  ح مثلث قائم الزاوية في  $B$

١ أثبت أن :  $\text{ما}^2 + \text{ما}^2 = ١$

٢ إذا كان :  $\angle B = ٥$  سم ،  $\angle C = ١٣$  سم أوجد :  $\angle C$  (د ح) لأقرب دقيقة.

٥ (١) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(٢, ٤)$  ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور

السينات زاوية قياسها  $١٣٥^\circ$

(ب) بدون استخدام الحاسبة أثبت أن :  $\text{طا}^2 - ٦٠^\circ = ٥^\circ = \text{ما}^2 + ٦٠^\circ + ٢^\circ$

## محافظة الإسماعيلية

٩

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع يساوي .....

(١) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢ نقطة منتصف  $\overline{AB}$  حيث  $A(٠, ٦)$  ،  $B(٤, ٠)$  هي .....

(١)  $(٤, ٦)$  (ب)  $(٦, ٤)$  (ج)  $(٢, ٣)$  (د)  $(٣, ٢)$

٣ إذا كان طولاً ضلعين في مثلث هما ٣ سم ، ٤ سم فإن طول الضلع الثالث يمكن

أن يساوي .....

(١) ١ (ب) ٦ (ج) ٧ (د) ٨

٣ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين  $(١, ٥)$  ،  $(٢, ٤)$  ميله يساوي  $٤٥^\circ$

فتكون  $\text{ص} = \dots\dots\dots$

(١) ١ (ب) ٢ (ج) ١- (د) ٤

(ب)  $\angle B$  ح شبه منحرف متساوي الساقين فيه :  $\overline{AB} // \overline{CD}$  ،  $\angle A = ٤$  سم

،  $\angle B = ٥$  سم ،  $\angle C = ١٢$  سم أوجد قيمة المقدار :  $\frac{\text{طاب}^2}{\text{ما}^2 + \text{ح}^2}$

٢ (١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المستقيم الذي معادلته :  $\text{ص} = ٢ - ٩$  يوازي المستقيم

المار بالنقطتين  $(١, ٤)$  ،  $(٢, ٥)$  فإن  $\angle = \dots\dots\dots$

(١) ٢ (ب) ٢- (ج) ٦ (د) ٤

٢  $\angle B$  ح مثلث فيه :  $\angle C = ٢$  ،  $\angle D = ٩$  ،  $\angle E = ٣$

فإن  $\angle = \dots\dots\dots$

(١) ٣٠ (ب) ٦٠ (ج) ٤٥ (د) ٩٠

٣ المستقيم :  $\frac{\text{ص}}{٢} - \frac{\text{س}}{٣} = ٦$

يقطع من محور السينات جزءاً طوله ..... وحدة طول.

(١) ٣ (ب) ٢ (ج) ٦ (د) ١٢

(ب)  $\overline{AB}$  قطر في دائرة مركزها  $M$  ، حيث  $B(٨, ١١)$  ،  $M(٥, ٧)$

أوجد : ١ محيط الدائرة. ٢ معادلة المستقيم العمودي على  $\overline{AB}$  من نقطة  $P$

٣ (١) أثبت أن الشكل الرباعي  $ABCD$  الذي رؤوسه :

$A(١, ٣)$  ،  $B(٥, ١)$  ،  $C(٧, ٤)$  ،  $D(١, ٦)$  متوازي أضلاع.

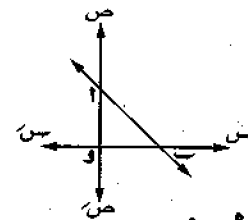
(ب) الشكل المقابل يمثل المستقيم  $\overleftrightarrow{AB}$

الذي معادلته :  $\text{ص} = ٤\text{س} + ١$

ويقطع من محوري الإحداثيات جزءين متساويين

في الطول ويمر بالنقطة  $(٢, ٣)$

أوجد : ١ قيمة كل من  $\angle$  ،  $\angle$  ٢ مساحة المثلث  $ABC$

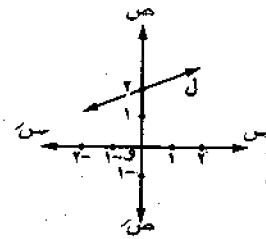


٤ إذا كانت : ط ٢ سن  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$  حيث (٢ سن) قياس زاوية حادة  
فإن : سن = .....

- (أ) ١٥ (ب) ٢٠ (ج) ٤٥ (د) ٦٠

٥ عندما تقف أمام المرآة وتظهر صورتك فإن هذا يسمى في علم الرياضيات .....  
(أ) دوراناً. (ب) انتقالاً. (ج) انعكاساً.

٦ في الشكل المقابل :



أى مما يأتى يمثل معادلة المستقيم ل ؟

- (أ) سن = سن (ب) سن = ٢  
(ج) سن + سن = ٢ (د) سن - سن = ٢

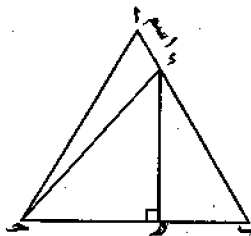
٢ (١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة سن إذا كان : سن م٢ ٢٠ = ط ٢ ٦٠ م٢ ٤٥

(ب) إذا كانت : ٢ (٥ ، -١) ، ب (٢ ، ٧) ، ح (١ ، -٣)  
فأوجد معادلة المستقيم الذى يمر بنقطة منتصف ب ح ، والنقطة أ

٣ (١) أثبت أن النقط : ٢ (١ ، -٢) ، ب (-٤ ، ٢) ، ح (١ ، ٦)  
هى رؤوس مثلث متساوى الساقين.

(ب) أ ب ح مثلث قائم الزاوية فى ب أوجد قيمة :  $\frac{أ ح}{ب ح}$   
وإذا كانت : ط ٢ ه =  $\frac{أ ح}{ب ح}$  أوجد : ح (د ه) حيث ه زاوية حادة.

٤ (١) إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين (١ ، ٤) ، (٤ ، ٤) ، والمستقيم ل يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° أوجد قيمة أ إذا كان المستقيمان متوازيين.



(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث متساوى الأضلاع ، طول ضلعه ٥ سم  
،  $د \in \overline{أ ب}$  بحيث  $د = ١$  سم ، رسم  $د ه \perp \overline{ب ح}$   
أوجد : ط (د ه)

٥

(١) إذا كان : أ ب ح معيّنًا فيه : ٢ (٣ ، ٣) ، ح (-٣ ، -٣)

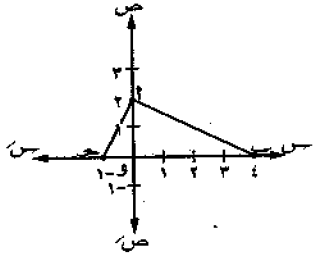
أوجد : ١ نقطة تقاطع القطرين. ٢ معادلة المستقيم ب ح

(ب) فى الشكل المقابل :

فى المستوى الإحداثى المتعامد رسم المثلث أ ب ح

أثبت أن :  $\Delta أ ب ح$  قائم الزاوية

وأوجد مساحة سطحه.



## محافظة السويس

١٠

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ م٢ ٦٠ + م٢ ٦٠ = .....

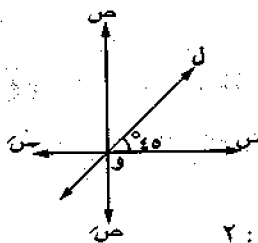
- (أ) صفر (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د) ١

٢ أ ب ح متوازي أضلاع فيه : ح (د ٤) + ح (د ٣) = ٢٠٠°

فإن : ح (د ب) = .....

- (أ) ٨٠° (ب) ٥٠° (ج) ١٠٠° (د) ١٦٠°

٣ فى الشكل المقابل :



معادلة المستقيم ل هى .....

(أ) سن = ١ (ب) سن - سن = ١

(ج) سن = سن (د) سن = ١

٤ إذا كان : أ ب ح قياسا زاويتين متتامتين بحيث : ب = ١ : ٢

فإن : ب = .....

- (أ) ١٨٠° (ب) ٩٠° (ج) ٣٠° (د) ٦٠°



محافظة بورسعيد

١١

أجب عن الأسئلة الآتية:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما  $\frac{2}{3}$ ،  $\frac{4}{5}$  متعامدين فإن:  $\angle =$  .....

(١) ٩ (ب) ٤ (ج) ٩- (د) ٤-

٢ البعد بين النقطتين (٠، ١٥)، (٠، ٦) يساوى ..... وحدة طول.

(١) ٩- (ب) ٩ (ج) ٢ (د) ٢-

٣ أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ح فيه: أ ب = ٢٥ سم، أ ح = ١٥ سم  
فإن مساحة سطح المثلث أ ب ح = ..... سم<sup>٢</sup>.

(١) ٢٠٠ (ب) ٧٥ (ج) ١٥٠ (د) ٣٧٥

٤ إذا كان المستقيم ح يوازي محور الصادات حيث ح (٤، ٤)، د (٧، ٥-)  
فإن: م = .....

(١) ٥ (ب) ٥- (ج) ٧- (د) ٧

٥ إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف أ ب حيث أ (٢، ٥) فإن النقطة ب هي .....

(١) (٥، ٢) (ب) (٢، ٥) (ج) (٢، -٥) (د) (٢، ٥-)

٦ إذا كانت: ط (س + ١٠) حيث س زاوية حادة

فإن: ن (د س) = .....

(١) ٤٠° (ب) ٥٠° (ج) ٦٠° (د) ٧٠°

٢ (١) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين: (٣، ١-)، (٤، ٢) يوازي المستقيم: ٣ ص - س - ١ = ٠.

(ب) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن: ما ٦٠° ما ٣٠° + ما ٦٠° ما ٣٠° = ١

٣ (١) إذا كانت: ما ه =  $\frac{٤٥}{٣٠}$  ما فأوجد: ن (د ه) حيث ه زاوية حادة.

٥ البعد العمودي بين المستقيمين: س - ٢ = ٠، س + ٣ = ٠ يساوى ..... وحدة طول.

(١) ١ (ب) ٥ (ج) ٢ (د) ٣

٦ إذا كانت: أ (٠، ٠)، ب (٥، ٧)، ح (٥، ٥) رؤوس المثلث أ ب ح القائم الزاوية في ح فإن: ه = .....

(١) صفر (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ٥-

٢ (١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن: ٢ ما ٢٠° + ٤ ما ٦٠° = ٦٠°

(ب) إذا كانت: أ (١-، ١-)، ب (٢، ٢)، ح (٦، ٠)، د (٣، ٤-) أربع نقط في مستوى إحداثي متعامد أثبت أن: أ ح، ب د ينصف كل منهما الآخر.

٣ (١) إذا كانت: ما ٣ س =  $\frac{٦٠}{٤٥}$  ما ٦٠° ما ٣٠° ما ٤٥° فأوجد: قيمة س بالدرجات حيث ٣ س قياس زاوية حادة.

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) وعمودي على الخط المستقيم المار بالنقطتين أ (٢، ٣)، ب (٤، ٥-)

٤ (١) أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ح فيه: أ ب = ٥ سم، ب ح = ٤ سم

أثبت أن: ما أ ما ب + ما أ ما ب = ١

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله يساوى ميل الخط المستقيم:  $\frac{١}{٣} = \frac{١-ص}{س}$  ويقطع جزءًا سالبًا من محور الصادات مقداره ٣ وحدات.

٥ (١) أ ب ح مثلث حيث أ (٠، ٠)، ب (٤، ٢)، ح (٣، ٤-)

أوجد: محيط المثلث أ ب ح

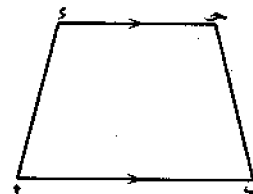
(ب) في الشكل المقابل:

أ ب ح شبه منحرف فيه أ ب // ح د

أ (٢، ٩)، ب (٢، ٣)

ح (س-، س-)، د (س، ٤-)

أوجد إحداثي النقطة ح



٥ إذا كانت  $\angle \alpha = (10^\circ + \angle \beta)$  حيث  $\angle \alpha$  زاوية حادة فإن  $\angle \beta =$  .....  
 (أ)  $40^\circ$  (ب)  $30^\circ$  (ج)  $80^\circ$  (د)  $50^\circ$

٦ البعد العمودي بين المستقيمين  $\angle \alpha = 30^\circ$  ،  $\angle \beta = 40^\circ$  يساوي ..... وحدة طول.

(أ) ١ (ب) ٥ (ج) ٢ (د) ٧

٢ (أ) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين:  $(0, 5)$  ،  $(5, 0)$

(ب) أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ،  $\angle \alpha = 70^\circ$  سم ،  $\angle \beta = 20^\circ$  سم  
 أوجد قيمة:  $\angle \alpha + \angle \beta$  ح

٣ (أ) إذا كانت النقط:  $(1, 0)$  ،  $(2, 4)$  ،  $(5, 2)$  تقع على استقامة واحدة  
 أوجد: قيمة  $\angle \alpha$

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة  $(2, 7)$  ويوازي المستقيم الذي معادلته:  
 $\angle \alpha + \angle \beta = 50^\circ$

٤ (أ) أوجد قيمة  $\angle \alpha$  حيث  $\angle \alpha$  قياس زاوية حادة إذا كان:

$$2\angle \alpha = 30^\circ + 60^\circ + 20^\circ + 60^\circ$$

(ب) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله  $\angle \alpha = 2$  ويقطع جزءاً موجباً من محور الصادات  
 مقداره يساوي ٧ وحدات.

٥ (أ) أثبت أن:  $\angle \alpha = 60^\circ$  ،  $\angle \beta = 30^\circ$  مبيناً خطوات الحل.

(ب) بين نوع المثلث الذي رؤوسه النقط:  $\angle \alpha = (2, 4)$  ،  $\angle \beta = (1, 2)$  ،  $\angle \gamma = (5, 4)$   
 بالنسبة لأطوال أضلاعه.



### محافظة كفر الشيخ

١٣

أجب عن الأسئلة الآتية، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع يساوي .....

(أ)  $60^\circ$  (ب)  $150^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $30^\circ$

(ب) أثبت أن النقط  $\angle \alpha = (0, 2)$  ،  $\angle \beta = (3, 4)$  ،  $\angle \gamma = (1, 6)$   
 هي رؤوس مثلث متساوي الساقين.

٤ (أ) أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله يساوي ميل الخط المستقيم:  $\angle \alpha = \frac{1}{3}$   
 ويقطع جزءاً سالباً من محور الصادات مقداره ٣ وحدات.

(ب) أ ب ح د شكل رباعي حيث  $\angle \alpha = (2, 2)$  ،  $\angle \beta = (2, 6)$  ،  $\angle \gamma = (2, -2)$  ،  $\angle \delta = (-2, -2)$   
 أثبت أن: الشكل أ ب ح د شبه منحرف.

٥ (أ) إذا كانت  $\angle \alpha = (5, 6)$  ،  $\angle \beta = (3, 7)$  ،  $\angle \gamma = (1, 3)$

فأوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطة  $\angle \alpha$  وينقطة منتصف  $\angle \beta$

(ب)  $\angle \alpha = 5$  سم ،  $\angle \beta = 5$  سم ،  $\angle \gamma = 12$  سم  
 أوجد قيمة:  $\angle \alpha + \angle \beta + \angle \gamma$



### محافظة دمياط

١٢

أجب عن الأسئلة الآتية، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ الزاوية التي قياسها  $40^\circ$  تتمم الزاوية التي قياسها .....

(أ)  $140^\circ$  (ب)  $80^\circ$  (ج)  $90^\circ$  (د)  $10^\circ$

٢ إذا كانت:  $\angle \alpha = (6, -4)$  هي منتصف  $\angle \beta$  حيث  $\angle \alpha = (5, -3)$

فإن نقطة ب هي .....

(أ)  $(5, -7)$  (ب)  $(7, 5)$  (ج)  $(7, 5)$  (د)  $(5, -7)$

٣ طول نصف قطر الدائرة التي مركزها  $(0, 0)$  وتمر بالنقطة  $(3, 4)$

يساوي ..... وحدة طول.

(أ) ٧ (ب) ١ (ج) ١٢ (د) ٥

٤ ميل المستقيم:  $\angle \alpha = 0$  هو .....

(أ) ٥ (ب)  $\frac{1}{5}$  (ج) غير معرف (د) صفر

محافظة البحيرة

١٤

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف  $\overline{AB}$  حيث  $A(5, -2)$  ، فإن النقطة  $B$  هي .....

(أ)  $(-5, -2)$  (ب)  $(5, 2)$  (ج)  $(-2, 5)$  (د)  $(2, 5)$

٢ الزاوية التي قياسها  $50^\circ$  تتم زاوية قياسها .....

(أ)  $50^\circ$  (ب)  $40^\circ$  (ج)  $30^\circ$  (د)  $130^\circ$

٣ دائرة مركزها  $(3, -4)$  وطول نصف قطرها ٥ وحدات

فأي من النقط الآتية تنتمي للدائرة ؟

(أ)  $(-3, 4)$  (ب)  $(0, 0)$  (ج)  $(5, 0)$  (د)  $(4, 0)$

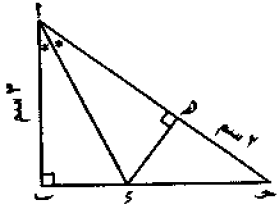
٤ إذا كانت :  $\frac{1}{4} = \frac{3}{x}$  حيث  $\frac{3}{x}$  قياس زاوية حادة فإن :  $x =$  .....

(أ)  $60^\circ$  (ب)  $120^\circ$  (ج)  $180^\circ$  (د)  $90^\circ$

٥ إذا كان  $\angle A$  حاد متوازي أضلاع فيه :  $\angle D = 110^\circ$  و  $\angle C = 220^\circ$  فإن :  $\angle B =$  .....

(أ)  $110^\circ$  (ب)  $70^\circ$  (ج)  $140^\circ$  (د)  $80^\circ$

٦ في الشكل المقابل :



$\angle A$  حاد مثلث قائم الزاوية في  $B$

$\angle A$  ينصف  $\angle D$  ، و  $DE \perp AC$

$\angle A = 2$  سم ،  $\angle C = 2$  سم

فإن :  $\angle B =$  .....

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥

٢ (١) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين  $(3, -1)$  ،  $(2, 4)$

يوازي المستقيم :  $3x - y - 1 = 0$

٢ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{1}{4}$  متعامدين فإن :  $\angle =$  .....

(أ) ٤ (ب) ٩ (ج) ٤٠ (د) ٩٠

٣ إذا كان :  $\angle A$  حاد مربعاً فإن :  $\angle C$  (د ح أ ب) = .....

(أ)  $90^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $30^\circ$

٤ إذا كانت :  $\frac{1}{4} = \frac{3}{x}$  حيث  $\frac{3}{x}$  قياس زاوية حادة فإن :  $x =$  .....

(أ)  $30^\circ$  (ب)  $60^\circ$  (ج)  $10^\circ$  (د)  $90^\circ$

٥ متوازي الأضلاع الذي قطراه متساويان في الطول وغير متعامدين يكون .....

(أ) مربعاً (ب) معيناً (ج) مستطيلاً (د) شبه منحرف

٦ معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة  $(2, -3)$  ويوازي محور السينات هي .....

(أ)  $x = 2$  (ب)  $x = 3$  (ج)  $x = -2$  (د)  $x = -3$

٢ (١) بين نوع المثلث الذي رؤوسه النقط  $A(3, 0)$  ،  $B(1, 4)$  ،  $C(-1, 2)$

من حيث أطوال أضلاعه.

(ب) أوجد بدون استخدام الحاسبة قيمة المقدار :  $\sin 45^\circ + \frac{1}{4} \sin 60^\circ$  ما  $60^\circ$

٣ (١) إذا كان المستقيم  $L$  :  $x = 2 - y$  و  $L$  و  $M$  ، والمستقيم  $L$  يصنع مع الاتجاه

الموجب لمحور السينات زاوية قياسها  $45^\circ$  أوجد : قيمة  $\angle$  إذا كان  $L$  و  $M$  //

(ب) إذا كان :  $\sqrt{3} \sin 45^\circ = \sin 60^\circ$  ما  $60^\circ$  أوجد :  $\angle$  (د ح) حيث  $\angle$  زاوية حادة.

٤ (١) إذا كان بعد النقطة  $(3, 5)$  عن النقطة  $(2, 0)$  يساوي  $2\sqrt{2}$  وحدة طول

أوجد : قيم  $\sin$

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٣ ويمر بالنقطة  $(5, -2)$

٥ (١) إذا كانت :  $A(2, 3)$  هي منتصف  $\overline{BC}$  حيث  $C(-1, 3)$  ، أوجد : إحداثي النقطة  $B$

(ب)  $\angle A$  حاد مثلث قائم الزاوية في  $B$  ،  $\angle A = 1$  أوجد :  $\angle C$  (د أ)



(ب) إذا كان  $\angle A$  شبه منحرف فيه:  $\angle A // \angle B$  ،  $\angle C = 90^\circ$  ،  $\angle D = 30^\circ$  سم  
،  $\angle E = 60^\circ$  سم ،  $\angle F = 40^\circ$  سم أوجد : طول  $\overline{EF}$  ثم أوجد قيمة :  $\angle G$  (د ب ح)

٣ (١) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله يساوي ٣ ويمر بالنقطة (١ ، ٢)

(ب) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة  $\sin 15^\circ$  التي تحقق :

٢ ما  $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$  (حيث  $\sin$  قياس زاوية حادة).

٤ (١) إذا كان المستقيم  $L$  يمر بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٢ ، ٤)

والمستقيم  $M$  يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها  $45^\circ$   
أوجد قيمة  $\angle A$  إذا كان المستقيمان  $L$  ،  $M$  متعامدين.

(ب) إذا كان  $\angle A$  مثلث قائم الزاوية في  $B$  فإذا كان :  $\angle C = 30^\circ$  ،  $\angle D = 40^\circ$   
فأوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية  $\angle E$

٥ (١) إذا كانت  $\angle A$  (س ، ٣) ،  $\angle B$  (٢ ، ٣) ،  $\angle C$  (١ ، ٥)

وكانت :  $\angle A = 30^\circ$  ،  $\angle B = 40^\circ$  ،  $\angle C = 50^\circ$  فأوجد : قيمة  $\sin$

(ب) أثبت أن النقط  $A(0, 6)$  ،  $B(2, -4)$  ،  $C(-4, 2)$  هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في  $B$  ،

ثم أوجد إحداثي نقطة  $D$  التي تجعل الشكل  $ABCD$  مستطيلاً.



## محافظة الغيوم

١٥

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ البعد العمودي بين المستقيمين :  $s = 2$  ،  $s = 3$  ،  $s = 4$  ،  $s = 5$   
يساوي ..... وحدة طول.

(١) ١ (ب) ٥ (ج) ٢ (د) ٣

٢ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي .....

(١)  $90^\circ$  (ب)  $180^\circ$  (ج)  $360^\circ$  (د)  $270^\circ$

٣ إذا كانت :  $\angle A = (10 + s)^\circ$  حيث  $\sin$  قياس زاوية حادة

فإن :  $\sin =$  .....

(١)  $60^\circ$  (ب)  $30^\circ$  (ج)  $50^\circ$  (د)  $70^\circ$

٤ الشكل الذي عدد أضلاعه يساوي عدد أقطاره هو .....

(١) الشكل الرباعي. (ب) المثلث.

(ج) الشكل الخماسي. (د) الشكل السداسي.

٥ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة طول

فإن النقطة ..... تنتمي إليها.

(١)  $(1, -2)$  (ب)  $(-2, 5)$

(ج)  $(3, 1)$  (د)  $(0, 1)$

٦ المربع الذي طول قطره ٨ سم فإن مساحته تساوي ..... سم<sup>٢</sup>.

(١) ٤ (ب) ٢٢ (ج) ٦٤ (د) ١٦

٢ (١) أثبت أن النقط  $A(3, -1)$  ،  $B(-4, 6)$  ،  $C(2, -2)$  تقع على دائرة

واحدة مركزها النقطة  $M(1, 2)$  ثم أوجد محيط الدائرة حيث  $\pi = 3.14$

(ب) بدون استخدام حاسبة الجيب أثبت أن :

$\sin 60^\circ - \sin 40^\circ = \sin 20^\circ + \sin 80^\circ$

٣ (١) أوجد معادلة الخط المستقيم العمودي على  $\overline{AB}$  من نقطة منتصفها

حيث  $A(1, 3)$  ،  $B(3, 5)$

(ب) إذا كان  $\angle A$  مثلث قائم الزاوية في  $B$  فيه :  $\angle C = 50^\circ$  ،  $\angle D = 40^\circ$  سم

أوجد قيمة :  $\angle E$  ما  $\angle F$

٤ (١) أثبت أن النقط  $A(3, -2)$  ،  $B(-5, 0)$  ،  $C(0, -7)$  هي رؤوس متوازي أضلاع.

(ب) أوجد قيمة  $\sin$  إذا كان :  $\angle A = 40^\circ$  ،  $\angle B = 30^\circ$  ،  $\angle C = 20^\circ$  ،  $\angle D = 10^\circ$



(ب) في الشكل المقابل :

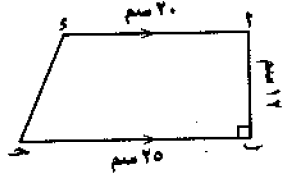
أ ب ح د شبه منحرف فيه :

$\overline{AD} // \overline{BC}$  ،  $\angle C = 90^\circ$

$AD = 12$  سم ،  $BC = 20$  سم ،

$AB = 25$  سم

أوجد : طول  $CD$  ،  $\angle D$  (د ح)



٣ (١) أثبت أن :  $\frac{1}{2} \angle A = 60^\circ$  ما  $20^\circ$  ما  $30^\circ$

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) وميله يساوي ٢

٤ (١) إذا كانت : ما ه ط  $20^\circ$  ما  $40^\circ$

أوجد :  $\angle D$  (د ه) حيث ه زاوية حادة.

(ب) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ١) ، (٦ ، ٣) يوازي المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة قياسها  $45^\circ$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

٥ (١) أثبت أن النقطة  $P(3, -1)$  ،  $B(4, -6)$  ،  $C(2, -2)$

تقع على الدائرة التي مركزها م (١- ، ٢)

(ب) أوجد ميل الخط المستقيم :  $2x - 2y + 5 = 0$

، ثم أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات.



## محافظة المنيا

١٧

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الزاوية التي قياسها  $65^\circ$  تتكم زاوية قياسها .....°

(١) ٣٥ (ب) ٢٥ (ج) ١١٥ (د) ٤٥

٢ أ ب ح د متوازي أضلاع فيه :  $\angle D = 90^\circ$  ،  $\angle C = 20^\circ$

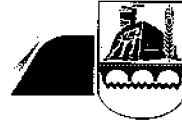
فإن :  $\angle B =$  (د ب) = .....

(١) ٥٠ (ب) ٨٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٦٠

٥ (١) إذا كان المستقيمان :  $3x - 4y = 0$  ،  $4x + 3y = 8$  متعامدين

فأوجد : قيمة  $k$

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يقطع من محوري الإحداثيات السيني والصادي جزأين موجبين طولاهما ١ ، ٤ وحدات طول على الترتيب.



## محافظة بنى سويف

١٦

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١  $4x + 60^\circ$  ما  $60^\circ$  = .....

(١) ٣ (ب) ٦ (ج) ١٢ (د) ٢٢

٢ صورة النقطة (٤ ، ٥) بالانتقال (٢ ، ٣) هي .....

(١) (٦- ، ٨-) (ب) (٨- ، ٦-) (ج) (٦ ، ٨) (د) (٦- ، ٨-)

٣ البعد العمودي بين المستقيمين :  $3x - 2y = 0$  ،  $4x + 3y = 5$

يساوي ..... وحدة طول.

(١) ١ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٥

٤ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٥- ، ٣) ويوازي محور الصادات هي .....

(١)  $3x - 5 = 0$  (ب)  $3x + 5 = 0$  (ج)  $3x = 5$  (د)  $3x = 3$

٥ عدد محاور التماثل للدائرة .....

(١) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٦ النقطة (٠ ، ٠) ، (٠ ، ٦) ، (٨ ، ٠) = .....

(١) تكون مثلثاً حاد الزوايا. (ب) تكون مثلثاً قائم الزاوية.

(ج) تكون مثلثاً منفرج الزاوية. (د) تقع على استقامة واحدة.

٢ (١) إذا كانت : النقطة ح (٦ ، ٤) هي منتصف أ ب حيث :  $P(5, -3)$

أوجد : إحداثي النقطة ب

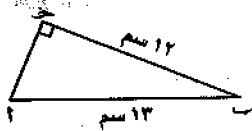
## محافظة أسيوط

(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ قياس الزاوية المستقيمة يساوي .....  
 (أ) ٩٠ (ب) ٣٦٠ (ج) ١٨٠ (د) ٢٤٠
- ٢ إذا كانت :  $\angle A = (20^\circ + x)$  حيث  $\angle B = (20^\circ + x)$  قياس زاوية حادة  
 فإن :  $x =$  .....  
 (أ) ٢٠ (ب) ٦٠ (ج) ٩٠ (د) ٤٠
- ٣ طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها  $30^\circ$  في المثلث القائم الزاوية  
 يساوي ..... طول الوتر.  
 (أ)  $\frac{1}{4}$  (ب) ضعف (ج)  $\frac{1}{2}$  (د)  $\frac{1}{3}$
- ٤ إذا كان المستقيمان :  $س + ص = ٥$  ،  $لح + س + ٢ = ص = ٧$  متعامدين  
 فإن :  $لح =$  .....  
 (أ) ٢- (ب) ١- (ج) ١ (د) ٢
- ٥ المعين الذي طول قطريه ٦ سم ، ١٢ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>  
 (أ) ١٦ (ب) ٢٠ (ج) ٣٦ (د) ٧٢
- ٦ البعد العمودي بين المستقيمين :  $س - ٢ = ٥$  ،  $س + ٤ = ٥$  .  
 يساوي ..... وحدة طول.  
 (أ) ٢ (ب) ٧ (ج) ١٢ (د) ٦

(١) في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ح  
 $أ = ١٢$  سم ،  $ب = ١٢$  سم  
 أثبت أن :  $أ + ح + ب = ١٢$

(ب) بين نوع المثلث الذي رؤوسه النقط : (١ ، ١) ، (١ ، ٥) ، (٤ ، ٣)  
 من حيث أطوال أضلاعه.

٣ مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث ..... طول الضلع الثالث.

- (١) أصغر من (ب) يساوى (ج) أكبر من (د) ضعف
- ٤ إذا كانت :  $ما = \frac{1}{3}$  فإن :  $لح + د =$  ..... حيث  $س$  زاوية حادة.  
 (أ) ٤٥ (ب) ٦٠ (ج) ٩٠ (د) ٢٠
- ٥ البعد بين النقطتين (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥) يساوى ..... وحدة طول.  
 (أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٧
- ٦ إذا كان :  $س + ص = ٥$  ،  $لح + س + ٢ = ص = ٥$  مستقيمين متوازيين  
 فإن :  $لح =$  .....  
 (أ) ٢- (ب) ١- (ج) ١ (د) ٢

(١) أوجد قيمة المقدار الآتى بدون استخدام الآلة :

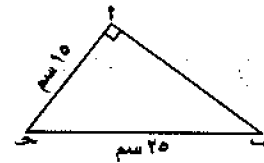
$$\sin 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$$

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين :  
 (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٥)

(١) بدون استخدام الآلة أوجد قيمة  $س$  التي تحقق :  $٢ ما = س$   $٦٠^\circ$   $٢ - ٦٠^\circ$   $٤٥^\circ$

حيث  $س$  قياس زاوية حادة.

(ب) في الشكل المقابل :



$\Delta$  ب ح فيه :  $د = 90^\circ$

،  $أ = ١٥$  سم ،  $ب = ٢٥$  سم

أثبت أن :  $أ + ح + ب = ١٥$

(١) أثبت أن النقط : (١- ، ٤-) ، (١ ، ٠) ، (٢ ، ٢)

تقع على استقامة واحدة.

(ب) إذا كانت :  $ح = (٦ ، ٤)$  هي منتصف  $أ ب$  حيث  $أ = (٣ ، ٥)$  فأوجد إحداثى نقطة ب

(١) أثبت أن المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها  $٤٥^\circ$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

يوازي المستقيم الذى معادلته :  $س - ص = ١$  .

(ب) أوجد قيمة  $أ$  إذا كان البعد بين النقطتين : (٢ ، ٢-) ، (٧ ، ٩) يساوى ٥ وحدات طول.



٣ (١) إذا كان  $2$  ما  $س = 60^\circ - 4^\circ$  ما  $أوجد: س$  (دس) حيث  $س$  زاوية حادة.

(ب)  $4$  ما  $س$  متوازي أضلاع فيه  $4(2, 3)$  ،  $س(4, 5)$  ،  $س(4, 1)$  ،  $أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطريه$  ، ثم  $أوجد إحداثي نقطة$

٤ (١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة:  $س = 60^\circ + 30^\circ + 45^\circ$

(ب) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين  $(2, 3\sqrt{2})$  ،  $(4, 3\sqrt{2})$  عمودي على الخط المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها  $60^\circ$

٥ (١) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(3, 5)$  ويوازي المستقيم:

$$س + 3ص = 7$$

(ب) أوجد ميل الخط المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

$$\frac{1}{س} = \frac{1-ص}{س}$$



## محافظة سوهاج

١٩

أجب عن الأسئلة الآتية: (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة القاعدة.

(١)  $3:2$  (ب)  $1:2$  (ج)  $2:1$  (د)  $3:2$

٢ إذا كانت:  $س = 45^\circ$  ،  $س = 60^\circ$  ،  $س = 90^\circ$  (حيث  $س$  زاوية حادة)

(١)  $30^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $90^\circ$

٣ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي .....

(١)  $30^\circ$  (ب)  $60^\circ$  (ج)  $180^\circ$  (د)  $360^\circ$

٤ البعد بين النقطتين  $(0, 3)$  ،  $(-1, 0)$  يساوي ..... وحدة طول.

(١)  $4$  (ب)  $5$  (ج)  $6$  (د)  $7$

٥ المربع الذي طول ضلعه  $3\sqrt{2}$  سم تكون مساحته ..... سم<sup>2</sup>.

(١)  $4\sqrt{2}$  (ب)  $9$  (ج)  $3$  (د)  $6$

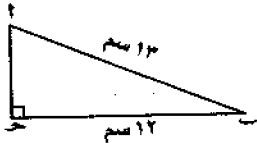
٦ إذا كانت:  $4(5, 3)$  ،  $س(7, 5)$  فإن نقطة منتصف:  $س$  هي .....

(١)  $(5, 3)$  (ب)  $(2, 0)$  (ج)  $(5, 5)$  (د)  $(6, 4)$

٧ (١) إذا كانت:  $س = 30^\circ$  ،  $س = 1^\circ$  (حيث  $س$  زاوية حادة) فأوجد:  $س$  (دس)

(ب) أثبت أن المثلث الذي رؤوسه النقط  $4(1, 4)$  ،  $س(1, 2)$  ،  $س(2, 3)$  قائم الزاوية في  $س$

٨ (١) في الشكل المقابل:



$4$  ما  $س$  مثلث قائم الزاوية في  $س$  فيه:

$4$  ما  $س = 13$  سم ،  $س = 12$  سم

أوجد:  $1$  طول  $س$

$2$  ما  $س$  ما  $س$  ما  $س$

(ب) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله يساوي  $2$  ويمر بالنقطة  $(1, 0)$

٩ (١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن:  $2$  ما  $س = 60^\circ - 2^\circ$  ما  $س = 45^\circ$

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين  $(1, 3)$  ،  $(-1, 3)$  ، ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل.

١٠ (١) أثبت أن النقط  $4(3, -1)$  ،  $س(6, 5)$  ،  $س(2, 3)$  تقع على استقامة واحدة.

(ب) أثبت أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين  $(-3, 2)$  ،  $(4, 5)$  يوازي المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها  $45^\circ$



## محافظة قنا

٢٠

أجب عن الأسئلة الآتية:

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ إذا كانت:  $س = \frac{1}{3}$  حيث  $س$  قياس زاوية حادة فإن:  $2$  ما  $س =$  .....

(١)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$  (ج)  $60$  (د)  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

٥

(١) أثبت أن النقط  $أ(٠، ٣)$  ،  $ب(٤، ٢)$  ،  $ج(١، ٦)$

هي رؤوس لثلث متساوي الساقين رأسه  $أ$  ، ثم أوجد طول القطعة المستقيمة المرسومة من  $أ$  عمودية على  $بج$

(ب)  $أبج$  متوازي أضلاع حيث  $أ(٢، ٣)$  ،  $ب(٤، ٥)$  ،  $ج(٠، ٣)$  أوجد إحداثي النقطة  $د$



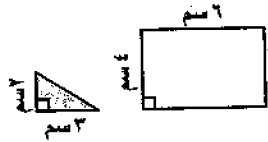
محافظة الأقصر

٢١

أجب عن الأسئلة الآتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) عدد المثلثات القائمة الزاوية المظلة التي تلزم لتغطية سطح المستطيل تمامًا يساوي .....



- (١) عشرة (ب) ثمانية  
(ج) ستة (د) أربعة

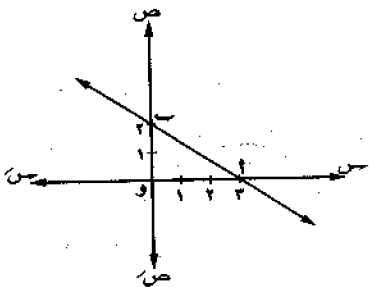
(٢) إذا كان  $ق(٤، ٨)$  وكانت  $حأب = حأب$  في  $\Delta أبج$  فإن :  $ق(د، ح) =$  .....

- (١)  $٣٠^\circ$  (ب)  $٤٥^\circ$  (ج)  $٥٠^\circ$  (د)  $٦٠^\circ$

(٣) صورة النقطة  $(٦، ٥)$  بالانتقال  $(٣، ٢)$  هي .....

- (١)  $(٢، ٤)$  (ب)  $(٢، ٤)$  (ج)  $(٤، ٢)$  (د)  $(٢، ٤)$

(٤) في الشكل المقابل :



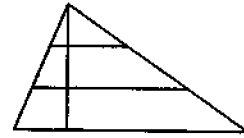
ميل  $أب =$  .....

- (١)  $\frac{2}{3}$  (ب)  $\frac{3}{2}$   
(ج)  $\frac{2}{3}$  (د)  $\frac{3}{2}$

(٥) قياس الزاوية الخارجة عند رأس من رؤوس لثلث متساوي الأضلاع يساوي .....

- (١)  $٣٠^\circ$  (ب)  $٦٠^\circ$  (ج)  $٩٠^\circ$  (د)  $١٢٠^\circ$

(٢) عدد الأشكال الرباعية في الشكل المقابل هو .....



- (١) ٣ (ب) ٦  
(ج) ٩ (د) ١٢

(٣) إذا كان المستقيمان المثلثان للمعادلتين :  $٤ = ح + ص$  ،  $٤ = ح + ص$  متعامدين فإن :  $أ =$  .....

- (١)  $٢-$  (ب)  $١-$  (ج)  $١$  (د)  $٢$

(٤) عدد محاور تماثل المعين هو .....

- (١) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

(٥) المستقيم الذي معادلته :  $٢ = ح + ص$  يقطع من محور الصادات جزءًا طوله ..... وحدة طول.

- (١) ٦ (ب) ٢ (ج) ٣ (د)  $\frac{3}{2}$

(٦) صورة النقطة  $(٢، ٣)$  بالانعكاس في نقطة الأصل هي .....

- (١)  $(٢، ٣)$  (ب)  $(٢، ٣)$  (ج)  $(٢، ٣)$  (د)  $(٢، ٣)$

(٢) (١)  $\Delta أبج$  قائم الزاوية في  $ب$  ،  $أ = ١٠$  سم ،  $ب = ٨$  سم

أثبت أن :  $حأ٢ = ١ + ٢$  مئلاً

(ب) أثبت أن النقط  $أ(١، ١)$  ،  $ب(٠، ١)$  ،  $ج(٢، ٢)$  تقع على استقامة واحدة.

(٣) (١) إذا كانت :  $حأ = ٢٠$  مئلاً ،  $حأ = ٤٥$  مئلاً

فأوجد : قيمة  $ح$  بالدرجات حيث  $ح$  قياس زاوية حادة.

(ب) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين  $(٢، ١)$  ،  $(٤، ٢)$  يوازي المستقيم الذي معادلته :  $٣ = ح - ص - ١$  .

(٤) (١) بدون استخدام الحاسبة أثبت أن :  $٢ = حأ٢ = ٢٠$  مئلاً

(ب)  $أبج$  شكل رباعي حيث  $أ(٣، ٥)$  ،  $ب(٢، ٦)$  ،  $ج(١، ١)$  ،  $د(٤، ٠)$  أثبت أن الشكل  $أبج$  معين ، وأوجد مساحة سطحه.

## محافظة أسوان

٢٢

أجب عن الأسئلة الآتية: (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ١ الزاوية التي قياسها  $60^\circ$  تنتم زاوية قياسها .....  
 (أ)  $130^\circ$  (ب)  $110^\circ$  (ج)  $20^\circ$  (د)  $10^\circ$
- ٢ إذا كان:  $\vec{AB} \perp \vec{CD}$  وكان: ميل  $\vec{AB} = \frac{1}{4}$  فإن: ميل  $\vec{CD} =$  .....  
 (أ)  $2$  (ب)  $-2$  (ج)  $\frac{1}{4}$  (د)  $-\frac{1}{4}$
- ٣ إذا كانت:  $\vec{CD} \exists$  محور تماثل  $\vec{AB}$  فإن:  $\vec{CD}$  .....  $\vec{AB}$   
 (أ)  $\perp$  (ب)  $>$  (ج)  $<$  (د)  $=$
- ٤ إذا كانت الأطوال ٣ سم، ٧ سم، ٥ سم هي أطوال أضلاع مثلث فإن: ٥ سم يمكن أن تساوي ..... سم.  
 (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ١٠
- ٥ البعد بين النقطتين:  $(0, 6)$ ،  $(8, 0)$  يساوي ..... وحدة طول.  
 (أ) ٦ (ب) ٨ (ج) ١٠ (د) ١٤
- ٦ إذا كانت:  $\angle A = (10^\circ + \angle B)$  حيث  $\angle B$  زاوية حادة فإن:  $\angle C = (د \text{ سم}) =$  .....  
 (أ)  $80^\circ$  (ب)  $50^\circ$  (ج)  $30^\circ$  (د)  $20^\circ$

٢ (أ) إذا كانت:  $\angle A = 2$  ما  $\angle B = 60^\circ$  -  $\angle C = 40^\circ$

أوجد: قيمة  $\angle B$  (حيث  $\angle B$  قياس زاوية حادة)

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم العمودي على  $\vec{AB}$  من نقطة منتصفها حيث:  
 $A(1, 3)$ ،  $B(2, 5)$

٣ (أ) إذا كانت النقطة  $C(2, 4)$  حيث  $\vec{AC}$  منتصف  $\vec{AB}$ ،  $A(4, 2)$ ،  $B(6, 3)$  (ص)  
 أوجد: قيمة  $\angle C$

٦ إذا كانت:  $C(3, -)$ ،  $B(9, -)$  منتصف  $\vec{AB}$  حيث  $A(6, -)$ ،  $B(12, -)$

فإن  $\angle C =$  .....  
 (أ) ٧ (ب) ٩ (ج) ٦ (د) ١٨

٢ (أ) إذا كان البعد بين النقطتين  $(0, 5)$ ،  $(2, 1)$  يساوي ٥ وحدات طول

فأوجد: قيمة  $\angle C$

(ب) إذا كان:  $\angle A = 30^\circ$ ،  $\angle B = 80^\circ$  ما  $\angle C =$  .....  
 فأوجد: قيمة  $\angle C$  حيث  $\angle C$  قياس زاوية حادة.

٣ (أ) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(1, 2)$  موازيًا للمستقيم:  $2x + 3y - 6 = 0$

(ب) أوجد قياس الزاوية الموجبة  $\theta$  التي يصنعها المستقيم المار بالنقطتين

$(2, -3)$ ،  $(4, 3)$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

٤ (أ)  $\vec{AB}$  قطر في الدائرة  $\Gamma$  حيث:  $A(4, -1)$ ،  $B(2, -7)$

أوجد طول نصف قطر الدائرة ومساحتها.

(ب)  $\vec{AB}$  ح  $\vec{CD}$  فيه:  $\vec{AB} = \vec{CD}$ ،  $\vec{AB} = 10$  سم،  $\vec{CD} = 12$  سم

رسم  $\vec{AB}$  و  $\vec{CD}$   $\perp$   $\vec{AB}$  يقطعها في  $E$

أثبت أن:  $\vec{AE} = \vec{CE}$  +  $\vec{AB} + \vec{CD} < 1$

٥ (أ) إذا كان المستقيم  $\vec{AB} \parallel$  محور الصادات حيث:  $A(7, -)$ ،  $B(5, 3)$

فأوجد: قيمة  $\angle C$

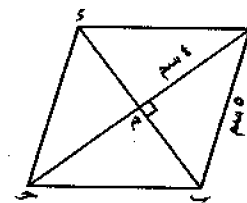
(ب) في الشكل المقابل:

$\vec{AB}$  ح معين تقاطع قطراه في  $M$

فإذا كان:  $\vec{AB} = 5$  سم،  $\vec{AM} = 4$  سم

أوجد:  $\angle C$  (د  $\angle$ )

٢ مساحة المعين  $\vec{AB}$  ح





(ب) إذا كانت :  $ق(١-، ١-)$  ،  $ب(٣، ٢)$  ،  $ح(٠، ٦)$  رؤوس مثلث أثبت أن : المثلث  $أب ح$  قائم الزاوية في  $ب$

٤ (١)  $س$   $ص$   $ع$  مثلث قائم الزاوية في  $ص$  فيه :  $س = ٥$  سم ،  $س = ١٣$  سم أوجد :  $١$   $طا$   $س \times طا$   $ع$   $٢$   $حا$   $س$   $حا$   $ع - حا$   $س$   $حا$   $ع$

(ب) أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محوري الإحداثيات السيني والصادي جزءين موجبين طولاهما ١ ، ٤ وحدات طول على الترتيب.

٥ (١) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين  $(٣، ١-)$  ،  $(٤، ٢)$  يوازي المستقيم :  $٣$   $ص - س = ١ = ٠$

(ب)  $أب ح$  مثلث قائم الزاوية في  $ب$  فإذا كان :  $أب = ٣\sqrt{٢}$  ،  $أوجد النسبة المثلثية الأساسية للزاوية ح$



## محافظة الوادي الجديد

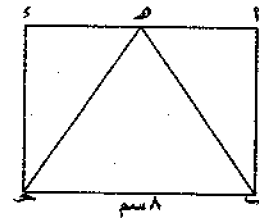
٢٣

### أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الشكل الرباعي  $أب ح د$  الذي فيه :  $أب < ح د$  ،  $أب // ح د$  يكون .....  
(١) مربعاً. (ب) مستطيلاً. (ج) معيناً. (د) شبه منحرف.

٢ في الشكل المقابل :



$أب ح د$  مستطيل فيه :

$أب = ٦$  سم ،  $ب ح = ٨$  سم ،  $هـ \in أ ب$

فإن : مساحة سطح المثلث  $هـ ب ح$  = ..... سم<sup>٢</sup>

(١) ١٤ (ب) ٢٤  
(ج) ٢٨ (د) ٤٨

٣ لأي زاوية قياسها  $أ$  يكون  $\frac{أ}{١٢} =$  .....

(١)  $٩٠$  (ب)  $٩٠$  (ج)  $٩٠$  (د)  $٩٠$

٤ إذا كان :  $أب ح د$  مستطيلاً ،  $ق(٠، ١)$  ،  $ح(٤، ٤)$

فإن :  $ب د$  = ..... وحدة طول.

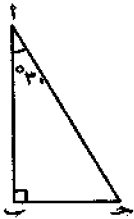
(١) ٥ (ب) ٨ (ج) ٩ (د) ١٠

٥ إذا كان المستقيمان :  $س + ص = ٥$  ،  $لح = س + ٢$   $ص = ١$  متعامدين

فإن :  $لح$  = .....

(١) ٢ (ب) ١ (ج) ١- (د) ٢-

٦ في الشكل المقابل :



$أب ح د$  مثلث قائم الزاوية في  $ب$  ،  $ق(١ د) = ٣٠$

فإن  $ب ح$  :  $أ ح$  :  $أ ب$  = .....

(١)  $٢ : ٣\sqrt{٢} : ١$  (ب)  $١ : ٢\sqrt{٢} : ٣$

(ج)  $١ : ٢ : ٣\sqrt{٢}$  (د)  $٢ : ١ : ٣\sqrt{٢}$

٢ (١)  $س$   $ص$   $ع$  مثلث قائم الزاوية في  $ع$  ،  $س = ٣$  سم ،  $ص = ٤$  سم

أوجد قيمة كل من :  $١$   $طا$   $س \times طا$   $ص$   $٢$   $حا$   $س$   $حا$   $ص + حا$   $س$

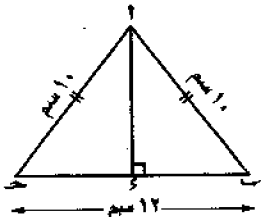
(ب) بين نوع المثلث الذي رؤوسه النقط :  $ق(٣، ٢)$  ،  $ب(٥، ١)$  ،  $ح(٢، ١)$  بالنسبة لأطوال أضلاعه وبالنسبة لقياسات زواياه.

٣ (١) إذا كانت :  $طا$   $س = ٤$  ما  $٣٠$  ما  $٦٠$  ،  $س$  قياس زاوية حادة

فأوجد قيمة كل من :  $١$   $س$   $٢$   $ما$   $س$

(ب) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله يساوي ٢ ويمر بالنقطة  $(٠، ١)$

٤ (١) في الشكل المقابل :



$أب ح د$  مثلث فيه :  $أ ب = أ ح = ١٠$  سم

$ب ح = ١٢$  سم ،  $أ ب \perp ب ح$

أوجد قيمة كل من :

(١)  $٩٠$  (ب)  $٩٠$  (ج)  $٩٠$  (د)  $٩٠$

(ب) أ ب ح د معين فيه : ٢ (٢-، ٢) ، ب (١-، ٢-) ، ح (٤-، ٢-) ، د (٤-، ٢-) أوجد : ١ إحدائى نقطة تقاطع قطريه. ٢ إحدائى النقطة و

٥ (١) إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين (٢، ١) ، (٣، ٤) والمستقيم لم يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° فأوجد : قيمة ل إذا كان ل // لم

(ب) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزعين موجبين طولاهما ٢ ، ٤ على الترتيب.



## محافظة جنوب سيناء

٢٤

### أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : م (س + ١٥)° = ١/٢ فإن : ل = ..... حيث س زاوية حادة.

(١) ١ (ب) ٣ (ج) ٣ (د) ١/٢

٢ المسافة بين النقطتين (٠، ٣) ، (٤، ٠) تساوى ..... وحدة طول.

(١) ٤ (ب) ٥ (ج) ٣ (د) ٢

٣ إذا كانت : ٢ = (٤-، ٥) ، ب = (٢-، ١-) فإن نقطة منتصف أ ب

هى .....

(١) (١، ٠) (ب) (٣، ٢-) (ج) (٢، ٣-) (د) (٠، ١)

٤ أ ب ح مثلث ، ح (د) = ١٢٠° ، أ = ب = ١ ح فإن : ح (د) = .....

(١) ٦٠° (ب) ٤٥° (ج) ٥٠° (د) ٣٠°

٥ إذا كان : س + ص = ٥ ، ل = س + ٢ ص = ٠ خطين مستقيمين متعامدين

فإن : ل = .....

(١) ٢- (ب) ٢ (ج) ١- (د) ١

٦ أ ب ح مثلث قائم الزاوية فى ١ ، ٢ ، ٣ حيث ٢ ⊥ ٣ حيث ٢ ⊃ ٣ فإن : (٤) = .....

(١) ٢ × ٣ ح (ب) ٢ × ٣ ح (ج) ٢ × ٣ ح (د) ٢ × ٣ ح

٢ (١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن : م (١٠-، ٢٠) = ٢٠

(ب) إذا كانت : ٢ = (١-، ٢-) منتصف أ ب حيث ٢ = (٤-، ٢-) أوجد إحدائى النقطة ب

٣ (١) أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يمر بالنقطتين : (١، ٣) ، (١-، ٢-)

(ب) بين نوع المثلث أ ب ح حيث : ٢ = (٢، ٣) ، ب = (١، ٥) ، ح = (١، ٣) بالنسبة لأطوال أضلاعه.

٤ (١) أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يمر بالنقطة (٢-، ٢) ويصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٤٥°

(ب) أوجد قيمة : ٢ ط ٤٥° + ١ ط ٤٥°

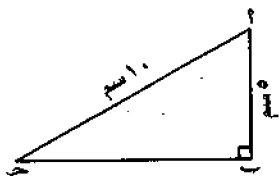
٥ (١) أوجد معادلة الخط المستقيم الذى ميله يساوى ٢ ، وطول الجزء المقطوع من محور الصادات الموجب يساوى ٥ وحدات.

(ب) فى الشكل المقابل :

△ أ ب ح قائم الزاوية فى ب فيه :

أ ح = ١٠ سم ، أ ب = ٥ سم

أوجد : ١ ح (د) ح ٢ م (أ) ح + م (أ) ح



## محافظة شمال سيناء

٢٥

### أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : م (س + ١٢٠)° = ١/٢ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = .....

(١) ٩٠° (ب) ٦٠° (ج) ٤٥° (د) ٣٠°

٥ إذا كانت : ١ (٣، -١) ، ب (٤، -٦) ، ج (٢، -٢) ، د (١، -٢) ،

١ أثبت أن : النقطة ١ ، ب ، ج تقع على دائرة مركزها م

٢ أوجد : محيط الدائرة م حيث  $(\pi = 3.14)$



## محافظة البحر الأحمر

٢٦

### أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : ١ (٥، ٧) ، ب (١، -١) فإن منتصف  $\overline{AB}$  هي النقطة .....

(١) (٢، ٣) (ب) (٣، ٣) (ج) (٣، ٢) (د) (٤، ٣)

٢ معين طول قطريه ٦ سم ، ٨ سم فإن مساحة سطحه ..... سم<sup>٢</sup>

(١) ٤٨ (ب) ٢٨ (ج) ٢٤ (د) ١٤

٣ إذا كانت :  $\sin \theta = \frac{3}{4}$  حيث  $\theta$  زاوية حادة فإن :  $\cos \theta =$  .....

(١)  $\frac{3}{4}$  (ب) ١ (ج) -٢ (د)  $\frac{1}{3}$

٤ إذا كان طول ضلعين في مثلث متساوي الساقين ٥ سم ، ١٣ سم فإن طول الضلع الثالث ..... سم

(١) ٥ (ب) ٨ (ج) ١٢ (د) ١٦

٥ إذا كان المستقيمان : ٢ -  $\sin \theta = ٤$  ، ٣ -  $\sin \theta = ٤$  ، ٤ -  $\sin \theta = ٤$  متعامدين فإن :  $\theta =$  .....

(١) ٤ (ب) ٣ (ج) -٤ (د) -٢

٦ عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع هو .....

(١) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢ (١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :  $\sin ٦٠^\circ = ٢ \sin ٣٠^\circ$  ،  $\cos ٦٠^\circ = \frac{1}{2}$

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين : (٤، ٢) ، (٢، -١)

٢ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع يساوي .....

(١)  $٦٠^\circ$  (ب)  $٩٠^\circ$  (ج)  $١٢٠^\circ$  (د)  $١٨٠^\circ$

٣ ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها  $٤٥^\circ$  يساوي .....

(١) ١ (ب) -١ (ج) صفر (د) ١.٤

٤ الزاوية التي قياسها  $٤٠^\circ$  تنتم زاوية قياسها .....

(١)  $٣٠^\circ$  (ب)  $١٤٠^\circ$  (ج)  $٥٠^\circ$  (د)  $٤٠^\circ$

٥ إذا كانت : ١ (١، -١) ، ب (١، -١) ، ج (٤، -٤) ، د (٠، ٠) فإن نقطة منتصف  $\overline{AB}$  هي .....

(١) (١، -١) (ب) (١، -١) (ج) (٤، -٤) (د) (٠، ٠)

٦ إذا كانت : ٢ ، ٧ ، ل أطوال أضلاع مثلث فإن ل يمكن أن تساوي .....

(١) ٣ (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ١٠

٢ (١) أثبت أن :  $\sin ٦٠^\circ = ٢ \sin ٣٠^\circ$  (بدون استخدام الحاسبة)

(ب) أثبت أن المثلث الذي رؤوسه النقطة : ١ (١، -١) ، ب (٢، -٤) ، ج (٦، ١) متساوي الساقين.

٣ (١) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله يساوي ٢ ويقطع ٧ وحدات موجبة من محور الصادات.

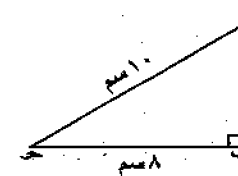
(ب) في الشكل المقابل :

١ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فيه :

٢ ح = ١٠ سم ، ب ح = ٨ سم

١ أوجد : طول  $\overline{AB}$

٢ أثبت أن :  $\sin ٦٠^\circ = ٢ \sin ٣٠^\circ$



٤ (١) إذا كانت :  $\sin \theta = \frac{3}{4}$  حيث  $\theta$  زاوية حادة. (بدون استخدام الحاسبة)

أوجد : قيمة  $\cos \theta$  حيث  $\theta$  قياس زاوية حادة.

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) عمودياً على المستقيم المار

بالنقطتين : ١ (٢، -١) ، ٢ (٤، -٥)



٣ (١) إذا كانت :  $\alpha = 4^\circ$  ،  $\beta = 60^\circ$  ،  $\gamma = 20^\circ$  حيث :  $\alpha$  زاوية حادة أوجد : قيمة  $\sin$

(ب)  $\alpha$  ح مثلث فيه :  $\alpha = (2, 4)$  ،  $\beta = (-3, 0)$  ،  $\gamma = (-7, 0)$

أثبت أن المثلث  $\alpha$  ح قائم الزاوية ثم أوجد مساحة سطحه.

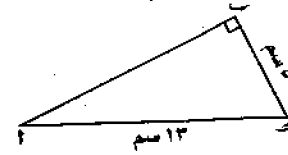
٤ (١) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله ٢ ويقطع جزءًا موجبًا من محور الصادات طوله ٧ وحدات طول.

(ب) في الشكل المقابل :

إذا كان  $\alpha$  ح مثلثًا قائم الزاوية في  $\beta$

$\alpha$  ح = ١٣ سم ،  $\beta$  ح = ٥ سم

أوجد : قيمة  $\alpha$  ح +  $\beta$  ح +  $\gamma$  ح



٥ (١) إذا كان البعد بين النقطتين  $(\alpha, \beta)$  ،  $(\gamma, \delta)$  هو ٥ وحدة طول أوجد : قيم  $\sin$

(ب) إذا كان المستقيم :  $\alpha$  يمر بالنقطتين  $(1, 2)$  ،  $(3, 4)$

، المستقيم  $\beta$  يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $45^\circ$

أوجد : قيمة  $\alpha$  ح إذا كان :  $\alpha \parallel \beta$



## محافظة مطروح

٢٧

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت :  $\alpha = 2^\circ$  ،  $\beta = 1^\circ$  فإن :  $\gamma =$  (د)  $3^\circ$  ، (ج)  $45^\circ$  ، (ب)  $30^\circ$  ، (أ)  $60^\circ$

٢ الزاوية التي قياسها  $37^\circ$  تتمة زاوية قياسها ..... (أ)  $53^\circ$  ، (ب)  $143^\circ$  ، (ج)  $37^\circ$  ، (د)  $90^\circ$

٣ إذا كان المستقيمان اللذان ميلهما  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{4}{3}$  متوازيين فإن :  $\alpha =$  (أ)  $\frac{1}{3}$  ، (ب)  $\frac{2}{3}$  ، (ج)  $2$  ، (د)  $\frac{4}{3}$

(أ)  $\frac{4}{3}$  ، (ب)  $\frac{2}{3}$  ، (ج)  $2$  ، (د)  $\frac{1}{3}$

٤ مساحة سطح الدائرة تساوي .....

(أ)  $\pi$  نق (ب)  $2\pi$  نق (ج)  $\pi$  نق (د)  $2\pi$  نق

٥ في المثلث :  $\alpha$  ح يكون :  $\alpha$  ح +  $\beta$  ح +  $\gamma$  ح .....

(أ)  $<$  (ب)  $\leq$  (ج)  $>$  (د)  $\geq$

٦ إذا كان :  $\alpha$  ح قطرًا في الدائرة حيث :  $\alpha = (2, 5)$  ،  $\beta = (5, 1)$

فإن مركز الدائرة هو .....

(أ)  $(8, 2)$  (ب)  $(4, 2)$  (ج)  $(2, 2)$  (د)  $(4, 2)$

٢ (١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :  $\alpha = 60^\circ$  ،  $\beta = 30^\circ$  ،  $\gamma = 90^\circ$

(ب) أثبت أن : النقط  $\alpha = (6, 0)$  ،  $\beta = (2, 4)$  ،  $\gamma = (-4, 2)$  هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في  $\beta$

٣ (١) إذا كان البعد بين النقطتين  $(\alpha, \beta)$  ،  $(\gamma, \delta)$  يساوي ٥ وحدة طول فأوجد : قيمة  $\alpha$

(ب)  $\alpha$  ح مثلث قائم الزاوية في  $\beta$  ،  $\alpha = 3$  سم ،  $\beta = 4$  سم

أوجد : قيمة  $\alpha$  ح +  $\beta$  ح +  $\gamma$  ح

٤ (١) إذا كان  $\alpha$  ،  $\beta$  قياس زاويتين متتامتين بحيث كان  $\alpha = 1$  ،  $\beta = 2$

أوجد :  $\alpha$  ح +  $\beta$  ح

(ب) أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم

الذي معادلته :  $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$

٥ (١) إذا كانت ح منتصف  $\alpha$  ح حيث :  $\alpha = (3, 6)$  ،  $\beta = (9, 12)$

$\gamma = (-2, 5)$  أوجد : قيمتي  $\sin$  ،  $\cos$

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة  $(2, 5)$  ويوازي المستقيم  $\alpha$  ح +  $\beta$  ح = ٧